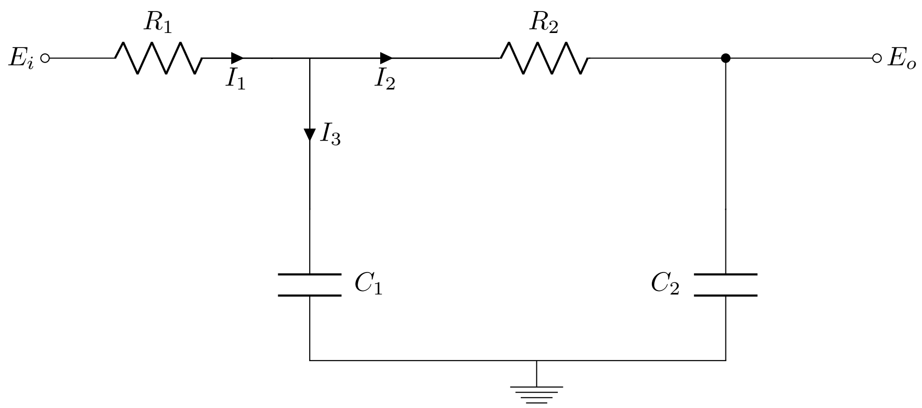
Projeto de Sistema de Controle utilizando o Método do Lugar das Raízes

Gabriela Gomes dos Santos Vitor Bruno de Oliveira Barth

19 de Fevereiro de 2018

1 Introdução

Dada a Planta abaixo:



E os dados:

$R_1 = 10\,\Omega$
$R_2 = 10\,\mathrm{k}\Omega$
$C_1 = 0.2\,\mu\mathrm{F}$
$C_2 = 0.1\,\mathrm{nF}$

Deseja-se criar um compensador por avanço e atraso de fase para melhorar o desempenho da planta, tal que:

a) O Tempo de Assentamento (T_s) seja igual a 0.3 ms
b) O Máximo de Sobressinal (M_p) seja igual a 20 %
c) O Erro Estático de Velocidade (K_v) seja igual a $100s^{-1}$

2 Dados da Planta

2.1 Cálculo da Função de Transferência Malha Aberta

$$E_o = I_3 * \frac{1}{C_2 s} \tag{1}$$

$$E_i = I_1 * [R_1 + \frac{\frac{R_2 C_2 s + 1}{C_2 s} * \frac{1}{C_2 s}}{\frac{R_2 C_2 s + 1}{C_2 s} + \frac{1}{C_2 s}}] \tag{2}$$

Sendo assim:

$$\frac{E_o}{E_i} = \frac{I_3}{I_1}[\frac{1}{C_2 s} * \frac{R_2 C_1 C_2 s^2 + C_1 s + C_2 s}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2) s + 1}] \tag{3}$$

Para se encontrar o quociente $\frac{I_3}{I_1}$, utilizamos a Lei de Kirchhoff das Correntes:

$$I_1 = I_2 + I_3 \tag{4}$$

Ao verificar que C_1 está em um ramo paralelo à C_2 e R_2, conclui-se que a diferença de potencial em ambos é a mesma. Logo, pode-se dizer que:

$$I_2 * \frac{1}{C_1 s} = I_3 * [R_2 + \frac{1}{C_2 s}] \tag{5}$$

$$I_2 = I_3 * \frac{R_2 C_1 C_2 s + C_1}{C_2} \tag{6}$$

Substituindo (6) em (4), temos:

$$I_1 = I_3 * \frac{R_2 C_1 C_2 s + C_1}{C_2} + I_3 \tag{7}$$

$$\frac{I_3}{I_1} = \frac{C_2}{R_2 C_1 C_2 s + C_1 + C_2} \tag{8}$$

E por fim, substituindo (8) em (3), temos:

$$\frac{E_o}{E_i} = \frac{C_2}{R_2 C_1 C_2 s + C_1 + C_2} * [\frac{1}{C_2 s} * \frac{R_2 C_1 C_2 s^2 + C_1 s + C_2 s}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2) s + 1}] \tag{9}$$

$$\frac{E_o}{E_i} = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2) s + 1} \tag{10}$$

Ao substituirmos os valores de R_1, R_2, C_1 e C_2 pelos valores de referência, obtemos a Função de Transferência em Malha aberta $G(s)$:

$$G(s) = \frac{1}{2 \times 10^{-10} s^2 + 0.0002011 s + 1} \tag{11}$$

Isolando $\frac{1}{2 \times 10^{-10}}$:

$$G(s) = \frac{1}{2 \times 10^{-10}} * \frac{1}{s^2 + 1.0055 \times 10^6 s + 5 \times 10^9} \tag{12}$$

2.2 Cálculo da Função de Transferência Malha Fechada

$$\frac{R(s)}{C(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \tag{13}$$

Sabendo que a Planta possui $H(s) = 1$, temos:

$$\frac{R(s)}{C(s)} = \frac{1}{2 \times 10^{-10}} * \frac{1}{s^2 + 1.0055 \times 10^6 s + 10^{10}} \tag{14}$$

2.3 Cálculo de ξ e w_n

$$w_n = \sqrt{5 \times 10^9} \tag{15}$$
$$w_n = 70\,710.67\,\text{rad/s} \tag{16}$$

$$2\xi w_n = 1.0055 \times 10^6 \tag{17}$$
$$\xi = \frac{1.0055 \times 10^6}{2 * 70710.67} \tag{18}$$
$$\xi = 7.11 \tag{19}$$

2.4 Cálculo de M_p e T_s (sem compensação)

$$T_s = \frac{4}{\xi w_n} \tag{20}$$
$$T_s = \frac{4}{5.0275 \times 10^5} \tag{21}$$
$$T_s = 7.95\,\mu\text{s} \tag{22}$$

$$M_p = e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \tag{23}$$
$$M_p = e^{\frac{-7.11*\pi}{\sqrt{7.11^2-1}}} \tag{24}$$
$$M_p = 0.04 \tag{25}$$

2.5 Resposta do Sistema ao Degrau (sem compensação)

Observação Como mostra a Figura 01, o sistema não necessita de Compensação, visto que mesmo sendo superamortecido, o tempo de assentamento é menor que 0.3 ms, entretanto, com fins de aprendizado, iremos adicionar compensadores por Avanço e Atraso de fase visando aumentar o Overshoot e regular o Erro de Estado Estacionário.

