

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Лабораторная работа №5
по дисциплине «Исследование операций»
Вариант 2

Бобовоза Владислава
Сергеевича
студента 3 курса, 6 группы
специальность «прикладная
математика»

Минск, 2024

Постановка задачи.

1. Построить сетевой график для максимальной ($t_{\text{пес}}$) продолжительности всех его работ, рассчитать наиболее ранние и наиболее поздние сроки наступления событий, найти критический путь, определить полные и независимые резервы времени всех работ и коэффициенты напряженности некритических дуг.

2. Для трехпараметрической модели найти ожидаемое время выполнения проекта, определить вероятность выполнения проекта не позднее заданного срока, найти интервал гарантированного (с вероятностью $P = 0,9973$) времени выполнения проекта, оценить максимально возможный срок выполнения проекта с заданной надежностью.

Выполнить те же расчеты для двухпараметрической модели. Сравнить результаты.

3. Считая $t_{\text{пес}}$ продолжительностью работы с минимальной допустимой интенсивностью ($t_{\text{пес}} = t_{\text{max}}$), а $t_{\text{опт}}$ – продолжительностью работы с максимальной возможной интенсивностью ($t_{\text{опт}} = t_{\text{min}}$), найти оптимальный по стоимости вариант выполнения проекта.

Минимизировать стоимость проекта при минимально возможном сроке его исполнения.

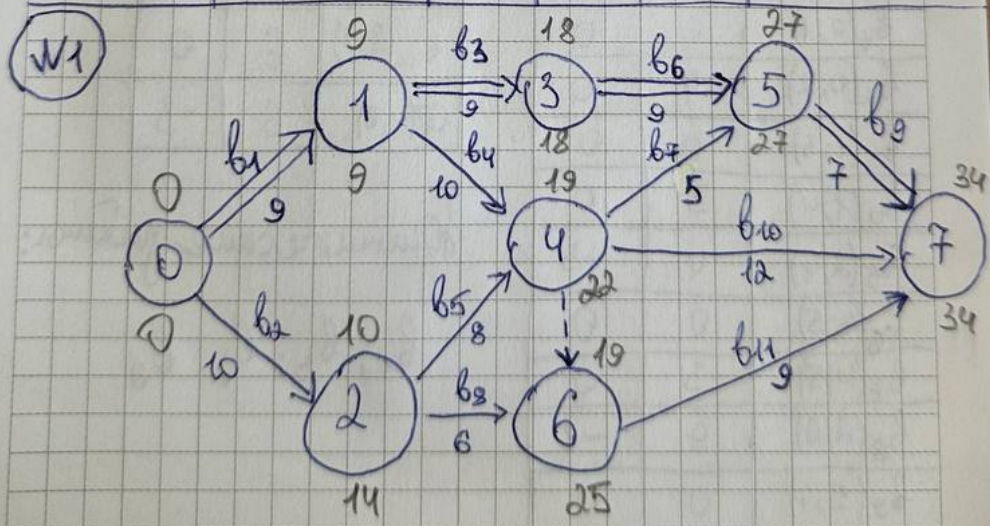
Работа	Опирается на работы	$t_{\text{пес}}$	$t_{\text{вер}}$	$t_{\text{опт}}$	Стоимость сокращения работы на один день, s_k
b_1	-	9	5	3	5
b_2	-	10	8	4	8
b_3	b_1	9	7	2	4
b_4	b_1	10	7	2	6
b_5	b_2	8	4	2	7
b_6	b_3	9	6	1	4
b_7	b_4, b_5	5	2	1	5
b_8	b_2	6	4	1	9
b_9	b_6, b_7	7	4	2	5
b_{10}	b_4, b_5	12	9	5	9
b_{11}	b_4, b_5, b_8	9	6	2	7

Директивный (заданный) срок выполнения проекта $T_{\text{дир}} = 20$ дней. Заданная надежность $\gamma = 0,95$. Стоимость одного дня проекта равна 10 денежным единицам: $S = 10$.

