

Trabalho Intermediário RNA 2020/2**Aluno:** Vítor Gabriel Reis Caitité**Matrícula:** 2016111849

1 Introdução

1.1 Objetivo

O objetivo do trabalho é aplicar os modelos de redes neurais artificiais estudados na disciplina a um problema prático referente a um conjunto de dados disponibilizado publicamente e que envolve o reconhecimento de sotaques por falantes em línguas diferentes, como Alemão, Francês e Inglês. Para facilitar o problema e utilizarmos apenas os métodos aprendidos até aqui, o trabalho considera apenas duas línguas, Francês e Inglês Britânico (ou seja, se trata de um problema de classificação binário).

1.2 Dados

Basicamente o arquivo contendo os dados de treinamento contém 1 coluna de Id (apenas um identificador) seguida de 12 colunas contendo os vetores de entrada x (12 coeficientes espectrais da fala), e por fim, uma última coluna contendo a classificação da língua correspondente o rótulo y daquela amostra. Foram disponibilizados 53 dados para treinamento.

Além disso, foi disponibilizado um conjunto de teste (é sobre esse conjunto que os resultados foram obtidos e enviados para avaliação). Assim como o arquivo de treino, o arquivo contendo os dados a serem testados contém um identificados e mais 12 colunas correspondendo as características de entrada extraídas. Foram disponibilizados 22 dados para teste.

2 Desenvolvimento

Inicialmente, buscou-se entender mais sobre os dados do problema e por se tratar de uma pequena quantidade de dados decidiu - se plotar gráficos das amostras usando apenas 2 dimensões de cada vez. Isso foi feito somente no intuito de tentar visualizar uma possível separação espacial. Esses gráficos podem ser vistos na Figura 1.

OBS: O problema será resolvido utilizando todas as 12 dimensões, nesse ponto buscou-se apenas investigar e mostrar uma possível separação espacial.

Como pode ser observado nos gráficos, e já era esperado, para alguns pares de variáveis de entrada tem-se uma separação mais clara e para outros isso não ocorre.

É interessante notar como algumas características de entrada são mais influentes em causar uma separação espacial que outras (por exemplo, na Figura 1, observa-se maior separação espacial em gráficos que têm a entrada X1 como um de seus eixos do que aqueles que possuem a entrada X2 como um de seus eixos). Apesar de a seleção de atributos não ser abordada nesse trabalho, vale destacar que ela desempenha uma tarefa essencial dentro do processo de pré-processamento em problemas mais complexos. Seu objetivo é selecionar os atributos mais importantes, pois atributos não relevantes e/ou redundantes podem reduzir a precisão e a compreensibilidade das hipóteses induzidas por algoritmos de aprendizado supervisionado.

