

準備

複雑系特別セミナーA

10/7

データ（1標本）のベクトル表現

3×3 ピクセルの画像

123	256	2
4	4	34
5	5	5



$(123, 256, 2, 4, 4, 34, 5, 5, 5)$

x_1	x_2	x_3
x_4	x_5	x_6
x_7	x_8	x_9



$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9)$

- 3×3 ピクセルの1枚の画像を9次元ベクトルとして表現
- 本講義では、データの個数に関する単位として「標本」を使用。
 - n 枚の画像 → n 標本のデータ

ベクトル表記

- 数式中の**太字の小文字**はベクトルを意味する.

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_d \end{pmatrix} = (x_1, x_2, \dots, x_d)^\top \in \mathbb{R}^d$$

- ベクトルは基本的に**縦**ベクトルを意味することに注意！！
- \top は転置を表す記号
- \mathbb{R}^d は d -次元実数空間

- 数式中の**太字ではない**小文字・大文字はスカラーを意味する.

- x, a, A, \dots など

- $d = 1$ のとき, $x_1 = x \in \mathbb{R}$ と表記する.

- \mathbb{R} は 1-次元実数空間

複数データの行列表記

		x_{13}	x_{23}	x_{33}
		x_{43}	x_{53}	x_{63}
	x_{12}	x_{22}	x_{32}	x_{93}
	x_{42}	x_{52}	x_{62}	
x_{11}	x_{21}	x_{31}	x_{92}	
x_{41}	x_{51}	x_{61}		
x_{71}	x_{81}	x_{91}		

$$\longrightarrow \mathbf{x}_3 = (x_{13}, x_{23}, x_{33}, x_{43}, x_{53}, x_{63}, x_{73}, x_{83}, x_{93})^\top$$

$$\longrightarrow \mathbf{x}_2 = (x_{12}, x_{22}, x_{32}, x_{42}, x_{52}, x_{62}, x_{72}, x_{82}, x_{92})^\top$$

$$\longrightarrow \mathbf{x}_1 = (x_{11}, x_{21}, x_{31}, x_{41}, x_{51}, x_{61}, x_{71}, x_{81}, x_{91})^\top$$

$$\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3) = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{91} & x_{92} & x_{93} \end{pmatrix}$$

データセットの行列表記

■ n 標本の d 次元データの表記：

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_n) = \begin{pmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & \cdots & x_{1,n} \\ x_{2,1} & x_{2,2} & \cdots & x_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{d,1} & x_{d,2} & \cdots & x_{d,n} \end{pmatrix}$$

● 大文字の太字を用いて行列を表現

■ サブインデックスの意味：

$$x_{j,i}$$

i ：標本インデックス

j ：データベクトルの要素インデックス

■ n 標本の 1 次元データの表記：

$$(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

行列表記

- 数式中の**太字の大文字**は行列を意味する.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

- A は m 行 n 列の行列.
- 行列・ベクトルの理解不足の人は復習しておくこと.