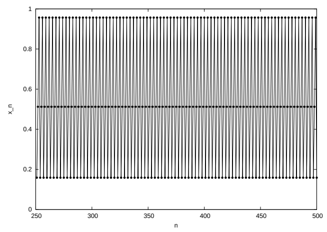
複雑系科学演習第 7 回

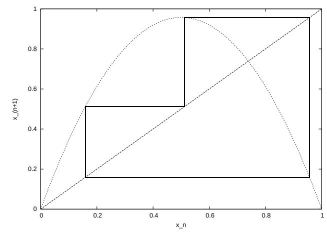
今回はロジスティック写像を考える．$f(x) = rx(1-x)$ としたとき，$x_{n+1} = f(x_n)$ である．

1

$\underline{r = 3.8285}$ として，x_n が $250 \leq n \leq 500$ の場合の時系列とリターンマップを描け．初期値は適当でよい．周期 **3** を確認せよ (**3** 周期の窓)

イメージ例)

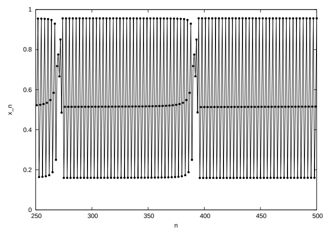


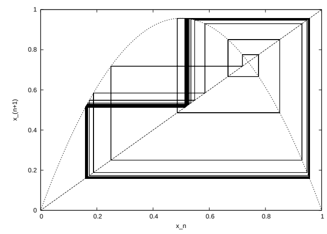


2

$\underline{r = 3.8284}$ として，x_n が $250 \leq n \leq 500$ の場合の時系列とリターンマップを描け．初期値は適当でよい．規則的な部分 (ラミナー) と不規則な部分 (バースト) を確認せよ．

イメージ例)





3

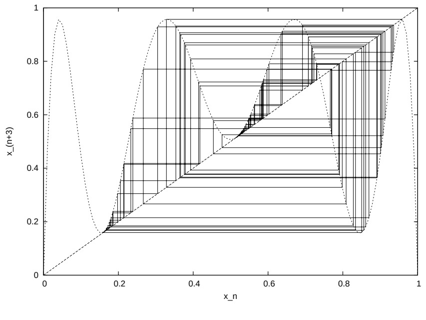
次に説明する写像 $f^{(3)}$ について，リターンマップを描け (横軸 x_n, 縦軸 x_{n+3}).

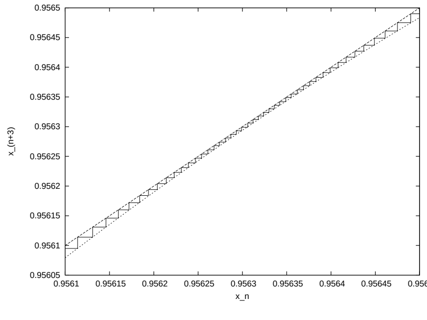
これまで $x_{n+1} = f(x_n)$ の写像について考えてきた (ここで関数 f は，上で定義したロジスティック写像)．時系列は $x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, \ldots$ を順に書いてきたが，上のパラメータでは，だいたいの部分において周期 3 の運動をしている．そこでここでは，3 つ飛ばしで時系列とリターンマップを考える．

いま $x_{n+1} = f(x_n)$ だから，同様に $x_{n+2} = f(x_{n+1})$，$x_{n+3} = f(x_{n+2})$ が成り立つ．これらをまとめると，$x_{n+3} = f(x_{n+2}) = f(f(x_{n+1})) = f(f(f(x_n)))$ と書ける．

この，x_n から x_{n+3} を求める式 $x_{n+3} = f(f(f(x_n)))$ を簡単のために $x_{n+3} = f^{(3)}(x_n)$ と書くことにする．これまでは x_n と x_{n+1} の間のリターンマップを書いてきたが，x_n と x_{n+3} の間のリターンマップを $r = 3.8284$ のときに書いてみよ．また，下右図のようなリターンマップの階段状にはさまれた部分は何を意味するか考えよ．

イメージ例) 左図は横軸 [0:1]，右図は横軸 [0.9561:0.9565] とした．





複雑系科学演習第７回

4

$x_{n+1}=f(x_n)$ である時，$x_{n+2}=f(x_{n+1}), x_{n+3}=f(x_{n+2})$ である．従って，$x_{n+3}=f(f(x_{n+1}))=f(f(f(x_n)))$ と書ける．$y=f(f(f(x)))$ のグラフを描き，この曲線が $y=x$ と 区間 [0,1] において互いに異なる3つの点で接する時の r の値は，$r=1+\sqrt{8}$ であることをグラフを描いて確認せよ．

5

4 の結果から r の値が $1+\sqrt{8}$ より大きい場合と小さい場合において，$x_{n+1}=f(x_n)$ の安定固定点が幾つあるか理由を述べて答えよ。

6

4, **5** から $r<1+\sqrt{8}$ の場合に生じたラミナーとバーストは $x_{n+3}=f(f(f(x_n)))$ の値と x_n の値がどのように変化する時に現れる現象であるか説明せよ。