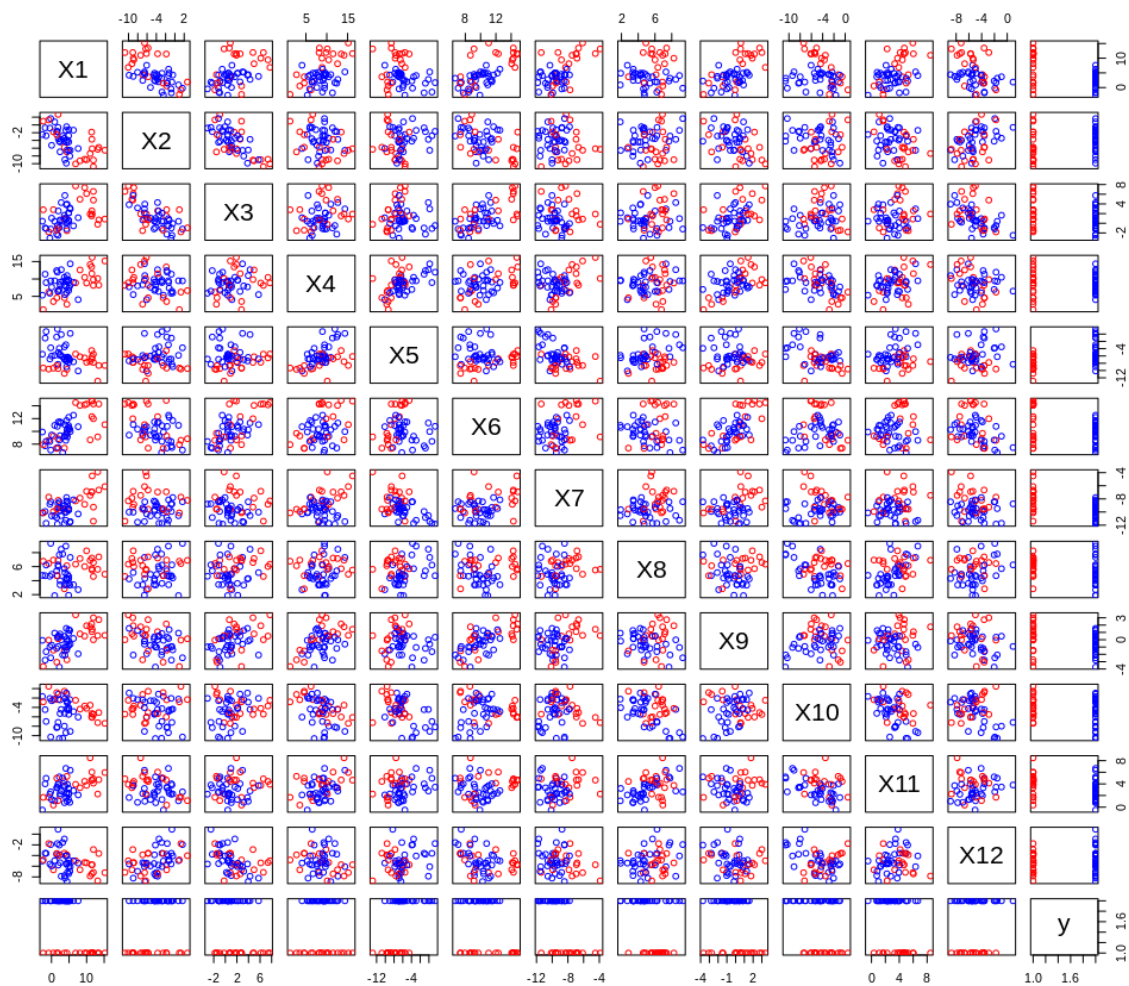


Figura 1: Amostras das 2 classes do conjunto de treinamento para todos os pares de variáveis de entrada. Fonte: Imagem produzida pelo autor utilizando a função de plot do R.

Feita essa análise inicial dos dados, o próximo passo, antes de partir de vez para resolução do problema de classificação de fato, foi realizar um escalonamento dos dados. O objetivo disso é alterar os valores das colunas numéricas no conjunto de dados para uma escala comum, aumentando a coesão dos tipos de entrada, sem distorcer as diferenças nos intervalos de valores. Esse processo pode gerar um impacto significativo no modelo.

Finalmente, terminada essa fase de pré-processamento, partiu-se para geração dos classificadores de fato. Inicialmente decidiu-se começar com o algoritmo do Perceptron Simples.

2.1 Perceptron Simples

Como se sabe, o perceptron simples pode ser utilizado para dividir duas classes linearmente separáveis. Ou seja, o modelo de classificador desenvolvido com esse perceptron de camada única (cuja a rede está mostrada na Figura 2) é na verdade um classificador linear. Dependendo da dimensão o problema esse classificador representa uma reta, um plano ou um hiperplano no espaço de entrada. Como estamos lidando com um problema com 12 variáveis de entrada, então o classificador gerado a partir do perceptron simples representará um hiperplano nesse espaço de entrada, tentando separar os dados linearmente.

Dito isso, é preciso reconhecer que apesar de estar aplicando primeiramente esse método, caso o problema apresente classes não linearmente separáveis, então a classificação feita apresentará um erro alto.

