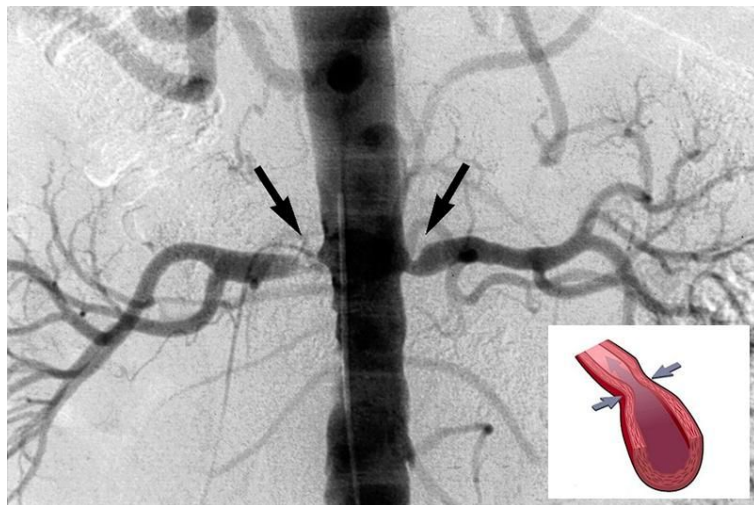


Модели стенозов в 1D и 0D гемодинамике

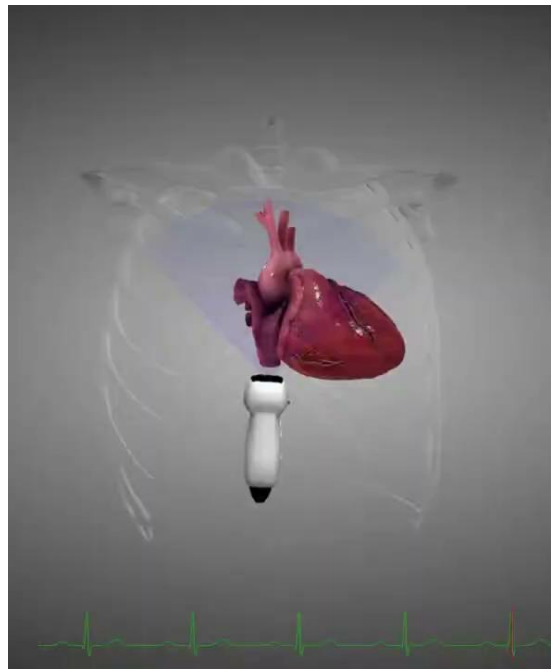
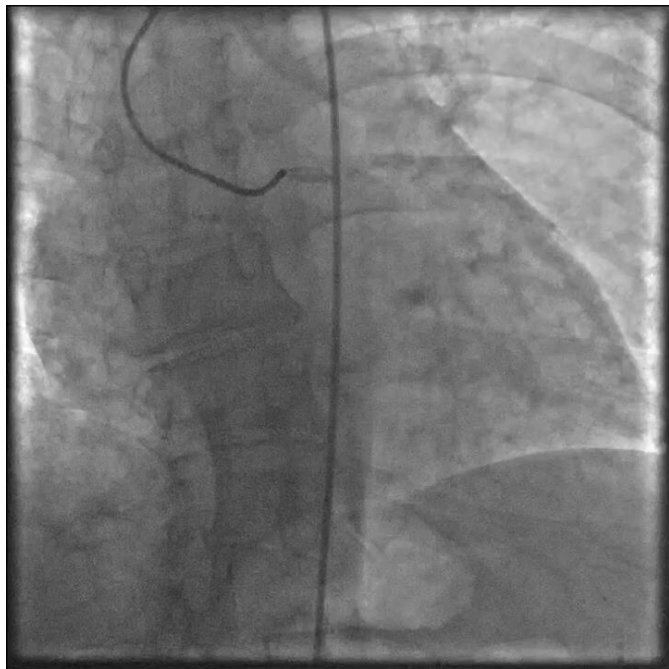
Стеноз сосудов – это частичное или полное стойкое сужение просвета сосудов с ограничением или полным прекращением кровотока.