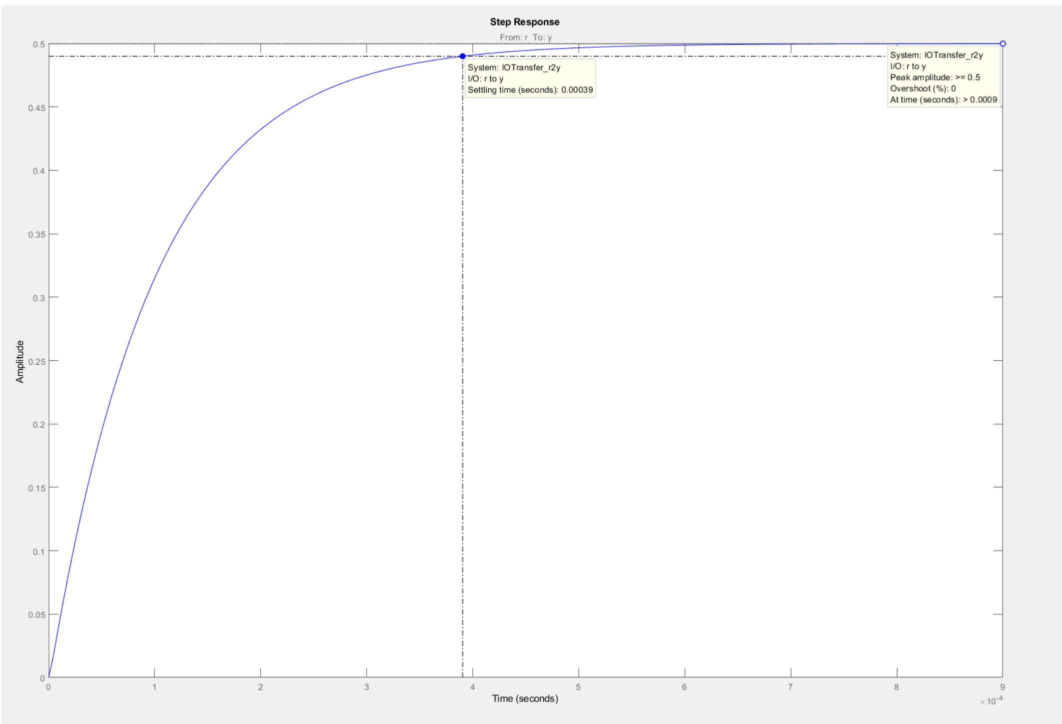


Figura 01 - Resposta de $G(s)$ à uma função degrau

3 Compensador por Avanço de Fase

Objetivo Deseja-se um Compensador por Avanço de Fase C_A que altere o desempenho da planta, tal que $\hat{M}_p = 0.2$ e $\hat{T}_s = 0.0003\,\mathrm{s}$

3.1 Encontrando $\hat{w_n}$ e $\hat{\xi}$

$$\hat{M}_p = e^{\frac{-\pi\hat{\xi}}{\sqrt{1-\hat{\xi}^2}}} \tag{26}$$

$$0.2 = e^{\frac{-\pi\hat{\xi}}{\sqrt{1-\hat{\xi}^2}}} \tag{27}$$

$$ln(0.2) = \frac{-\pi\hat{\xi}}{\sqrt{1-\hat{\xi}^2}} \tag{28}$$

$$(-1.61)^2 = \frac{\pi^2\hat{\xi}^2}{1-\hat{\xi}^2} \tag{29}$$

$$\hat{\xi}^2(\pi^2 + 2.59) = 2.59 \tag{30}$$

$$\hat{\xi} = 0.488 \tag{31}$$

$$\hat{T}_s = \frac{4}{\hat{\xi}\hat{w_n}} \tag{32}$$

$$0.0003 = \frac{4}{0.488\hat{w_n}} \tag{33}$$

$$\hat{w_n} = 27313.12 \tag{34}$$

3.2 Polo Dominante do Compensador ($\hat{p}$)

$$\hat{p} = -\hat{w_n} \pm jw_n\sqrt{1-\xi^2} \tag{35}$$

$$\hat{p} = -13333.334 \pm j23837.55 \tag{36}$$

3.3 Contribuição Angular de $\hat{p}$

$$\underline{/G(s) * G_{C_A}(s)}_{s=\hat{p}} = \pm 180°(2k+1) \qquad k = 0, 1, 2... \tag{37}$$

$$\underline{/G_{C_A}(s)}_{s=\hat{p}} + \underline{/G(s)}_{s=\hat{p}} = 180° \qquad k = 0 \tag{38}$$

$$\underline{/G(s)}_{s=\hat{p}} = \underline{/\frac{1}{2\times10^{-10}s^2+0.0002011s+1}}_{s=\hat{p}} \tag{39}$$

$$\underline{/G(s)}_{s=\hat{p}} = \underline{/1}_{s=\hat{p}} - \underline{/2\times10^{-10}s^2}_{s=\hat{p}} - \underline{/0.0002011s}_{s=\hat{p}} - \underline{/1}_{s=\hat{p}} \tag{40}$$

$$\underline{/G(s)}_{s=\hat{p}} = -\underline{/2\times10^{-10}s^2}_{s=\hat{p}} - \underline{/0.0002011s}_{s=\hat{p}} \tag{41}$$

$$\underline{/G(s)}_{s=\hat{p}} = -\underline{/2\times10^{-10} * (-13333.334 + j23837.55)} - \underline{/0.0002011 * (-13333.334 + j23837.55)} \tag{42}$$

$$\underline{/G(s)}_{s=\hat{p}} = -110.65° \tag{43}$$

Substituindo (43) em (38):

$$\angle G_{C_A}(s)_{s=\hat{p}} - 110.65° = 180° \tag{44}$$
$$\angle G_{C_A}(s)_{s=\hat{p}} = 290.65° \tag{45}$$

Um Compensador por Avanço de Fase consegue alterar a fase entre 0° e 90°. Contudo, $\angle G_{C_A}(s)_{s=\hat{p}} = 290.65° > 90°$. Serão necessários quatro Compensadores por Avanço de Fase para que os requisitos sejam atendidos.

3.4 1º Compensador por Avanço de Fase

A Função de Transferência em Malha Fechada $G(s)$ possui dois polos $p_1 = -4997.5$ e $p_2 = -1000502.47$ e nenhum zero. Conforme mostra a Figura 2, o lugar das raízes não passa pelo polo dominante $\hat{p}$ desejado, o que mostra ser impossível ajustar o funcionamento da planta somente com variação do ganho, sendo necessário um Compensador.

