Лабораторная работа 3:
Геометрическая калибровка манипулятора

19 февраля 2024 г.

1 Введение

Большое количество задач на производстве решается путем реализации кинематического (геометрического) управления промышленным манипулятором. Однако, с течением времени геометрические параметры изменяются, что приводит к уменьшению точности позиционирования.

Задача **калибровки** манипулятора заключается в оценке изменений его параметров и их последующего учета, например при решении обратной задачи или при планировании траектории движения.

Целью данной работы является получение навыков решения задачи калибровки манипуляторов с помощью методов выпуклой и/или нелинейной оптимизации.

2 Задачи

1. Построить математическую модель 3-х звенного манипулятора в представлении Денавита-Хартенберга по приведенной графической схеме.

2. Добиться повышения точности позиционирования (калибровки) манипулятора путем постановки и последующего решения соответствующей задачи оптимизации на основе предоставленных данных (.zip архив). Провести сравнение точности откалиброванных, номинальных и фактических (указанных в предоставленном файле) параметров геометрии манипулятора. Описать ход работы.

3. Записать предыдущую задачу в линейной форме, используя предлагаемую вспомогательную литературу. Оценить и описать полученные результаты, сделать выводы о применимости данного подхода.

4. На основе номинальной модели манипулятора аналитически решить задачу обратной кинематики ($X - space \rightarrow Q - space$)

5. Используя аналитическое решение в качестве начальной точки, решить задачу обратной кинематики методами нелинейной оптимизации. Провести сравнение точности полученных результатов, сделать соответствующие выводы.

3 Ход работы

3.1 Пункт 1

Ключевым элементом при описании кинематики манипуляторов является матрица однородных преобразований (homogeneous transformation matrix) $T \in R^{4\times4}$. Матрица T служит для описания переходов между различными системами координат. Причем $T \in \mathbb{SE}(3)$, $T = \begin{bmatrix} R & d \\ 0_{1\times3} & 1 \end{bmatrix}$, $R \in \mathbb{SO}(3)$ — матрица поворота, то есть: $R^T R = I, \quad det(R) = 1$, а $d \in \mathbb{R}^3$ —вектор смещения систем координат. В рассматриваемом случае для манипулятора с 3-мя степеням свободы (3 угла поворота шарнира q_i, $i = 1...3$) и абсолютной системой координат (World Frame), находящейся в базе робота, преобразование **прямой кинематики** (отображение из Q-space в X-space):

$$T(Q,\Phi) \;=\; T_1^0(q_1,\Phi_1)\cdot T_2^1(q_2,\Phi_2)\cdot T_3^2(q_3,\Phi_3), \tag{1}$$

где T_{i+1}^i — преобразование из i-й в $i-1$-ю систему координат, $Q \in \mathbb{R}^3$ — вектор углов поворота манипулятора, Φ — вектор кинематических параметров системы, q_i — угол поворота i-го шарнира (компонента Q), Φ_i — кинематические параметры i-го звена (компонента Φ). Таким образом, первые 3 элемента 4-го столбца матрицы $T(Q,\Phi)$ описывают положение схвата манипулятора в абсолютной системе координат, а матрица поворота R — ориентацию системы координат схвата в абсолютной системе координат.

Существует формализованный метод описания кинематических цепей — представление Денавита-Хартенберга, который позволяет использовать только 4 параметра для описания перехода T_i^{i-1}, который в общем случае имеет 6 степеней свободы. А именно:

$$T_i^{i-1} = Rot_z(\theta_i)Trans_z(d_i)Rot_x(\alpha_i)Trans_x(a_i), \tag{2}$$

где $Rot_k(\gamma)$ означает поворот на угол γ вокруг оси k, $Tran_l(p)$ — смещение на расстояние p вдоль оси l, а набор параметров θ_i, d_i, α_i, a_i называются параметрами Денавита-Хартенберга (DH-параметры).

$$Rot_z(\theta_i) = \begin{bmatrix} cos\theta_i & -sin\theta_i & 0 & 0 \\ -sin\theta_i & cos\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad Rot_x(\alpha_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & cos\alpha_i & -sin\alpha_i & 0 \\ 0 & sin\alpha_i & cos\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{3}$$

$$Tran_z(d_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad Tran_x(a_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{4}$$

Соответственно, объектом исследования данной работы является манипулятор, который схематично изображен на рисунке , номинальные (т.е. "паспортные заводские) DH параметры которого приведены в таблице .

Таблица 1: Параметры Денавита-Хартенберга

звено	θ	d	α	a
1	q_1	300	$\pi/2$	0
2	q_2	0	0	400
3	q_3	0	0	500

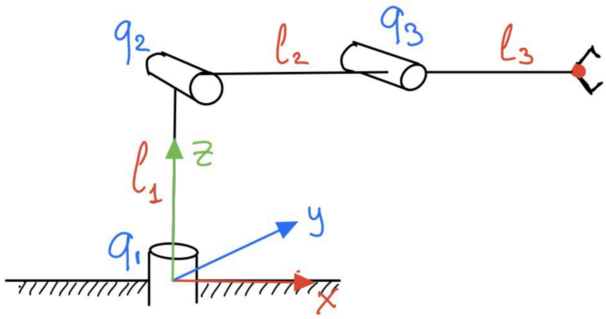

Рис. 1: Номинальные параметры

Результатом работы данного раздела является программа, которая описывает преобразование **прямой кинематики** для заданного манипулятора: то есть для заданного набора углов Q однозначно определяет положение d и ориентацию R схвата манипулятора.

3.2 Пункт 2

Как было сказано ранее, в процессе эксплуатации вектор параметров Φ каким-то образом искажается (по многим возможным причинам) — становится $\widetilde{\Phi}$. Соответственно, задача калибровки манипулятора — оценить $\widetilde{\Phi}$ — то есть найти такое $\hat{\Phi}$, которое бы лучше всего описывало преобразование прямой кинематики $T(Q, \widetilde{\Phi})$. *(подумать, как задать функционал, вспомнить лабораторную работу 1).*

Были сделаны измерения с помощью внешнего измерительного оборудования (файл *calib.zip*), которые включают в себя набор конфигураций манипулятора (набор углов) и соответствующую конкретной конфигурации матрицы T *(которая включает в себя матрицу поворота и вектор смещения, все в абсолютной системе координат)*. А кроме того, Вам известно из некоторых физических соображений, что длины звеньев *не "исказились"* более чем на 10 мм, а ошибка в DH углах составила не более 0.01 рад.

Сравнение точности номинальных, откалиброванных (оптимизируемых) и фактических параметров проводить на модели прямой кинематики.