Диагностика стеноза сосудов

Морфологическая оценка
(УЗИ, КТ с контрастом, МРТ)

Функциональная оценка
(скорость, поток, давление)



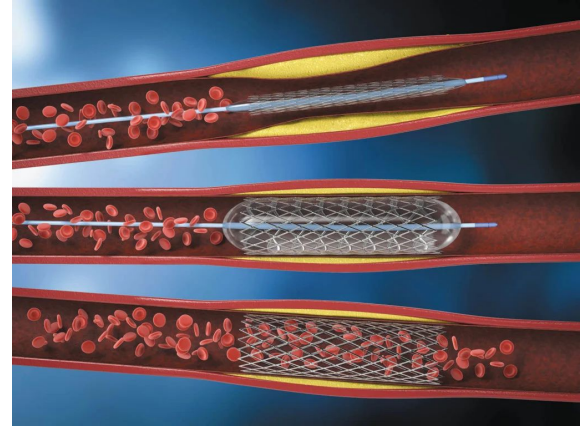
Фракционный резерв кровотока:
(FFR - Fractional flow reserve)

$$FFR = \frac{\bar{P}_{\text{distal}}}{\bar{P}_{\text{proximal}}}$$

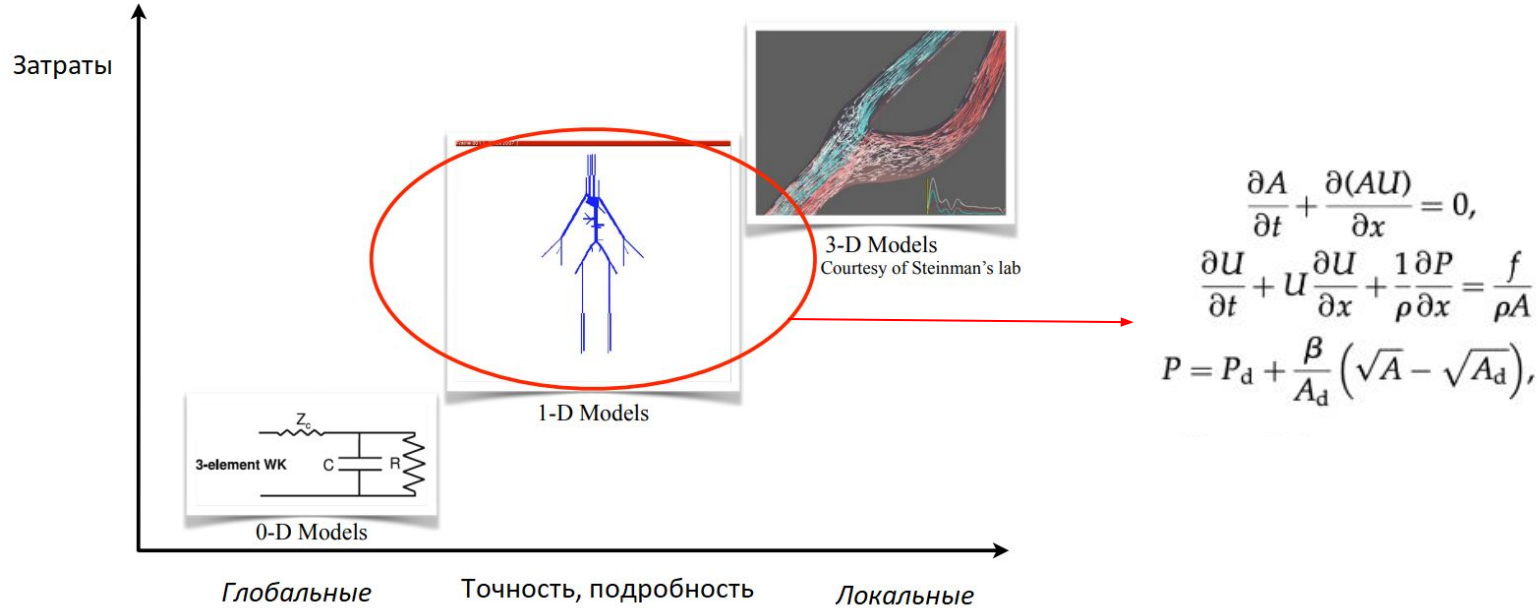
- золотой стандарт диагностики гемодинамической значимости коронарных стенозов
- требует инвазивной процедуры коронарографии
-
- необходима модель, позволяющая неинвазивно, на основании данных КТ, оценить FFR

