

Конкурсное задание:

# Решение нестационарного уравнения диффузии

---

Команда: Баторова В., Майданец А., Карпинский Н., Терентьева Ю.

Тьюторы: И.Н.Коньшин и А.А.Лёгкий

# Задача:

Рассматривается решение нестационарного уравнения диффузии с неизвестной  $U = U(x, y, z, t)$ :

$$\partial U / \partial t - \nabla(D \cdot \text{grad } U) = f(x, y, z, t),$$

где точка  $(x, y, z)$  принадлежит  $\Omega = [0; 1]^3$ , а время  $t$  рассматривается на отрезке  $[0; T]$ . Граничные условия:  $U(x, y, z, t) = g(x, y, z)$  на границе области  $\partial\Omega$ , а начальные условия:  $U(x, y, z, 0) = 0$  в начальный момент времени  $t_0 = 0$ . Пусть конечный момент времени  $T = 1$ .

Будем использовать диагональный тензор  $D$ :

$$D = \begin{bmatrix} d_x & 0 & 0 \\ 0 & d_y & 0 \\ 0 & 0 & d_z \end{bmatrix},$$

где  $d_x = 0.25$ ,  $d_y = 0.15$ ,  $d_z = 0.1$ . Зададим также начально-краевые условия:

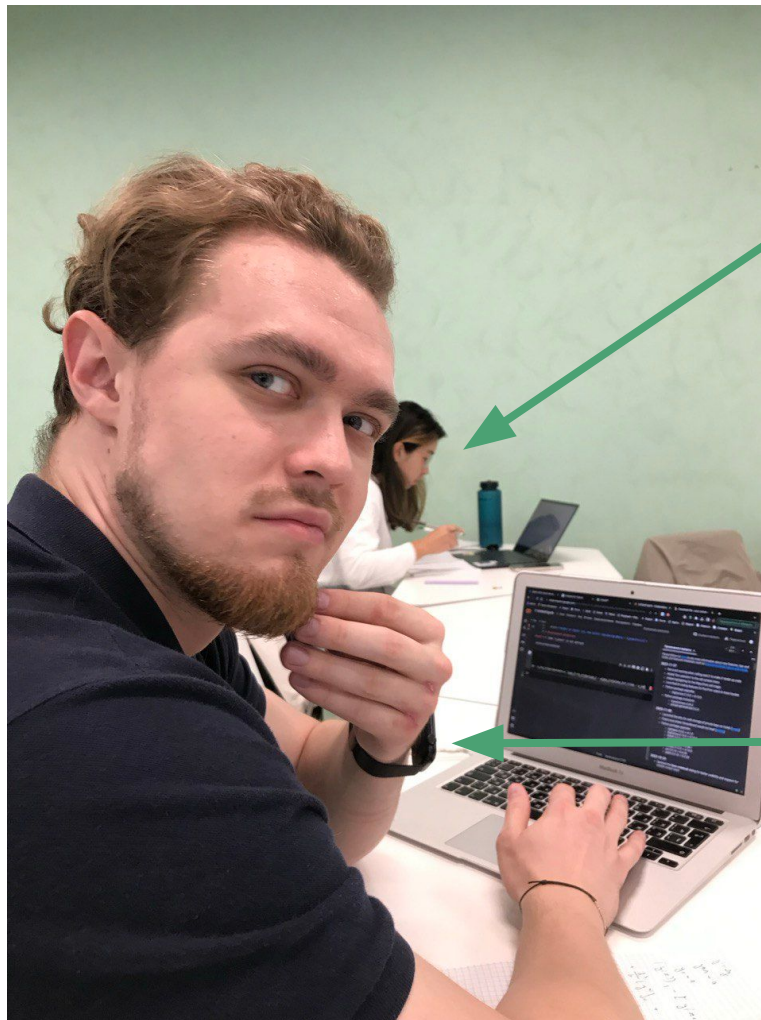
$$\begin{aligned} g(x, y, z) &= 0, \\ f(x, y, z) &= (d_x + d_y + d_z) \cdot \pi^2 \cdot \sin(\pi x) \sin(\pi y) \sin(\pi z). \end{aligned}$$

Решаемое уравнения имеет аналитическое решение:

$$U^* = \sin(\pi x) \sin(\pi y) \sin(\pi z) \cdot (1 - \exp(-(d_x + d_y + d_z) \cdot \pi^2 t)).$$

Требуется найти решение дискретного уравнения на время  $t = T$ .