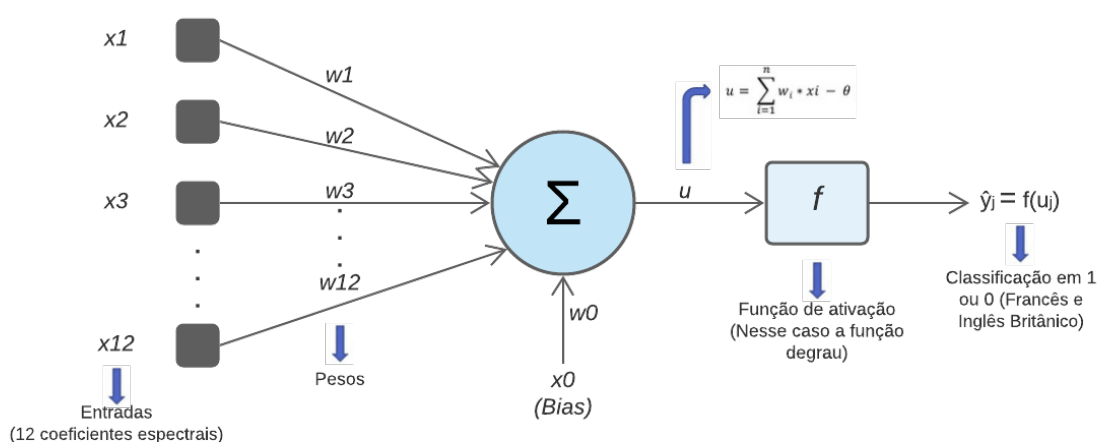


Figura 2: Rede Perceptron Simples. Fonte: Imagem produzida pelo autor

Utilizando - se o algoritmo de treinamento do perceptron simples apresentado durante a disciplina pôde-se, então, treinar o modelo. Esse algoritmo de treinamento baseia-se na aplicação da Equação 1 sobre os dados de treinamento até que o erro global atinja um critério de parada ou complete-se o número máximo de iterações passado como parâmetro.

$$w(t+1) = w(t) + \eta * e(t) * x(t) \quad (1)$$

onde:

- $w(t)$ - valores d vetor de pesos no instante t ;
- $e(t)$ - valor do erro no instante t ;
- $x(t)$ - vetor de entradas no instante t ;
- η - passo de treinamento.

A rede foi então treinada (invocou-se a função de treinamento, passando como parâmetros um passo de 0.1, uma tolerância de 0.01 e um máximo de épocas igual a 1000). Obteve-se uma acurácia de treinamento de 100%, o que indica que aparentemente as classes estavam sim linearmente separáveis. Assim, obteve-se o seguinte vetor de pesos w :

[1.65067954 (w_0); -1.28948662; -0.14778199; -0.30544622; 0.36410129; 1.73950845; -0.03441666; -0.45398101; -1.24740465; -0.13023062; -0.67522570; -0.61194051; 0.01362064]

Por fim, aplicou-se esse modelo para a classificação dos dados de teste e submeteu-se o resultado no *Kaggle*, obtendo-se uma acurácia de 0.90909 de acordo com o leaderboard do *Kaggle* ¹. Considerou-se esse resultado bastante positivo, principalmente por se tratar de um classificador linear, ou seja que depende das classes serem linearmente separáveis.

2.2 Máquinas de Aprendizado Extremo - ELM

Apesar da solução anterior parecer bastante satisfatória ainda era necessário continuar avançando. Para isso, esse próximo classificador que foi desenvolvido e testado segue o modelo ELM. O algoritmo da ELM nada mais é do que uma maneira diferente de treinar uma rede neural de apenas uma camada oculta. O princípio de funcionamento da ELM é o mesmo de uma RNA, todavia a metodologia de treinamento de uma ELM não é baseada em gradiente descendente. O treinamento da

¹This leaderboard is calculated with approximately 50% of the test data. The final results will be based on the other 50%, so the final standings may be different.