FFR

- $= 1$ - стеноза нет
- ≤ 0.8 - показание к операции

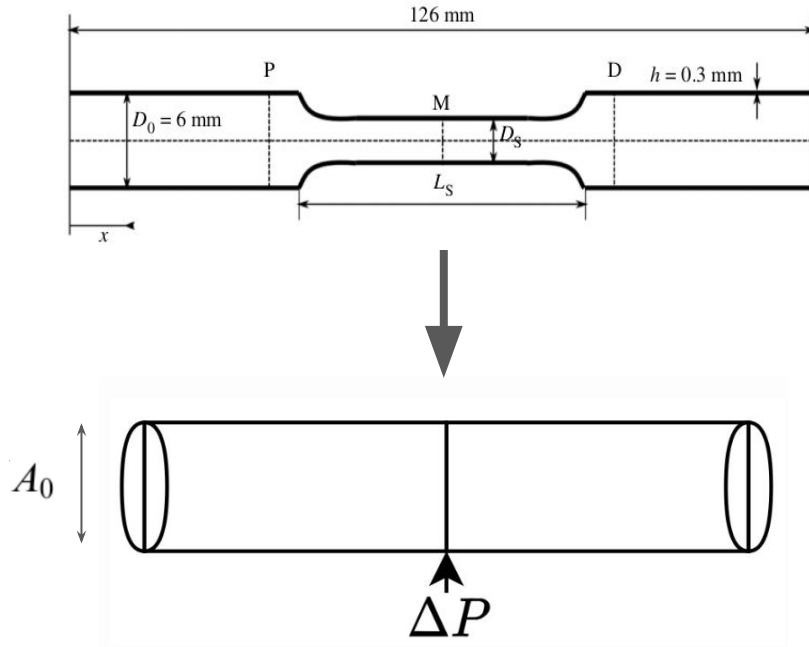


Гидродинамические модели кровотока



0-D модель:

задаем стеноз граничным условием на стыке сосудов



$$\Delta P = \frac{K_v \mu}{A_0 D_0} Q + \frac{K_t \rho}{2 A_0^2} \left(\frac{A_0}{A_s} - 1 \right)^2 Q |Q|$$

Symbols

Description

ρ

Density

μ

Viscosity

ζ

Velocity profile parameter

K_t

Expansion coefficient

K_v

Viscous coefficient

1. Записать новые граничные условия на стыке сосудов [1]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_i Q_i = 0, Q - \text{поток}, [\frac{\text{мл}}{c}]; \\ P_1 + \lambda \frac{\rho}{2} U_1^2 = P_i + \lambda \frac{\rho}{2} U_i^2 + \Delta P_i, \end{array} \right. \xrightarrow{\text{Переход к 0D - модели}} \left\{ \begin{array}{l} \sum_i Q_i = 0, Q - \text{поток}, [\frac{\text{мл}}{c}]; \\ P_1 = P_i + \Delta P_i, \end{array} \right.$$

$$Q = Au, \quad Q - \text{поток}, [\frac{\text{мл}}{c}];$$

A – площадь сечения сосуда,

u – скорость потока

$$i = 2, \dots, N$$

N – число сосудов на стыке

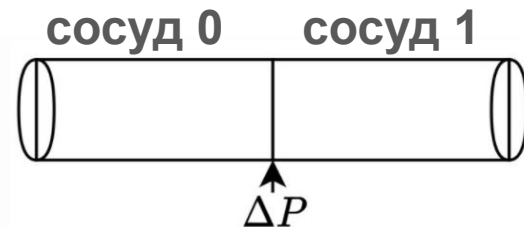
Допущения (давление и скорость зависят от площади сосуда):

$$P_i \sim \sqrt{A_i}$$

$$u_i \sim A_i$$

2. Решить преобразованную систему нелинейных уравнений

- Переделать матрицу Якоби
- Переделать расчет невязки



Система уравнений

(два сосуда):