Решение будем представлять в виде рукописных записей:

15

Работа	Определена на работе	$t_{нec}$	$t_{вep}$	t_{sum}	Скорость вып. работы на 1 день, S_k
b_1	—	9	5	3	5
b_2	—	10	8	4	8
b_3	b_1	9	7	2	4
b_4	b_1	10	7	2	6
b_5	b_2	8	4	2	7
b_6	b_3	9	6	1	4
b_7	b_4, b_5	5	2	1	5
b_8	b_2	6	4	1	9
b_9	b_6, b_7	7	4	2	5
b_{10}	b_4, b_5	12	9	5	9
b_{11}	b_4, b_5, b_8	9	6	2	7



	Событие	T_p	T_n	$R(i)$ резерв. времени
*	0	0	0	0
*	1	9	9	0
	2	10	14	4
*	3	18	18	0
	4	19	22	3
*	5	27	27	0
	6	19	25	6
*	7	34	34	0

Итого, критический путь будем проходить через события 0, 1, 3, 5, 7;

Работа	r_n	r_n
$b_1(0;1)$	0	0
$b_2(0;2)$	4	0
$b_3(1;3)$	0	0
$b_4(1;4)$	3	0
$b_5(2;4)$	4	-3
$b_6(3;5)$	0	0
$b_7(4;5)$	3	0
$b_8(2;6)$	9	-1
$b_9(5;7)$	0	0
$b_{10}(4;7)$	3	0

Критические работы:

$b_1; b_3; b_6; b_9$

Критический путь:

1, 4, 5

1, 4, 7

1, 4, 6, 7

0, 2, 4, 5

0, 2, 4, 7

0, 2, 4, 7

0, 2, 6, 7

Permutation	α	b	$R(b)$	$N(b)$
1, 4, 5	18	15	3	0,83
1, 4, 7	25	22	3	0,88
1, 4, 6, 7	25	19	6	0,76
0, 2, 4, 5	27	23	4	0,85
0, 2, 4, 7	34	30	4	0,88
0, 2, 4, 6, 7	34	27	7	0,794
0, 2, 6, 7	34	25	9	0,75

(W2)

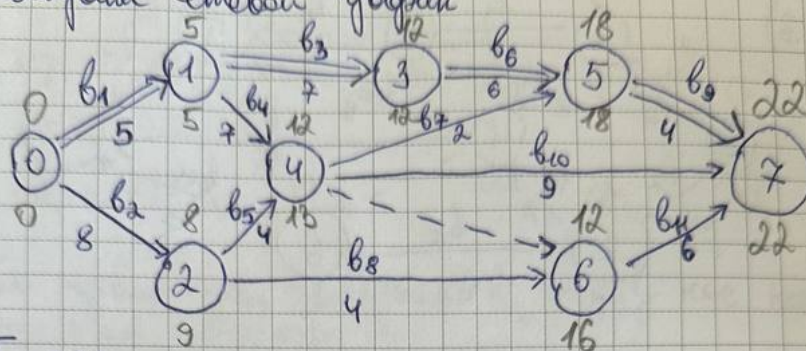
$$t_{onc} = \frac{t_{nec} + 4t_{ber} + t_{sum}}{6}; \quad t_{onc}^* = \frac{3t_{nec} + 2t_{sum}}{5};$$

$$\sigma^2(t_{onc}) = \left(\frac{t_{nec} - t_{sum}}{6} \right)^2;$$

Padana	t_{onc}	t_{onc}^*	σ^2
b_1	5	7	1
b_2	8	8	1
b_3	7	6	1,36
b_4	7	7	1,78
b_5	4	6	1
b_6	6	6	1,78
b_7	2	3	0,44
b_8	4	4	0,7
b_9	4	5	0,7
b_{10}	9	9	1,36
b_{11}	6	6	1,36

$$T_{gip} = 20 \text{ gfen}; \quad \gamma = 0,95$$

График сетевой работы



$$T_{кр} = 22$$

$$\sigma_{кр}^2 = \sigma^2(b_1) + \sigma^2(b_3) + \sigma^2(b_6) + \sigma^2(b_9) = 1 + 1,36 + 1,78 + 0,7 = 4,84;$$