ELM é bastante simples e evita-se gasto computacional com métodos iterativos. Os pesos de entrada e o bias da camada escondida são escolhidos aleatoriamente. E os pesos da camada de saída são determinados analiticamente (sem ajuste iterativo de parâmetros). O princípio básico da ELM é que a matriz de pesos da camada escondida, selecionada aleatoriamente, seja suficientemente grande para garantir a separabilidade. Assim, garantida uma projeção linearmente separável, pode-se encontrar um separador linear de maneira analítica através da pseudo-inversa.

Para decidir-se o número de neurônios da camada escondida, separou-se os dados de treinamento em dados que realmente foram usados para treinamento (80%) e em dados que foram utilizados para validação (20%). Assim, rodou-se o algoritmo, validando-o para diferentes valores de neurônios e percebeu-se que com 20 neurônios na camada escondida obteve-se maior acurácia, com a solução normalmente acertando todas as classificações. Então, reagrupou-se os dados novamente em um conjunto de treinamento, treinou-se o modelo e aplicou-se aos dados de teste. Ao submeter os resultados obteve-se uma acurácia de 100% de acordo com o leaderboard do *Kaggle*, alcançando assim o resultado final que foi enviado para avaliação.

2.3 Redes RBF

Apesar de já se ter alcançado o objetivo do trabalho, para fins didáticos decidiu-se testar também um classificador baseado no modelo de redes RBF (*Radial Basis Functions Neural Networks*). Esse tipo de rede é caracterizada pela utilização de funções radiais nos neurônios da camada escondida, cujas as respostas são combinadas de maneira linear para gerar a saída.

Utilizou-se um algoritmo de treinamento de uma rede RBF com centros e raios selecionados a partir do algoritmo *K-means* (método de *Clustering* que visa particionar n observações dentre k grupos onde cada observação pertence ao grupo mais próximo da média).

Utilizando a mesma estratégia de validação explicada na subseção anterior encontrou-se que o melhor resultado com esse método foi obtido utilizando 5 neurônios na camada escondida (ou seja, aplicando o algoritmo *K-means* com 5 *clusters*).

Contudo há de se citar que esse método não conseguiu obter uma acurácia de teste de 100%, como o anterior. A acurácia de teste máxima obtida foi 0.9545455.

OBS: À título de curiosidade testou-se também um classificador baseado em uma RBF com centros selecionados aleatoriamente (como feito na lista 8), porém esse modelo obteve os piores resultados com acurácias de teste entre 70% e 80%.

3 Anexo - Códigos Utilizados

3.1 Treinamento Perceptron Simples

```

1 trainPerceptron <- function ( xin , yd , eta , tol , maxepocas , par )
2 {
3   dimxin<-dim( xin )
4   N <-dimxin[ 1 ]
5   n<-dimxin[ 2 ]
6   if ( par==1){
7     wt<-as.matrix ( runif(n+1) - 0.5)
8     xin<-cbind ( 1 , xin )
9   } else {
10    wt<-as.matrix ( runif ( n ) - 0.5)
11  }
12  nepocas<-0
13  eepoca<-tol + 1
14
15  evec<-matrix ( nrow =1 , ncol=maxepocas )
16  while( ( nepocas < maxepocas ) && ( eepoca>tol ) )
17  {
18    ei2<-0
19    xseq<-sample(N)
20    for ( i in 1:N)
21    {
22      irand<-xseq[i]
23      yhati<-1.0 * ( ( xin[irand , ] %*% wt ) >= 0 )
24      ei<-yd[irand]- yhati
25      dw<-as.vector(eta) * as.vector(ei) * xin[ irand , ]
26      wt<-wt+dw
27      ei2<-ei2 + ei * ei
28    }
29    nepocas<-nepocas+1
30    evec[ nepocas ]<-ei2/N
31
32    eepoca<-evec[nepocas]
33  }
34  retlist<-list ( wt, evec[ 1:nepocas]
35  return (retlist)
36 }