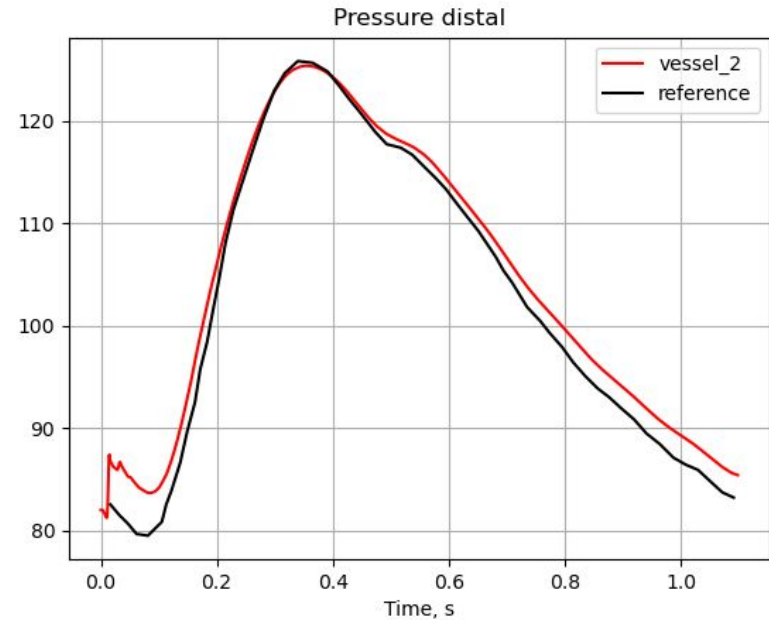
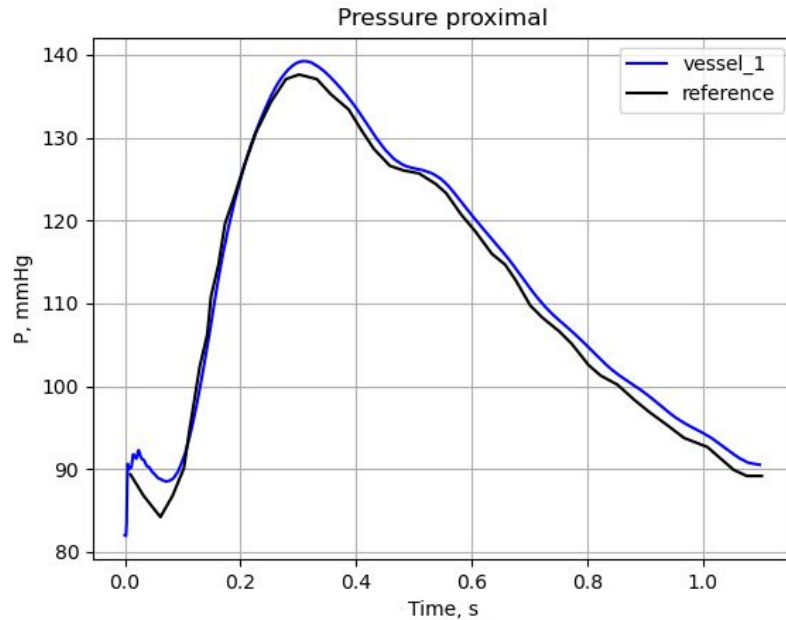
$$\begin{cases} A_0 u_0 + A_1 u_1 = 0 \\ p_0 - p_1 - \Delta p_1 = 0 \end{cases}$$

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial A_i u_i}{\partial A_0} & \frac{\partial A_i u_i}{\partial A_1} \\ \frac{\partial (p_0 - p_1 - \Delta p_1)}{\partial A_0} & \frac{\partial (p_0 - p_1 - \Delta p_1)}{\partial A_1} \end{pmatrix}, i = 0, 1$$

Загадка: “Матрица частных производных отображения стала премьер-министром Армении.”