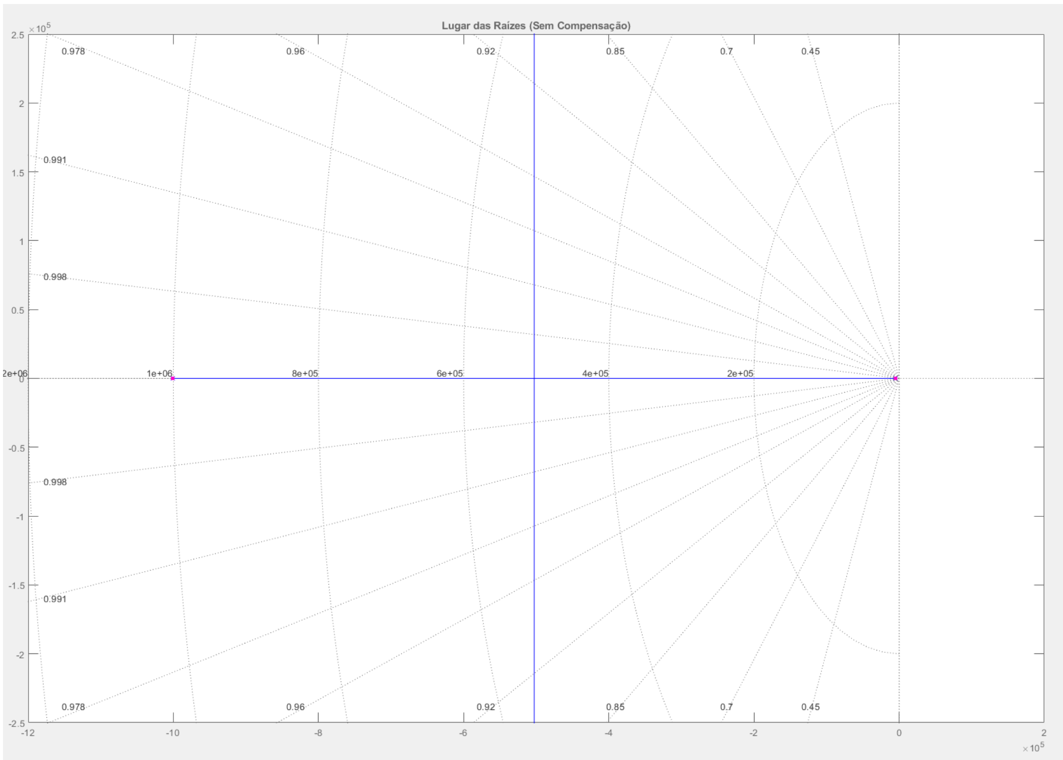


Figura 02 - Lugar das Raízes sem Compensação

Nesta primeira compensação, deseja-se gerar um avanço de fase de 72.66°, que corresponde a um quarto do avanço de fase desejado.

Sendo a equação que define um Compensador por Avanço de Fase G_{C_A}:

$$G_{C_A} = K_c * \frac{s + \frac{1}{T_1}}{s + \frac{\gamma}{T_1}} \tag{46}$$

Deseja-se calcular os parâmetros T_1, K_c e γ. Contudo, para tal, é necessário antes encontrar as raízes do Compensador para se garantir o efeito desejado, i.e., um avanço de 72.66° na fase.

O Zero do Compensador Z_{C_1} será posicionado em $s = -10000$. O Polo do Compensador P_{C_1} será calculado à partir de Z_{C_1}.

$$\alpha = \frac{\angle G_{C_A}}{4} = 72.66° \tag{47}$$
$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 \tag{48}$$

Onde α_1 é o ângulo entre $\hat{p}$ e P_{C_1} e α_2 é o ângulo entre $\hat{p}$ e Z_{C_1}.

$$\alpha_2 = \frac{tan(Z_{C_1} - real(\hat{p}))}{imag(\hat{p})} \tag{49}$$
$$\alpha_2 = 8.06° \tag{50}$$

Substituindo (50) em (48):

$$72.66° = \alpha_1 + 8.06° \tag{51}$$
$$\alpha_1 = 64.59° \tag{52}$$

Pode-se então calcular P_C

$$P_C = -tan(\alpha_1) * imag(\hat{p}) - real(\hat{p}) \tag{53}$$
$$P_C = -63534.67 \tag{54}$$

Agora é possível calcular T_1 e γ:

$$Z_C = \frac{1}{T_1} \tag{55}$$
$$T_1 = 10^{-4} \tag{56}$$

$$P_C = \frac{\gamma}{T_1} \tag{57}$$
$$\gamma = 6.353 \tag{58}$$

Sabendo que:

$$|K_c * G_{C_1}(s) * G(s)|_{s=\hat{p}} = 1 \tag{59}$$
$$K_C = |\frac{1}{G_{C_1}(s) * G(s)}|_{s=\hat{p}} \tag{60}$$
$$K_C = |\frac{s + 63534.67}{s + 10000} * (2 \times 10^{-10}) * \frac{(s + 1000502.47)(s + 4997.5)}{1}|_{s=\hat{p}} \tag{61}$$
$$K_C = 11.515 \tag{62}$$

Portanto, temos formada a Função de Transferência do Primeiro Compensador, ao substituirmos (56), (58) e (62) em (46):

$$G_{C_1} = 11.515 * \frac{s + 10000}{s + 63534.67} \tag{63}$$

Na Figura 03 é possível observar a influência de P_{C_1} e Z_{C_1} no Lugar das Raízes:

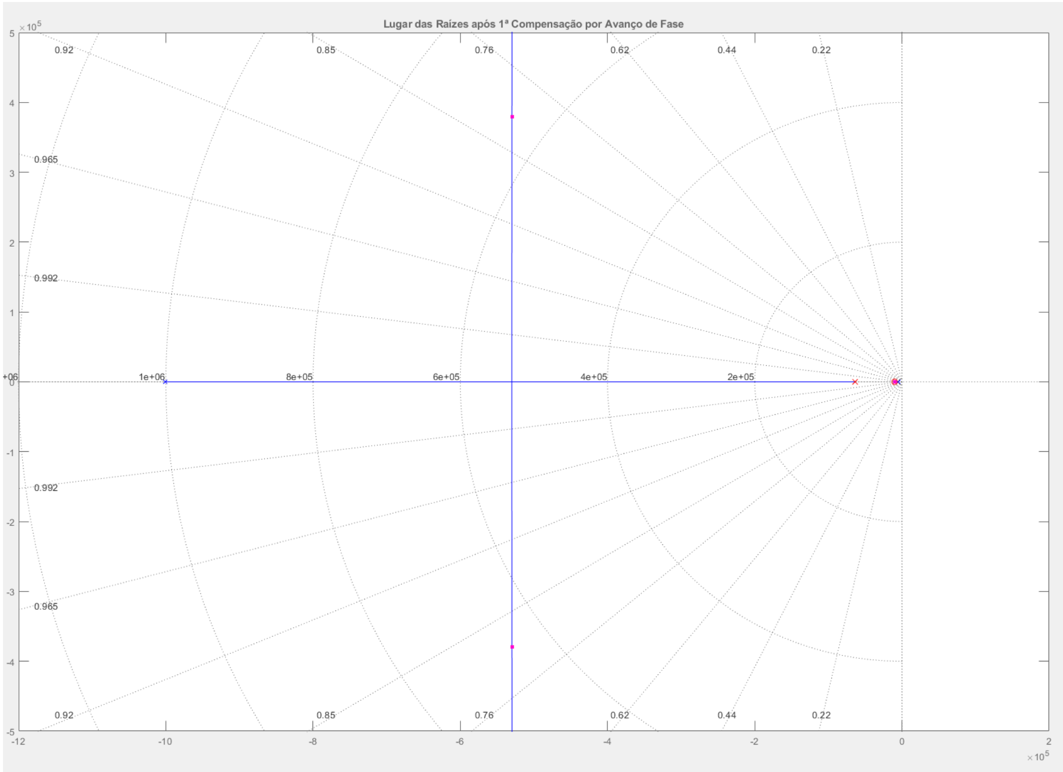


Figura 03 - Lugar das Raízes após a 1ª Compensação por Avanço de Fase

3.5 Demais Compensadores por Avanço de Fase

O Compensador C_1 foi projetado de modo que o avanço na fase da Planta seja de $\frac{1}{4}$ do avanço total necessário. Deste modo, basta inserir outros três compensadores C_2, C_3 e C_4 idênticos a C_1 para que o Lugar das Raízes atinja os requisitos desejados. As Figuras 04, 05 e 06 mostrarão a influência da adição de cada um dos compensadores no Lugar das Raízes do Sistema.