```

Listing 1: Função de treinamento de um perceptron simples em R

3.2 Resposta do Perceptron Simples

```

1 yperceptron <- function(xvec , w, par){
2   # xvec: vetor de entrada
3   # w: vetor de pesos

```

```

4 # par: se adiciona ou nao o vetor de 1s na entrada
5 # yperceptron: resposta do perceptron
6 if ( par==1){
7   xvec<-cbind ( 1 , xvec )
8 }
9 u <- xvec %*% w
10 y <- 1.0 * (u>=0)
11 return(as.matrix(y))
12 }

```

Listing 2: Função que calcula a resposta de um perceptron simples em R

3.3 Classificador Utilizando o Perceptron Simples

```

1 rm(list=ls())
2 source("~/Documents/UFMG/9/Redes Neurais/TP1/prediction-competition-
  accent-recognition/Simple_Perceptron/trainPerceptron.R")
3 source("~/Documents/UFMG/9/Redes Neurais/TP1/prediction-competition-
  accent-recognition/Simple_Perceptron/yperceptron.R")
4 source("~/Documents/UFMG/9/Redes Neurais/exemplos/escalonamento_matrix.
  R")
5 library(caret)
6
7 # Carregando base de dados:
8 path <- file.path("~/Documents/UFMG/9/Redes Neurais/TP1/prediction-
  competition-accent-recognition/databases", "treino.csv")
9 data_train <- read.csv(path)
10 path <- file.path("~/Documents/UFMG/9/Redes Neurais/TP1/prediction-
  competition-accent-recognition/databases", "teste.csv")
11 data_test <- read.csv(path)
12
13 # Separando dados de entrada e saida e treino e teste:
14 x_train <- as.matrix(data_train[1:53, 2:13])
15 class <- as.matrix(data_train[1:53, 14])
16 y_train <- rep(0,53)
17 for (count in 1:length(class)) {
18   if (class[count] == 1 ){
19     y_train[count] <- 1
20   }
21   else{
22     y_train[count] <- 0
23   }
24 }
25 x_test <- as.matrix(data_test[1:22, 2:13])
26
27 # Escalonando os valores dos atributos para que fiquem restritos entre
  0 e 1
28 x_all <- rbind(x_train, x_test)

```

```

29 x_all <- staggeringMatrix(x_all, nrow(x_all), ncol(x_all))
30 x_train <- x_all[1:53, ]
31 x_test <- x_all[54:75, ]
32
33 # Treinando modelo:
34 retlist<-trainPerceptron(x_train, y_train, 0.1, 0.01, 1000, 1)
35 W<-retlist[[1]]
36
37 # Calculando acuracia de treinamento
38 length_train <- length(y_train)
39 y_hat_train <- as.matrix(yperceptron(x_train, W, 1), nrow = length_
  train, ncol = 1)
40 accuracy_train <- 1-((t(y_hat_train-y_train) %*% (y_hat_train-y_train))
  /length_train)
41
42 # Rodando dados de teste:
43 y_hat_test <- as.matrix(yperceptron(x_test, W, 1), nrow = length_test,
  ncol = 1)
44 y <- ifelse(y_hat_test == 0, -1, 1)
45
46 Id <- 54:75
47 table <- data.frame(Id, y)
48 write.csv(table, "prediction_perceptron.csv", row.names = FALSE)

```

Listing 3: Classificador para o problema proposto, utilizando um perceptron simples em R

3.4 Treinamento de ELMs

```

1 library("corpcor")
2
3 trainELM <- function(xin, yin, p, par){
4   n <- dim(xin)[2] # Dimensao da entrada
5
6   #Adiciona ou nao o termo de polarizacao
7   if(par == 1){
8     xin<-cbind(1,xin)
9     Z<-replicate(p, runif(n+1, -0.5, 0.5))
10  }
11  else{
12    Z<-replicate(p, runif(n, -0.5, 0.5))
13  }
14  H<-tanh(xin %*% Z)
15
16  W<-pseudoinverse(H)%*%yin
17  #W<-(solve(t(H) %*% H) %*% t(H)) %*% yin
18
19  return(list(W,H,Z))