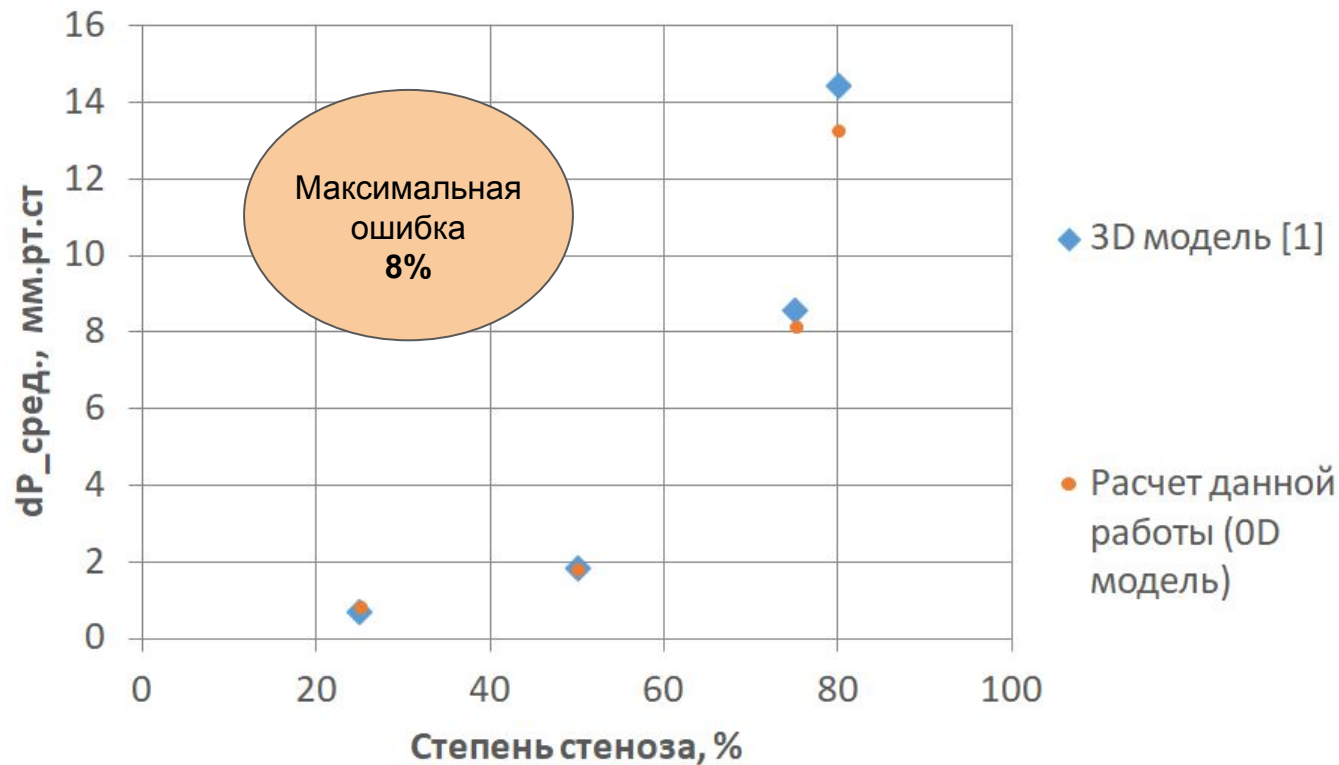
Ответ: Якобиан

Верификация 0-D модели с 3-D моделью



[reference] Jin W, Alastruey J. Arterial pulse wave propagation across stenoses and aneurysms: assessment of one-dimensional simulations against three-dimensional simulations and in vitro measurements. *J R Soc Interface*. 2021 Apr;18(177) doi: 10.1098/rsif.2020.0881