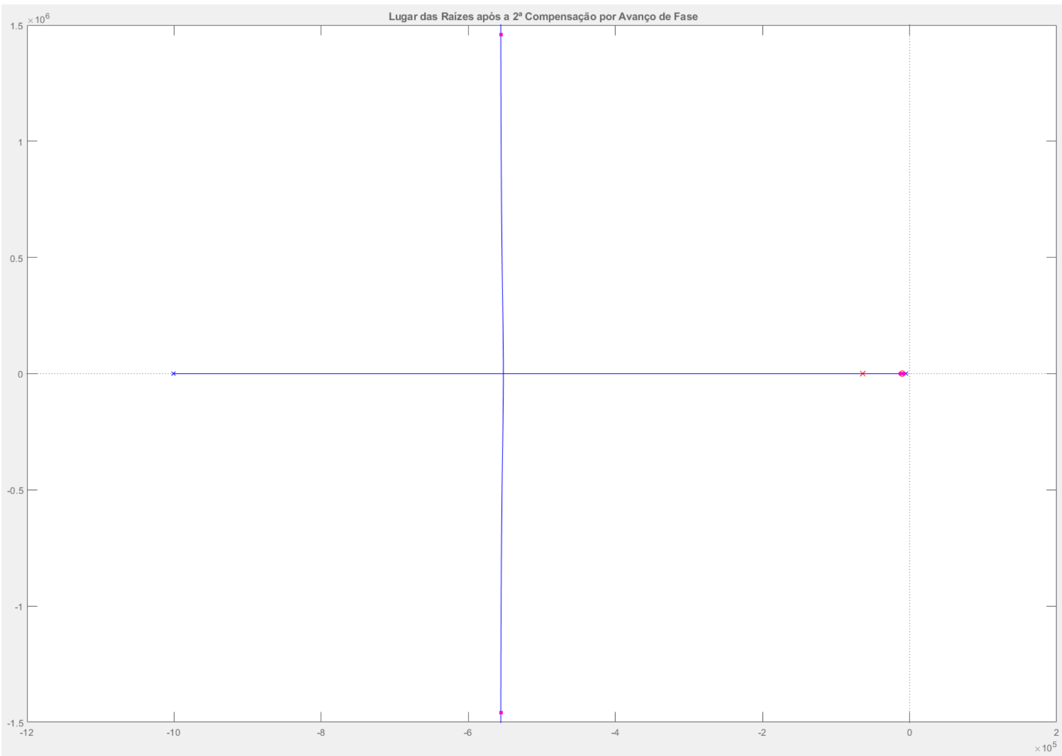


Figura 04 - Lugar das Raízes após a 2ª Compensação por Avanço de Fase

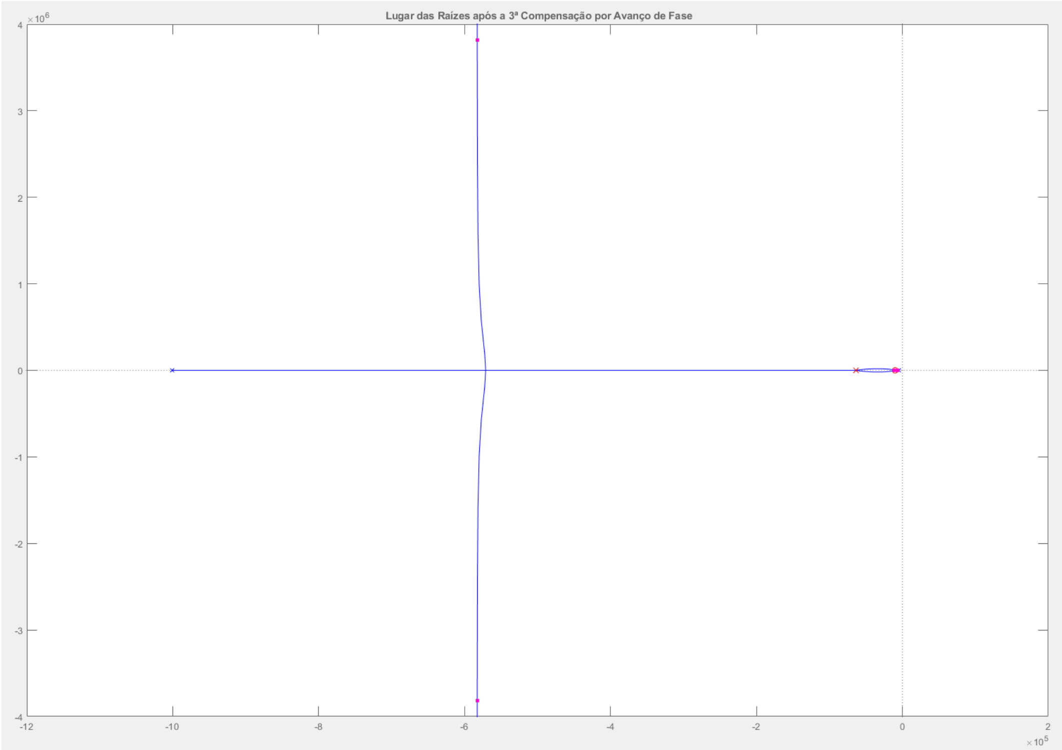


Figura 05 - Lugar das Raízes após a 3ª Compensação por Avanço de Fase

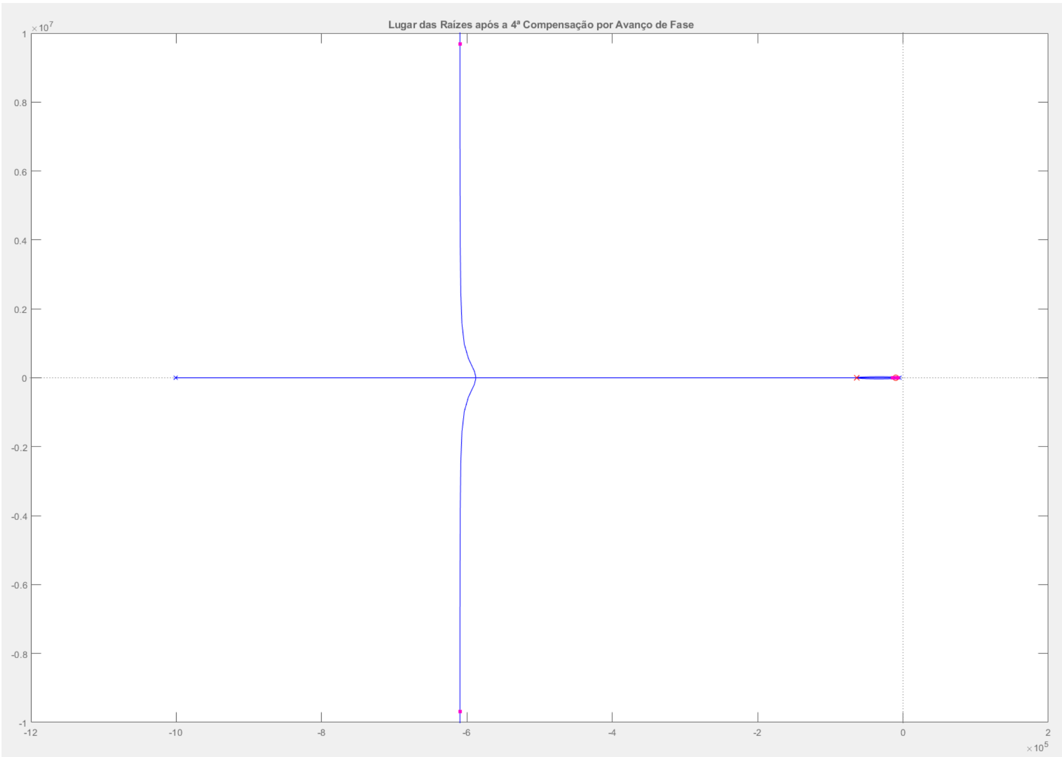


Figura 06 - Lugar das Raízes após a 4ª Compensação por Avanço de Fase

3.6 Avaliação da Compensação por Avanço de Fase

A Figura 07 demonstra como o Lugar das Raízes após a 4ª Compensação por Avanço de Fase se comporta ao ser comparado com os Requerimentos $M_p = 0.2$ e $T_s = 0.0003\,\text{s}$. Entretanto