Команда:



**ВАЛЯ:**

Заставляет работать команду и код.

**НИКИТА:**

Спонсирует команду  
мармеладками.

Отвечает за  
информационную  
безопасность на кластере.

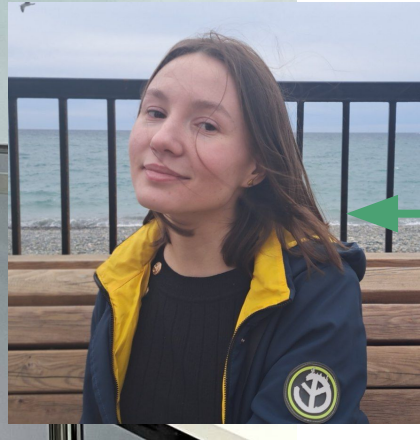
## Команда:



### САША:

Ответственный за отладку кода и визуализацию.

Эксперт по методу конечных разностей.



### ЮЛЯ:

Ответственная за чилл в группе.

Не эксперт по методу конечных разностей.



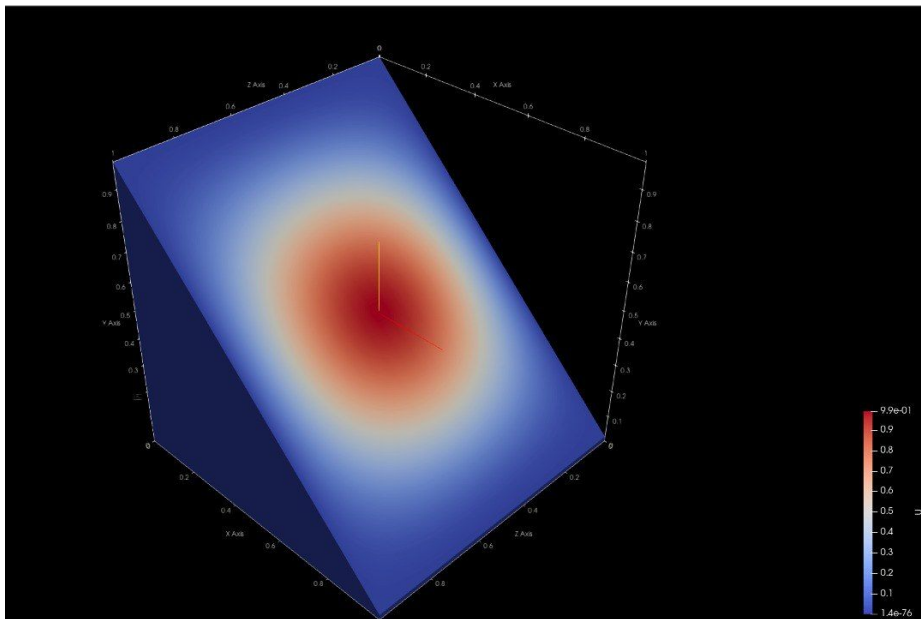
## C++ и метод конечных разностей:

```
double *cube = new double[N]; //текущий куб
double *next_cube = new double[N]; //следующий куб

//инициализация нулями
memset(cube, '0', sizeof(double)*N);
memset(next_cube, '0', sizeof(double)*N);

for (unsigned t = 1; t < NT; ++t){
    // Вложенные циклы по пространственным координатам
    double z = HZ;
    for (unsigned k = NY_NX; k < N - NY_NX; k += NY_NX){
        double y = HY;
        for (unsigned j = NX; j < NY_NX - NX; j += NX){
            double x = HX;
            for (unsigned i = 1; i < NX - 1; i += 1){
                // Вычисление нового значения в узле сетки
                unsigned n = i + j + k;
                next_cube[n] = cube[n] + HT * (F(x, y, z) + DX * LX(cube[n - 1],
                x += HX;
            }
            y += HY;
        }
        z += HZ;
    }
    // Обмен указателями между текущим и следующим состояниями
    auto p = cube;
    cube = next_cube;
    next_cube = p;
}
```