Сравнение усредненного по времени перепада давления



1D модель

$$\begin{aligned}\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial(AU)}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} &= \frac{f}{\rho A} \\ P &= P_d + \frac{\beta}{A_d} \left(\sqrt{A} - \sqrt{A_d} \right),\end{aligned}$$

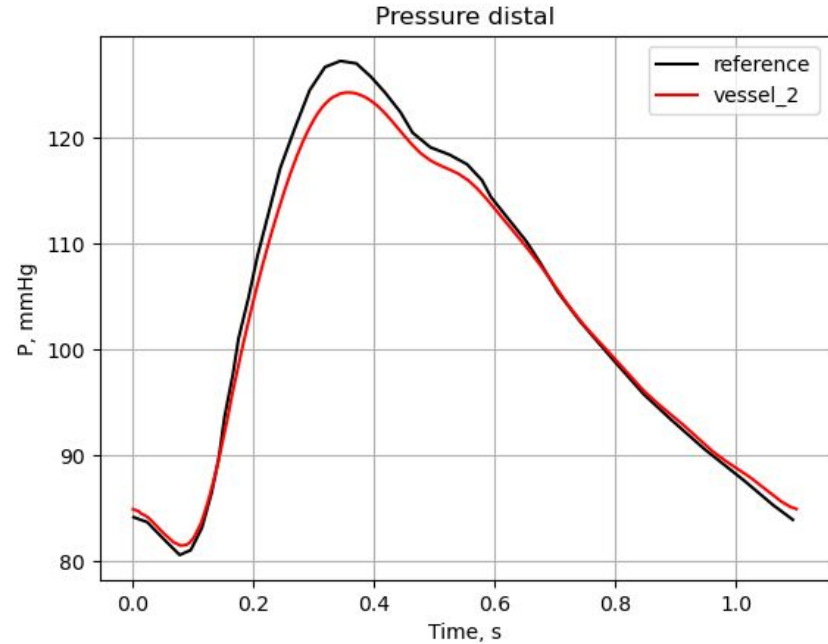
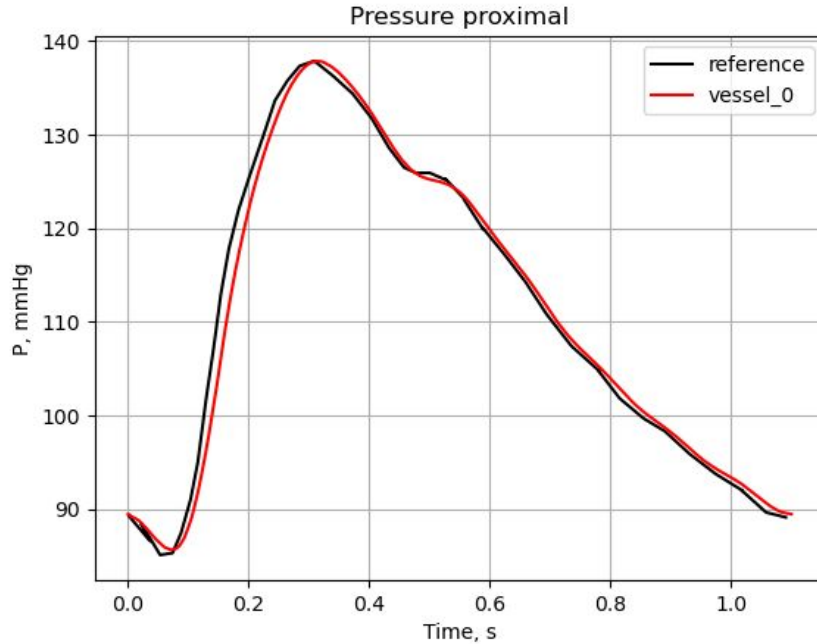
$$f = \eta U$$

$$\eta_0 = -2(\zeta + 2)\mu\pi$$

$$\eta_S = \eta_0 + \frac{-A_S^2 Q_0^2 \left[\frac{K_v}{Re_0} + \frac{K_t}{2} \left(\frac{A_0}{A_S} - 1 \right)^2 \right]}{A_0^2 Q_S L_S}$$