a Figura 09 mostra que a resposta ao Impulso não é a esperada, sendo o Tempo de Resposta Real em torno de $6\,\mu\text{s}$ e o Máximo de Sobressinal de aproximadamente 100%

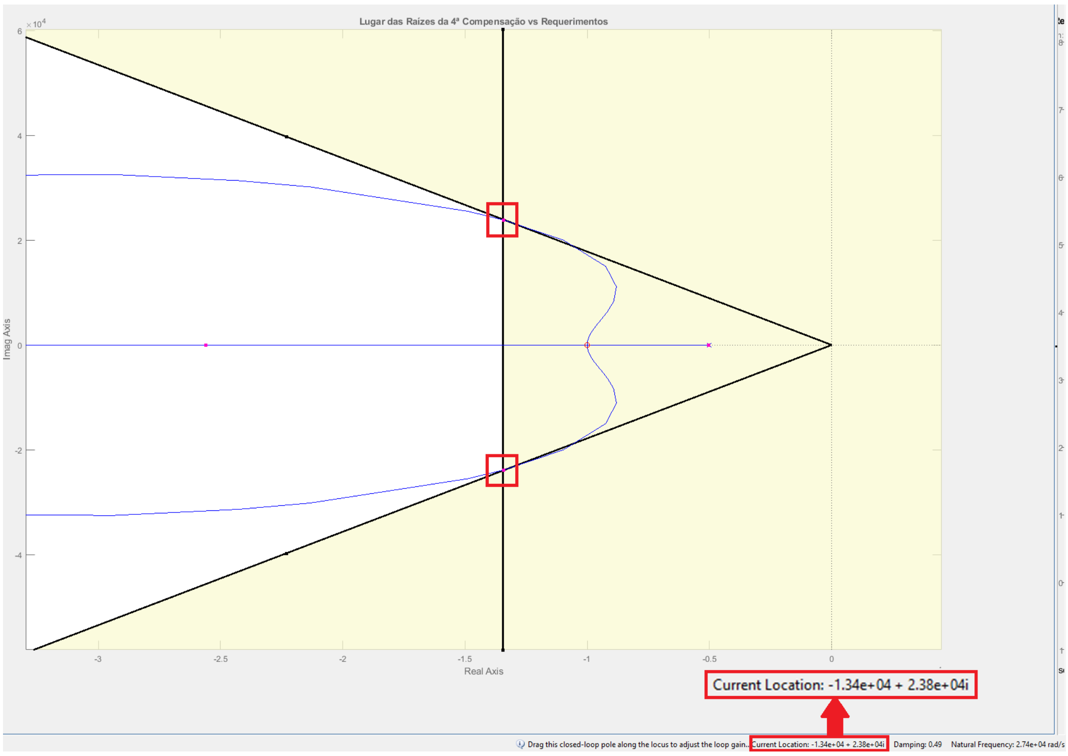


Figura 07 - Lugar das Raízes vs. Requerimentos após a 4ª Compensação por Avanço de Fase

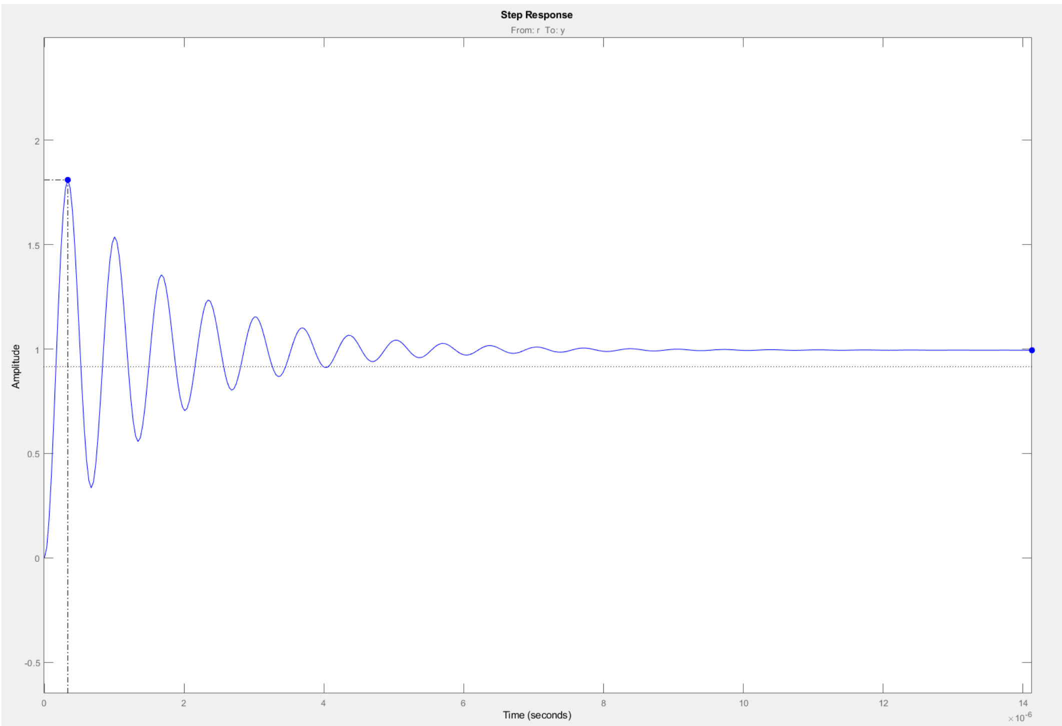


Figura 08 - Resposta de $K_c^4 G_{C_A}^4(s)G(s)$ à uma função degrau

4 Compensador por Atraso de Fase

Objetivo Deseja-se um Compensador por Atraso de Fase C_B que altere o desempenho da planta, tal que $\hat{K_v} = 100s^{-1}$