```



```
20 }
```

Listing 4: Função de treinamento de ELMs em R

3.5 Resposta da Rede ELM

```
1 YELM<-function(xin, Z, W, par){
2   n<-dim(xin)[2]
3
4   # Adiciona ou nao termo de polarizacao
5   if(par == 1) {
6     xin<-cbind(1, xin)
7   }
8   H<-tanh(xin%*%Z)
9   y_hat<-sign(H %*% W)
10  return(y_hat)
11 }
```

Listing 5: Função que calcula a resposta de uma rede ELM em R

3.6 Classificador Utilizando uma Rede ELM

```
1 rm(list=ls())
2 source("~/Documents/UFMG/9/Redes Neurais/TP1/prediction-competition-
  accent-recognition/ELM/trainELM.R")
3 source("~/Documents/UFMG/9/Redes Neurais/TP1/prediction-competition-
  accent-recognition/ELM/YELM.R")
4 source("~/Documents/UFMG/9/Redes Neurais/exemplos/escalamento_matrix.
  R")
5 library(caret)
6
7 # Carregando base de dados:
8 path <- file.path("~/Documents/UFMG/9/Redes Neurais/TP1/prediction-
  competition-accent-recognition/databases", "treino.csv")
9 data_train <- read.csv(path)
10 path <- file.path("~/Documents/UFMG/9/Redes Neurais/TP1/prediction-
  competition-accent-recognition/databases", "teste.csv")
11 data_test <- read.csv(path)
12
13 # Separando dados de entrada e saída e treino e teste:
14 x_train <- as.matrix(data_train[1:53, 2:13])
15 y_train <- as.matrix(data_train[1:53, 14])
16 x_test <- as.matrix(data_test[1:22, 2:13])
17
18 # Escalonando os valores dos atributos para que fiquem restritos entre
  0 e 1
19 x_all <- rbind(x_train, x_test)
```

```

20 x_all <- staggeringMatrix(x_all, nrow(x_all), ncol(x_all))
21 x_train <- x_all[1:53, ]
22 x_test <- x_all[54:75, ]
23
24 p <- 20 # numero de neuronios
25 executions <- 31
26 results <- matrix(nrow = nrow(x_test), ncol = executions)
27 for (index in 1:executions){
28   # Treinando modelo:
29   retlist<-trainELM(x_train, y_train, p, 1)
30   W<-retlist[[1]]
31   H<-retlist[[2]]
32   Z<-retlist[[3]]
33
34   # Calculando acuracia de treinamento
35   length_train <- length(y_train)
36   y_hat_train <- as.matrix(YELM(x_train, Z, W, 1), nrow = length_train,
37                             ncol = 1)
37   accuracy_train<-((sum(abs(y_hat_train + y_train)))/2)/length_train
38   #print(accuracy_train)
39
40   # Rodando dados de teste:
41   y_hat_test <- as.matrix(YELM(x_test, Z, W, 1), nrow = length_test,
42                             ncol = 1)
42   results[,index] <- y_hat_test
43 }
44
45 y <- rep(0, 22)
46 for (index in 1:22) {
47   if(sum(results[index,] == 1) > (executions/2)){
48     y[index] <- 1
49   }
50   else{
51     y[index] <- -1
52   }
53 }
54
55 Id <- 54:75
56 table <- data.frame(Id, y)
57 write.csv(table, "prediction_eml20.csv", row.names = FALSE)