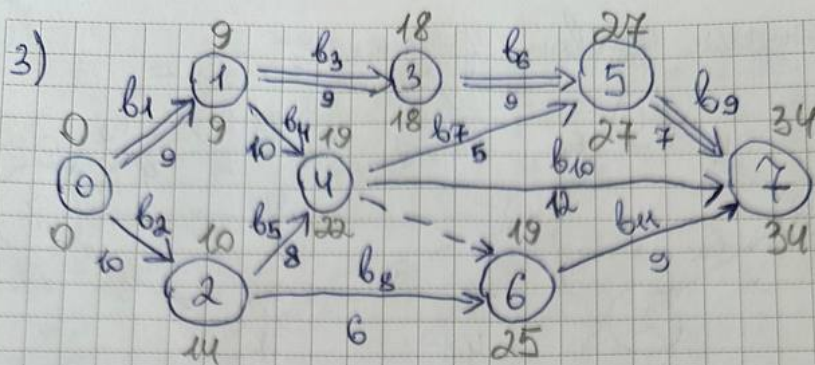
$$\sigma_{кр} = 2,2; \quad 3\sigma_{кр} \approx 7$$

Планируя, с вероятностью 0,9973, проект будет выполнен за 22 ± 7 дней

$$P(t_{кр} \leq 20) = 0,5 + \Phi\left(\frac{20-22}{2,2}\right) = 0,5 - \Phi\left(\frac{2}{2,2}\right) = 0,5 - 0,3159 = 0,1841$$

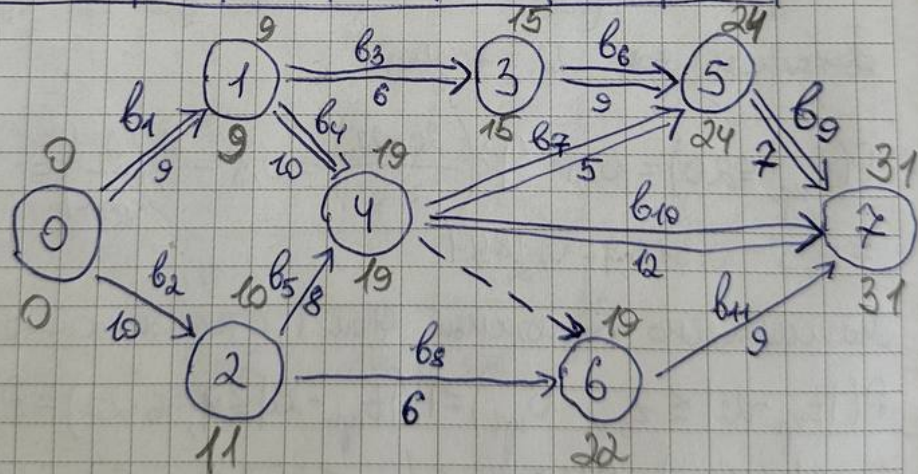
Максимально возможный срок T , с надежностью $\alpha = 0,95$

$$P(|t_{кр} - 22| \leq z_{0,95} \cdot \sigma_{кр}) = P(|t_{кр} - 22| \leq 1,96 \cdot 2,2) = P(|t_{кр} - 22| \leq 4,31) = P(17,69 \leq t_{кр} \leq 26,31), \Rightarrow \text{с вероятностью } 0,95, \text{ проект будет выполнен за } 18-27 \text{ дней}$$



$$R(1, 4, 7) = 3; \quad R(1, 4, 5)$$

Ресурс	t_{\max}	t_{\min}	S_k	Δ_k		$\sum \Delta_k$
b_3	9	2	4	6	3	18
b_6	9	1	4	6	-	-
b_9	7	2	5	5	-	-



Резервы гур:

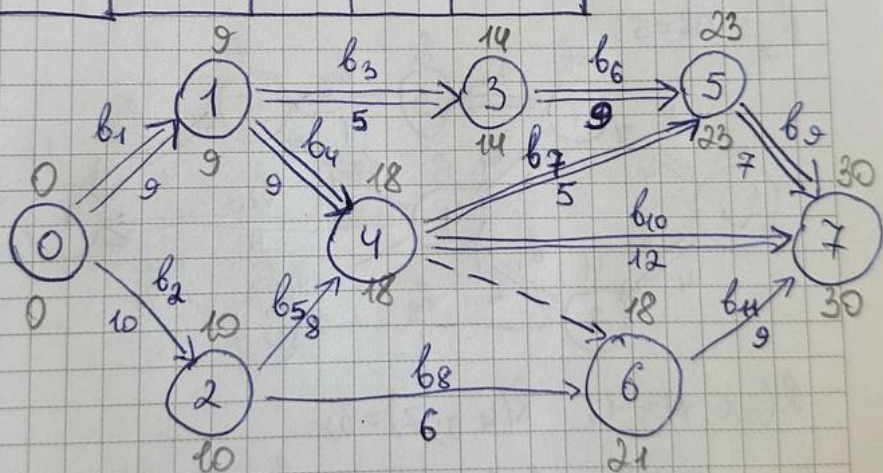
$$R(0;2;4)=1;$$

$$R(0;2;6;7)=6;$$

$$R(4;6;7)=3;$$

На первом пути выделим b_3 , т.к. у нее мин. стоимость сращения

Путь	Резерв	Δ_{kl}	t_{kl}^c	$\Sigma \Delta_{kl}$
b_3+b_4	4	0	1	0
b_3+b_{10}	4	-3	—	—
b_3+b_7	4	-1	—	—

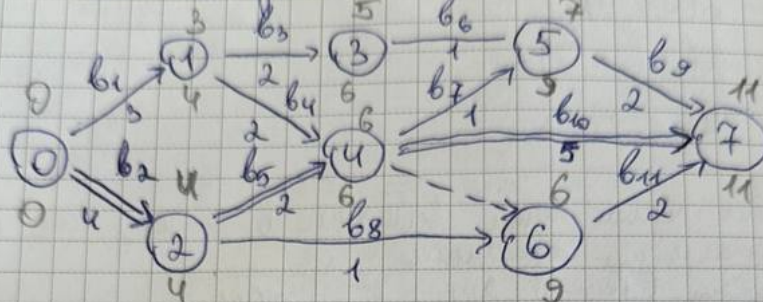


Дальнейшее сращивание невозможно;

$$340 - 18 - 0 = 322 \text{ цена};$$

$$T = 30 \text{ дней};$$

Минимальное время + минимальная стоимость

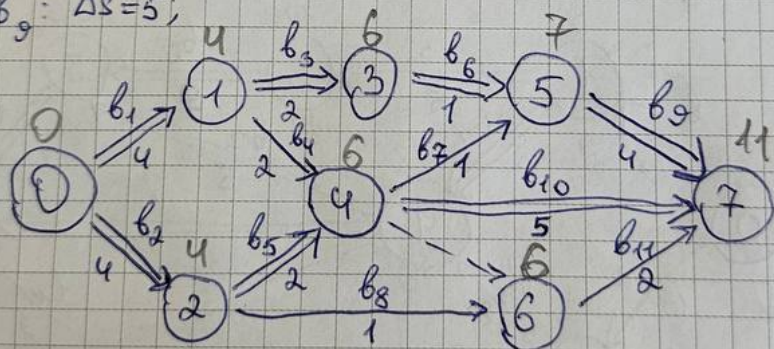


$$R(2;6;7)=4; \quad R(0;1;5;5;7)=3; \quad R(4;6;7)=3;$$

$$R(0;1;4)=1; \quad R(4;5;7)=2;$$

$$b_1: \Delta S=5;$$

$$b_9: \Delta S=5;$$



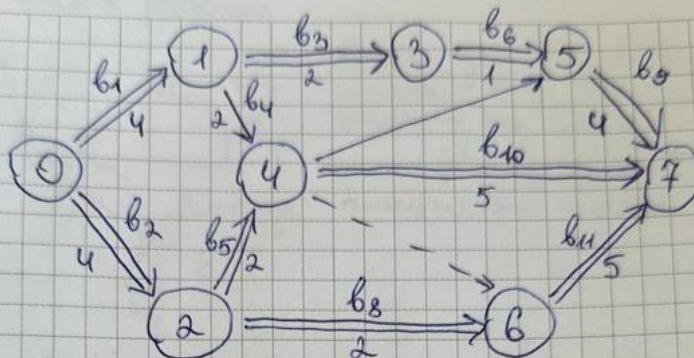
$$R(2;6;7)=4; \quad R(4;5;7)=3;$$

Минимальное количество $S=9;$

Столбчатая



$6; 7) = 3;$



Даннейшее сокращение невозможно

495 цен;

$T = 11$ дней