Antes de realizar a modelagem do Compensador, verifica-se se o Erro Estacionário de Velocidade K_v

não atende ao requisito.

$$K_v = \lim_{s\to 0} sG_{C_A}(s)G(s) \tag{64}$$

$$K_v = \lim_{s\to 0} s \times 11.515^4 \times \frac{(s+10000)^4}{(s+63534.67)^4} \times \frac{1}{2\times 10^{-10}} \times \frac{1}{s^2+1.0055\times 10^6 s + 5\times 10^9} \tag{65}$$

$$K_v = 0 \times 11.515^4 \times \frac{10000^4}{63534.67^4} \times \frac{1}{2\times 10^{-10}} \times \frac{1}{5\times 10^9} \tag{66}$$

$$K_v = 0 \tag{67}$$

Observando que o $K_v = 0s^{-1}$, é demonstrada a necessidade de um Compensador por Atraso de Fase,

4.1 1º Compensador por Atraso de Fase

Sendo a equação que define um Compensador por Atraso de Fase G_{C_B}:

$$G_{C_B} = \frac{s+\frac{1}{T_2}}{s+\frac{1}{\beta T_2}} \tag{68}$$

Deseja-se calcular os parâmetros T_2 e β. Para isso, multiplica-se (64) por (68) e substitui-se K_v por $\hat{K_v}$:

$$\hat{K_v} = \lim_{s\to 0} sG_{C_A}(s)G_{C_B}(s)G(s) \tag{69}$$

$$\hat{K_v} = \lim_{s\to 0} s \times 11.515^4 \times \frac{(s+10000)^4}{(s+63534.67)^4} \times \frac{1}{2\times 10^{-10}} \times \frac{s+\frac{1}{T_2}}{s+\frac{1}{\beta_1 T_2}} \times \frac{1}{s^2+1.0055\times 10^6 s + 5\times 10^9} \tag{70}$$

É necessário adicionar um polo muito próximo a $s = 0$ para que o Erro Estacionário de Velocidade não seja nulo. Portanto, será escolhido T_2 suficientemente grande de modo que $\frac{1}{\beta T_2} \to 0$.

Utilizando $T_2 = 2$, sabendo que $\beta_1 >> 1$:

$$\frac{1}{1\beta_1} << 1 \tag{71}$$

$$\frac{1}{1\beta_1} \approx 0 \qquad \forall \beta_1 : \beta_1 >> 1 \tag{72}$$

Utilizando $\beta_1 = 10000$:

$$\hat{K_v} = \lim_{s\to 0} s \times 11.515^4 \times \frac{(s+10000)^4}{(s+63534.67)^4} \times \frac{1}{2\times 10^{-10}} \times \frac{s+\frac{1}{20000}}{s} \times \frac{1}{s^2+1.0055\times 10^6 s + 5\times 10^9} \tag{73}$$

$$\hat{K_v} = 11.515^4 \times \frac{(10000)^4}{(63534.67)^4} \times \frac{1}{2\times 10^{-10}} \times \frac{1}{20000} \times \frac{1}{5\times 10^9} \tag{74}$$

$$\hat{K_v} = 5.39 \tag{75}$$

Observação Deste modo não será possível regular β_1 com a intenção de se atingir o Erro Estacionário desejado, sendo necessário um 2º Compensador por Atraso de Fase.

4.2 Avaliação do 1º Compensador por Atraso de Fase

Um Compensador por Atraso de Fase possui certas limitações, para que o Lugar das Raízes não seja alterado. Portanto, são necessárias duas análises:

$$\angle G_{C_5}{}_{s=\hat{p}} < 5^\circ \tag{76}$$

$$|G_{C_5}|_{s=\hat{p}} = 1 \tag{77}$$

$$\angle G_{C_5}{}_{s=\hat{p}} < 5^{\circ} \tag{78}$$

$$\angle \frac{s+\frac{1}{20000}}{s}_{s=\hat{p}} < 5^{\circ} \tag{79}$$

$$\angle \frac{s+\frac{1}{20000}}{s}_{s=\hat{p}} = -0.000\,09^{\circ} < 5^{\circ} \tag{80}$$

$$|G_{C_5}|_{s=\hat{p}} = 1 \tag{81}$$

$$|\frac{s+\frac{1}{8000}}{s}|_{s=\hat{p}} = 1 \tag{82}$$

$$|\frac{s+\frac{1}{8000}}{s}|_{s=\hat{p}} = 0.9999 \approx 1 \tag{83}$$

O 1º Compensador por Atraso de Fase atende aos requisitos. Na Figura 09 é comprovado que o Lugar das Raízes não foi alterado.

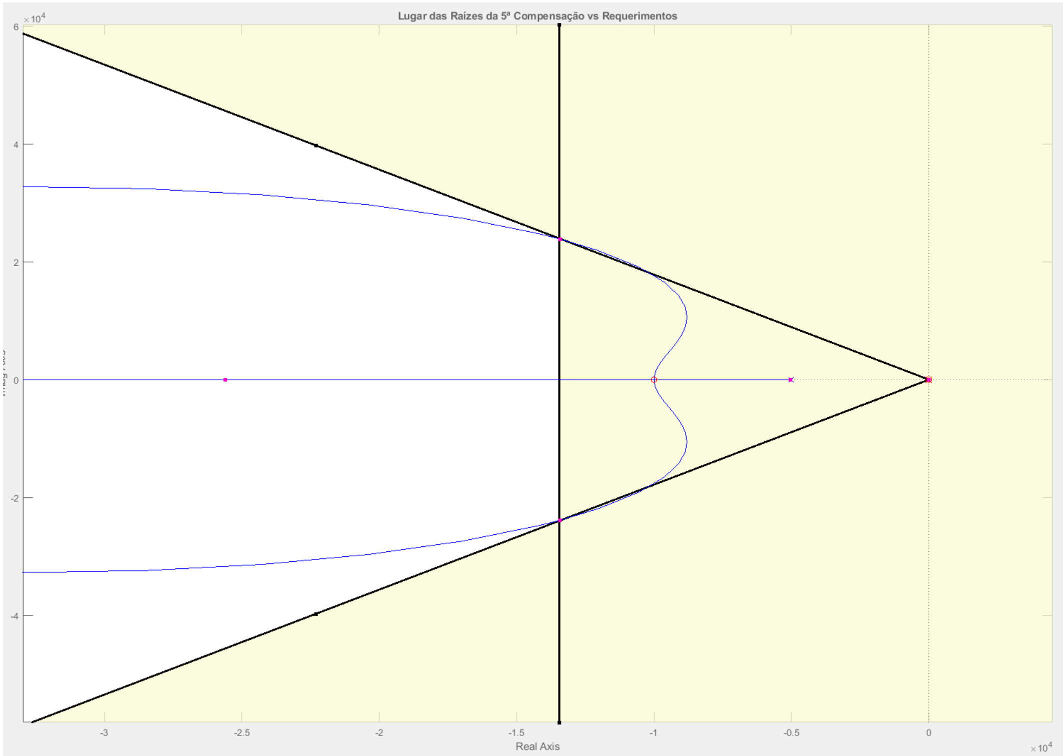


Figura 09 - Lugar das Raízes vs. Requerimentos após a 1ª Compensação por Atraso de Fase