# Результаты:

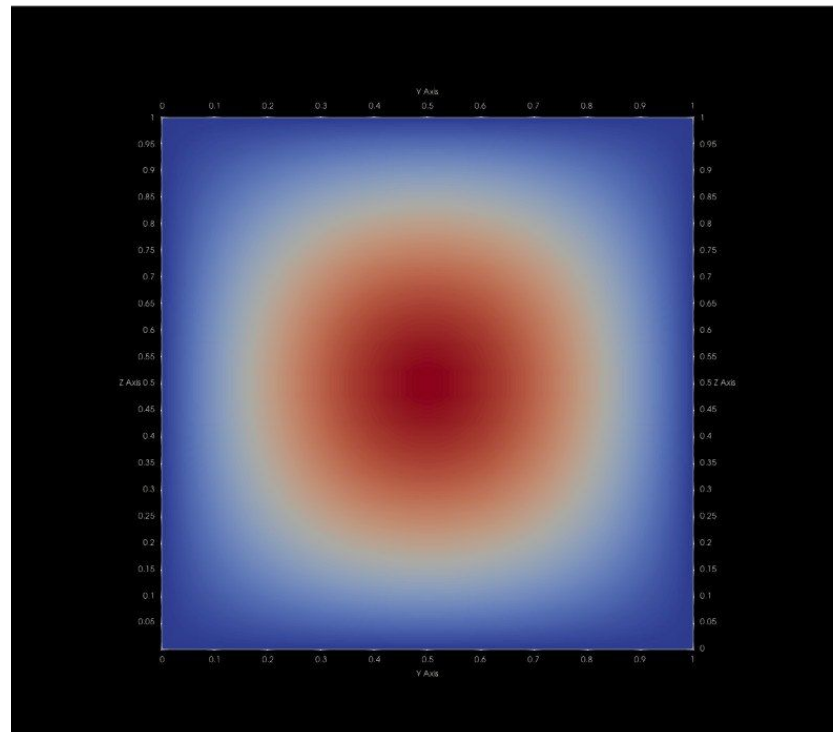


Ср.квадратичное  
отклонение решения:

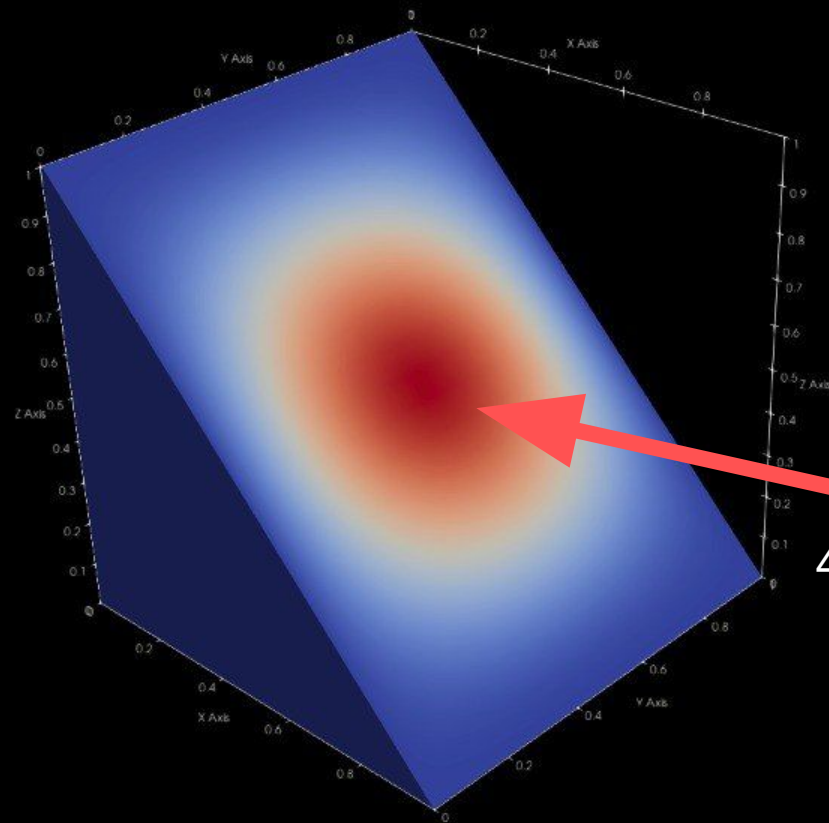
0.0442

Время работы  
программы (166.408  
узлов) :

**55 сек**

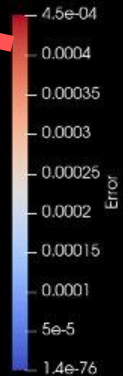


Error:



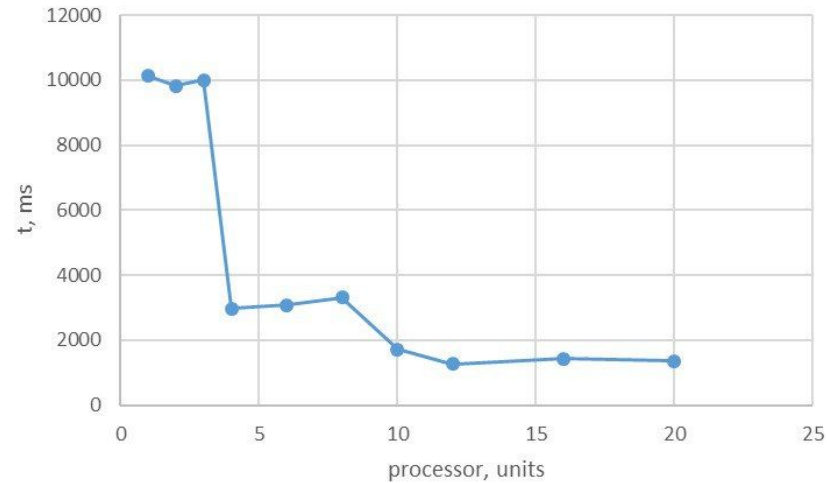
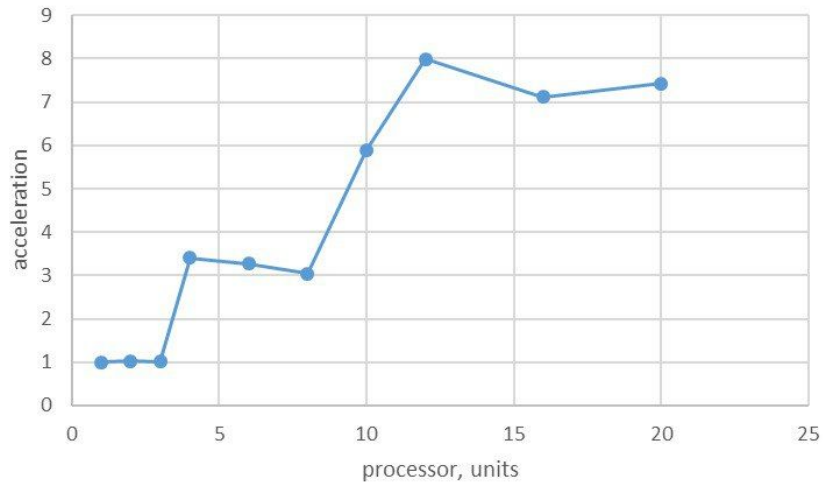
$$\text{delta} = \text{abs}(U_a - U_n)$$

$4.5 \times 10^{-4}$



# MPI (Message Passing Interface)

(подсчитано на кластере ИВМ РАН)



CPU	1	2	3	4	6	8	10	12	16	20
t (s)	10,1	9,8	10,04	2,98	3,1	3,3	1,7	1,3	1,4	1,3



# OpenMP

**t = 0.082 sec**

сюрприз!

```
runtime = 82204 mks  
runtime = 82 ms
```

```
for (unsigned t = 1; t < NT; ++t){  
    // Вложенные циклы по пространственным координатам  
    double z = HZ;  
    #pragma omp parallel for collapse(3)  
    for (unsigned k = NY_NX; k < N - NY_NX; k += NY_NX){  
        double y = HY;  
        for (unsigned j = NX; j < NY_NX - NX; j += NX){  
            double x = HX;  
            for (unsigned i = 1; i < NX - 1; i += 1){  
                // Вычисление нового значения в узле сетки  
                unsigned n = i + j + k;  
                next_cube[n] = cube[n] + HT * (F(x, y, z) + DX *  
                x += HX;  
            }  
            y += HY;  
        }  
        z += HZ;  
    }  
    // Обмен указателями между текущим и следующим состояниями  
    auto p = cube;  
    cube = next_cube;  
    next_cube = p;  
}
```

Directed by  
ROBERT B. WEIDE



**Спасибо за  
внимание!**

# С наступающим Новым Годом!



... и всем удачи на защите НИРов 25 дек.