```

Listing 6: Classificador para o problema proposto, utilizando uma rede ELM em R

3.7 Treinamento de RBFs

```

1 # Funcao de treinamento de uma rede RBF.
2 library("corpcor")
3

```

```

4 trainRBF <- function(xin, yin, p){
5   ##### Funcao radial Gaussiana #####
6   pdfnvar<-function(x,m,K,n){
7     if (n==1) {
8       r<-sqrt(as.numeric(K))
9       px<-(1/(sqrt(2*pi*r*r)))*exp(-0.5 * ((x-m)/r)^2)
10    }
11    else {
12      px<-((1/(sqrt((2*pi)^n * (det(K)))))) * exp (-0.5 * (t(x-m) %*% (
13        solve(K)) %*% (x-m)))) #eq 6.5
14    }
15  }
16  N<-dim(xin)[1] # numero de amostras
17  n<-dim(xin)[2] # dimensao de entrada (deve ser maior que 1)
18
19  xin <- as.matrix(xin) # garante que xin seja matriz
20  yin <- as.matrix(yin) # garante que yin seja matriz
21
22  # Aplica o algoritmo kmeans para separar os clusters
23  xclust<-kmeans(xin, p)
24
25  # Armazena vetores de centros das funcoes:
26  m <- as.matrix(xclust$centers)
27  covlist <- list()
28
29  # Estima matrizes de covariancia para todos os centros:
30  for ( i in 1:p)
31  {
32    ici <- which(xclust$cluster == i )
33    xci <- xin [ici, ]
34    if(n==1){
35      covi <- var(xci)
36    }
37    else{
38      row <- dim(xci)[1];
39      if(is.null(row)){
40        row <- 0
41      }
42      # Para garantir que nao hamera erro (caso tenha apenas uma linha)
43      if(row > 1){
44        covi <- cov(xci)
45      }
46      else{
47        # cov de 2 linhas iguais que vai dar 0
48        covi <- cov(matrix(c(xci, xci), nrow = 2))
49      }
50    }
51    covlist [[i]] <- covi

```

```

52 }
53
54 H <- matrix(nrow = N, ncol = p)
55 # Calcula matriz H
56 for (j in 1:N) {
57   for (i in 1:p) {
58     mi <- m[i, ]
59     covi <- covlist[i]
60     covi <- matrix(unlist(covlist[i]), ncol = n, byrow = T) + 0.001 *
        diag(n)
61     H[j,i] <- pdfnvar(xin[j, ], mi, covi, n)
62   }
63 }
64
65 Haug <- cbind(1, H)
66 W <- pseudoinverse(Haug) %*% yin
67
68 return (list(m, covlist, W, H))
69 }

```

Listing 7: Função de treinamento da rede RBF em R

3.8 Resposta da Rede RBF

```

1 # Funcao que calcula a saida de uma rede RBF.
2 library("corpcor")
3
4 YRBF <- function(xin, modRBF){
5   ##### Funcao radial Gaussiana #####
6   pdfnvar<-function(x,m,K,n){
7     if (n==1) {
8       r<-sqrt(as.numeric(K))
9       px<-(1/(sqrt(2*pi*r*r))) * exp(-0.5 * ((x-m)/r)^2)
10    }
11    else {
12      px<-((1/(sqrt((2*pi)^n * (det(K))))) * exp (-0.5 * (t(x-m) %*% (
        solve(K)) %*% (x-m))))
13    }
14  }
15  #####
16  N <- dim(xin)[1] # numero de amostras
17  n <- dim(xin)[2] # dimensao de entrada (deve ser maior que 1)
18  m <- as.matrix(modRBF[[1]])
19  covlist <- modRBF[[2]]
20  p <- length(covlist) # Numero de funcoes radiais
21  W <- modRBF [[3]]
22
23  xin <- as.matrix(xin) # garante que xin seja matriz

```

```

24
25 H <- matrix(nrow = N, ncol = p)
26 # Calcula matriz H
27 for (j in 1:N) {
28   for (i in 1:p) {
29     mi <- m[i, ]
30     covi <- covlist[i]
31     covi <- matrix(unlist(covlist[i]), ncol = n, byrow = T) + 0.001 *
       diag(n)
32     H[j,i] <- pdfnvar(xin[j, ], mi, covi, n)
33   }
34 }
35
36 Haug <- cbind(1, H)
37 Yhat <- Haug %*% W
38 return(Yhat)
39 }