4.3 2º Compensador por Atraso de Fase

Para se que a Constante de Erro de Velocidade $\hat{K_v} = 100s^{-1}$, é necessário um 2º Compensador por Atraso de Fase. A modelagem seguirá os mesmos passos que no 1º Compensador por Atraso de Fase.

$$\hat{K_v} = \lim_{s\to 0} s \times \frac{11.515^4}{2\times 10^{-10}} \times \frac{(s+10000)^4}{(s+63534.67)^4} \times \frac{s+\frac{1}{20000}}{s} \times \frac{s+\frac{1}{T_3}}{s+\frac{1}{\beta_2 T_3}} \times \frac{1}{s^2+1.0055\times 10^6 s + 5\times 10^9} \tag{84}$$

$$100 = \frac{11.515^4}{2\times 10^{-10}} \times \frac{(10000)^4}{(63534.67)^4} \times \frac{1}{20000} \times \frac{1}{5\times 10^9} \times \lim_{s\to 0} \frac{s+\frac{1}{T_3}}{s+\frac{1}{\beta_2 T_3}} \tag{85}$$

$$100 = 0.706 \times \lim_{s\to 0} \frac{s+\frac{1}{T_3}}{s+\frac{1}{\beta_2 T_3}} \tag{86}$$

Usando $T_3 = 0.1$:

$$100 = 5.39 \times \lim_{s \to 0} \frac{s + \frac{1}{T_3}}{s + \frac{1}{\beta_2 T_3}} \tag{87}$$

$$100 = 5.39 \times \lim_{s \to 0} \frac{s + \frac{1}{0.1}}{s + \frac{1}{0.1\beta_2}} \tag{88}$$

$$100 = 5.39 \times \frac{\frac{1}{0.1}}{\frac{1}{0.1\beta_2}} \tag{89}$$

$$\beta_2 = \frac{100}{5.39} \tag{90}$$

$$\beta_2 = 18.53 \tag{91}$$

Deste modo:

$$G_{C_6} = \frac{s + 10}{s + 0.53} \tag{92}$$

$$\angle \frac{s+10}{s+0.53}_{s=\hat{p}} = -0.017° < 5° \tag{93}$$

$$\left|\frac{s + 10}{s + 0.53}\right|_{s=\hat{p}} = 0.998 \approx 1 \tag{94}$$

Sendo assim, G_{C_6} atinge o objetivo desejado, e atinge os Requisitos, como mostra a Figura 09.

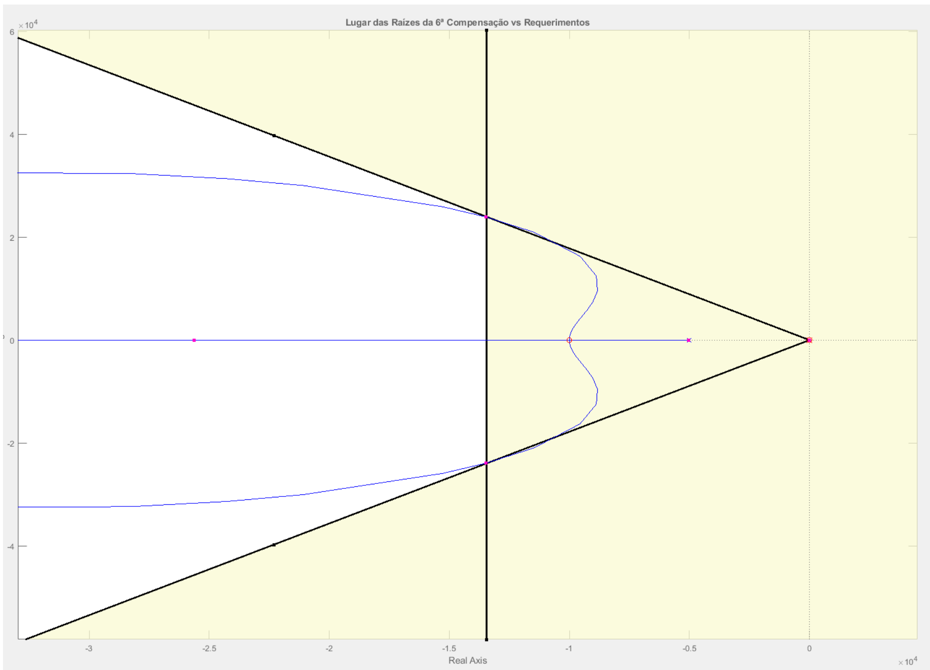


Figura 09 - Lugar das Raízes vs. Requerimentos após a 2ª Compensação por Atraso de Fase

Entretanto, ao se simular uma entrada em degrau, o Sistema não mostra a resposta prevista: $M_p = 81.1\%$ e $T_s = 6.73\,\mu s$. Isto pode ser explicado pela aproximação de valores e pela diferença de ordens de grandeza das variáveis utilizadas.

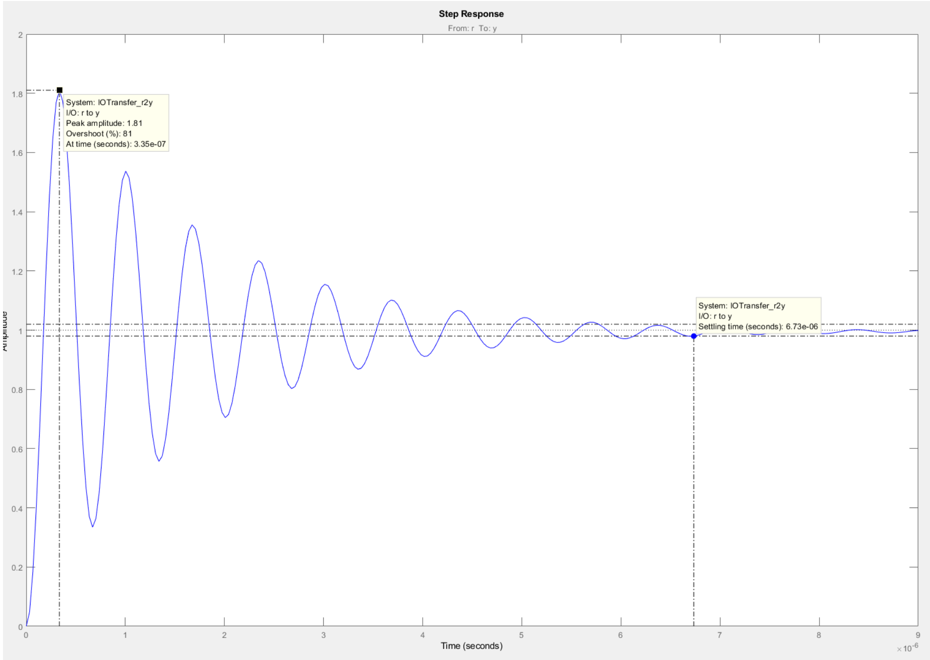


Figura 09 - Resposta de $K_c^4 G_{C_A}^4(s) G_{C_B}(s) G_{C_C}(s) G(s)$ à uma função degrau

Após a Compensação, o Sistema se mostra mais rápido e menos amortecido que o Sistema antes da compensação, mostrado na Figura 01.