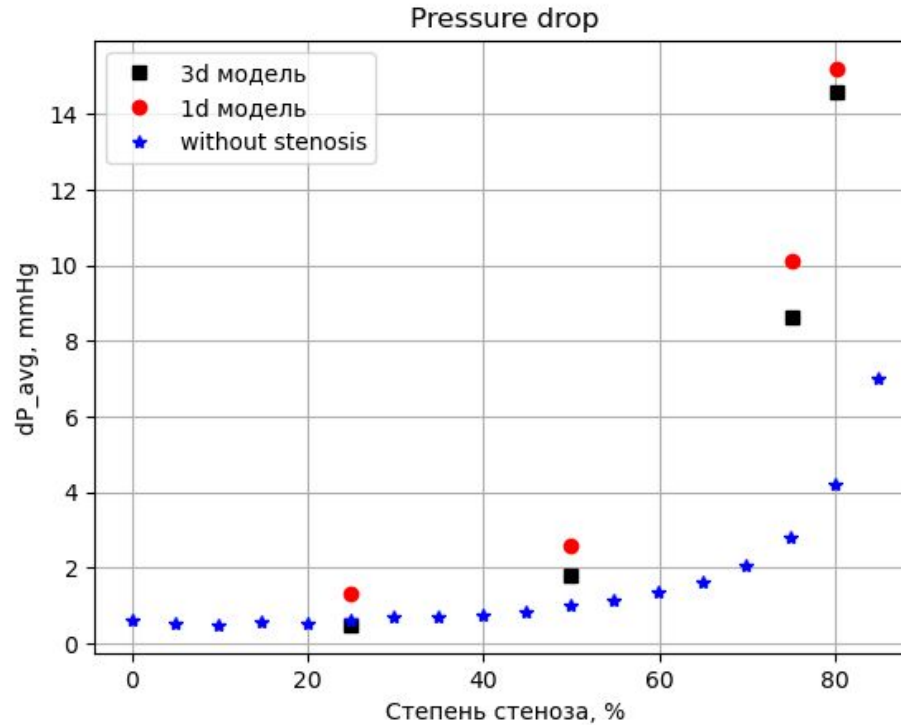
- Система уравнений 1D модели.
A - площадь поперечного сечения сосуда
U(x,t) - скорость кровотока
P(x,t) - давление
- Сила трения
- Вязкая функция потерь
- Вязкая функция потерь для участка со стенозом

Верификация 1-D модели с 3-D моделью



[reference] Jin W, Alastruey J. Arterial pulse wave propagation across stenoses and aneurysms: assessment of one-dimensional simulations against three-dimensional simulations and in vitro measurements. *J R Soc Interface*. 2021 Apr;18(177) doi: 10.1098/rsif.2020.0881

Сравнение перепадов давления



Выводы:

1. По величине ошибки 0-D модель точнее 1-D модели с дополнительным трением
2. При необходимости получить в результате одно число (показатель) малоразмерные модели сравнимы по точности с трёхмерными
3. Модифицированные модели показали лучшую точность, по сравнению с базовой 1-D

Команда 1:

- Баторова Валентина
реализация кода модели, оцифровка данных, презентация
- Кирсанова Анастасия
реализация кода модели, анализ данных, презентация
- Терентьева Юлия
изучение литературы, анализ данных
- Удалова Екатерина
изучение литературы, оцифровка данных

Команда 2:

- Тягунова Александра
Работа с кодом, изучение литературы
- Киреев Борис
Реализация кода модели, оцифровка данных, презентация
- Гребеников Дмитрий
работа с кодом, презентация

Руководители:

- Гамилов Тимур Мударисович
- Янбарисов Руслан Маратович