```

Listing 8: Função que calcula a resposta de uma rede RBF em R

3.9 Classificador Utilizando uma Rede RBF

```

1 rm(list=ls())
2 source("~/Documents/UFMG/9/Redes Neurais/TP1/prediction-competition-
  accent-recognition/RBF_kmeans/trainRBF.R")
3 source("~/Documents/UFMG/9/Redes Neurais/TP1/prediction-competition-
  accent-recognition/RBF_kmeans/YRBF.R")
4 source("~/Documents/UFMG/9/Redes Neurais/exemplos/escalamento_matrix.
  R")
5 library(caret)
6
7 # Carregando base de dados:
8 path <- file.path("~/Documents/UFMG/9/Redes Neurais/TP1/prediction-
  competition-accent-recognition/databases", "treino.csv")
9 data_train <- read.csv(path)
10 path <- file.path("~/Documents/UFMG/9/Redes Neurais/TP1/prediction-
  competition-accent-recognition/databases", "teste.csv")
11 data_test <- read.csv(path)
12
13 # Separando dados de entrada e saída e treino e teste:
14 x_train <- as.matrix(data_train[1:53, 2:13])
15 y_train <- as.matrix(data_train[1:53, 14])
16 x_test <- as.matrix(data_test[1:22, 2:13])
17
18 # Escalonando os valores dos atributos para que fiquem restritos entre
  0 e 1
19 x_all <- rbind(x_train, x_test)
20 x_all <- staggeringMatrix(x_all, nrow(x_all), ncol(x_all))

```

```

21 x_train <- x_all[1:53, ]
22 x_test <- x_all[54:75, ]
23
24 p <- 5 # numero de neuronios
25 executions <- 31
26 results <- matrix(nrow = nrow(x_test), ncol = executions)
27 for (index in 1:executions){
28   # Treinando modelo:
29   modRBF<-trainRBF(x_train, y_train, p)
30
31   # Calculando acuracia de treinamento
32   length_train <- length(y_train)
33   y_hat_train <- as.matrix(YRBF(x_train, modRBF), nrow = length_train,
34                             ncol = 1)
34   yt <- (1*(y_hat_train >= 0) - 0.5)*2
35   accuracy_train<-((sum(abs(yt + y_train)))/2)/length_train
36   print(accuracy_train)
37
38   # Rodando dados de teste:
39   y_hat_test <- as.matrix(YRBF(x_test, modRBF), nrow = length_test,
40                             ncol = 1)
40   yt <- (1*(y_hat_test >= 0) - 0.5)*2
41   results[,index] <- yt
42 }
43
44 y <- rep(0, 22)
45 for (index in 1:22) {
46   if(sum(results[index,] == 1) > (executions/2)){
47     y[index] <- 1
48   }
49   else{
50     y[index] <- -1
51   }
52 }
53
54 Id <- 54:75
55 table <- data.frame(Id, y)
56 write.csv(table, "prediction_rbf5.csv", row.names = FALSE)

```

Listing 9: Classificador para o problema proposto, utilizando uma rede RBF em R

3.10 Escalonamento dos Dados

```

1 # Funcao que recebe uma matriz e suas dimensoes e retorna uma matriz
2 # de mesma dimensao porem com sua colunas escalonadas.
3 staggeringMatrix <- function(matrix, rows, columns ){
4   staggeredMatrix <- matrix(rep(0, rows*columns), ncol = columns, nrow
5     = rows)

```

```
5 # Escalonando dados:
6 for (j in 1:columns) {
7   for (i in 1:rows) {
8     staggeredMatrix[i,j] <- (matrix[i,j] - min(matrix[,j])) / (max(
9       matrix[,j]) - min(matrix[,j]))
10   }
11 }
12 return(staggeredMatrix)
```

Listing 10: Função para escalonamento dos dados de uma matriz em R