5 Modelo de Circuito

Será utilizado o Modelo de Compensadores por Avanço-Atraso de Fase mostrado na Figura 10

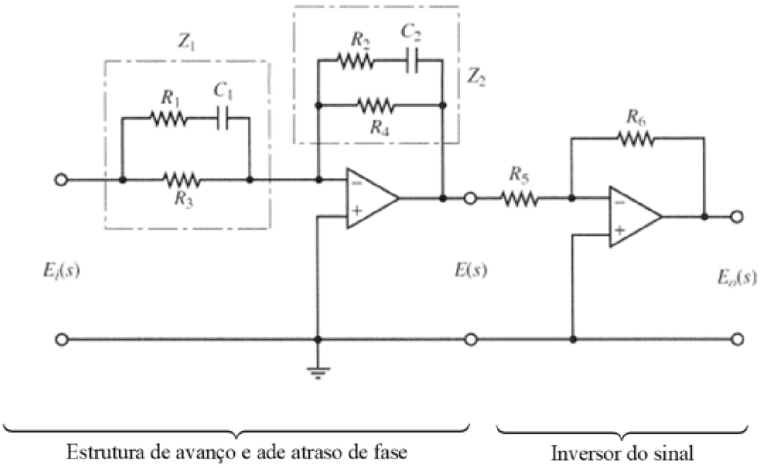


Figura 10 - Modelo de Compensadores por Avanço-Atraso de Fase

Sabendo que:

$$T_1 = (R_1 + R_3)C_1 \tag{95}$$

$$\gamma = \frac{R_1 + R_3}{R_1} \tag{96}$$

$$T_2 = R_2 C_2 \tag{97}$$

$$\beta = \frac{R_2 + R_4}{R_2} \tag{98}$$

$$K_C = \frac{R_2 R_4 R_6}{R_1 R_3 R_5} \frac{R_1 + R_3}{R_2 + R_4} \tag{99}$$

5.1 Cálculo dos Componentes para o Compensador por Avanço de Fase

Todos os quatro Compensadores por Avanço de Fase são iguais, logo utilizam os mesmo componentes. Sendo as características do Capacitor por Avanço de Fase:

$$T_1 = 10^{-4} \tag{100}$$
$$\gamma = 6.353 \tag{101}$$

Substituindo (100) e (101) em (95) e (96), e usando $C_1 = 10\,\mathrm{nF}$:

$$10^{-4} = (R_1 + R_3) \times 10\,\mathrm{nF} \tag{102}$$
$$\frac{10^{-4}}{10 \times 10^{-9}} = R_1 + R_3 \tag{103}$$
$$R_1 + R_3 = 10^4 \tag{104}$$

$$6.353 = \frac{R_1 + R_3}{R_1} \tag{105}$$
$$R_1 = \frac{10^4}{6.353} \tag{106}$$
$$R_1 \approx 1.5\,\mathrm{k\Omega} \tag{107}$$

$$1.5 \times 10^3 + R_3 = 10^4 \tag{108}$$
$$R_3 \approx 8.5\,\mathrm{k\Omega} \tag{109}$$

5.2 Cálculo dos Componentes para o Compensador por Atraso de Fase

Temos dois Compensadores por Atraso de Fase distintos, cujo os dados são:

$$T_2 = 2 \tag{110}$$
$$\beta_1 = 10000 \tag{111}$$
$$T_3 = 0.2 \tag{112}$$
$$\beta_2 = 18.53 \tag{113}$$

Para o 1º Compensador por Atraso de Fase:
Substituindo(110) e (111) em (97) e (98), e usando $C_2 = 1\,\mathrm{mF}$:

$$R_2 = \frac{2}{10^{-3}} \tag{114}$$
$$R_2 \approx 2\,\mathrm{k\Omega} \tag{115}$$
$$\tag{116}$$

$$10000 = \frac{2 \times 10^3 + R_4}{2 \times 10^3} \tag{117}$$
$$R_4 = 2 \times 10^7 - 2 \times 10^6 \tag{118}$$
$$R_4 \approx 19.998\,\mathrm{M\Omega} \tag{119}$$

Para o 2º Compensador por Atraso de Fase:
Substituindo (110) e (111) em (97) e (98), e usando $C_2 = 1\,\mu\text{F}$:

$$R_2 = \frac{0.2}{10^{-6}} \tag{120}$$
$$R_2 \approx 200\,\text{k}\Omega \tag{121}$$

$$18.53 = \frac{200 \times 10^3 + R_4}{200 \times 10^3} \tag{122}$$
$$R_4 = 3.707 \times 10^6 - 2 \times 10^3 \tag{123}$$
$$R_4 \approx 3.7\,\text{M}\Omega \tag{124}$$

5.3 Cálculo dos Componentes para o Ganho

Como estamos utilizando seis compensadores no total, o ganho depende de todos eles. Logo, a equação para cálculo de componentes do ganho é na seguinte forma:

$$K_C^4 = \frac{R_{2_1} R_{4_1} R_{2_2} R_{4_2} R_6}{R_1^4 R_3^4 R_5} \frac{(R_1 + R_3)^4}{(R_{2_1} + R_{4_1})(R_{2_2} + r_{4_2})} \tag{125}$$

Usando $R_6 = 100\,\text{k}\Omega$, temos:

$$\frac{R_5}{R_6} = \frac{R_{2_1} R_{4_1} R_{2_2} R_{4_2}}{R_1^4 R_3^4} \times \frac{(R_1 + R_3)^4}{(R_{2_1} + R_{4_1})(R_{2_2} + R_{4_2})} \times \frac{1}{K_C^4} \tag{126}$$
$$R_5 = 100 \times 10^3 \times \frac{R_{2_1} R_{4_1} R_{2_2} R_{4_2}}{R_1^4 R_3^4} \times \frac{(R_1 + R_3)^4}{(R_{2_1} + R_{4_1})(R_{2_2} + R_{4_2})} \times \frac{1}{K_C^4} \tag{127}$$
$$R_5 \approx 13\,\Omega \tag{128}$$