

#### Análisis Estadístico de Redes Sociales: Taller #1

Valentina Cardona Saldaña

### Ejercicio #1

Al reproducir los ejemplos 3.1, 3.2, 3.3, 4.2 y 4.4 de Gestión de datos relacionales en **Python** utilizando **NetworkX**, se encontró que todos los ejemplos pudieron replicarse exitosamente.

En el ejercicio 3.1 se presentó un ejemplo de una red binaria simple no dirigida y no ponderada, con un orden de 7 y un tamaño de 10 (Figura 1). Posteriormente, en el ejercicio 3.2, se introdujeron pesos aleatorios a esta red, convirtiéndola en una red ponderada no dirigida; el grosor de las líneas en la Figura 2 representa dichos pesos en los enlaces entre nodos. Para el ejercicio 3.3 se nos introdujo una nueva red, esta vez binaria dirigida. En esta ocasión, además de asignar etiquetas a los nodos, se les asignó el atributo "sexo" (Figura 3).

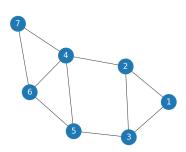


Figure 1: Red binaria no dirigida

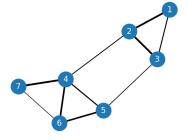


Figure 2: Red ponderada no dirigida

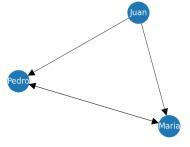


Figure 3: Red binaria dirigida

En el ejercicio 4.2 se tomó nuevamente la red binaria no dirigida (Figura 1), de la cual se extrajo su matriz de adyacencia y una versión vectorizada exhaustiva de la triangular inferior. En el ejercicio 4.4, se generó artificialmente una matriz de aristas mediante iteraciones.

								1
0	1	1	0	0	0	0		1
0	1	1	0	0	Ü	0		2
1	0	1	1	0	0	0		2
1	1	0	0	1	0	0		_
0	1	0	0	1	1	1		3
-	1	1	1	1	1	0		$_4$
)	0	1	1	0	1	0	4400004400040444404	4
)	0	0	1	1	0	1	$1 \; 1 \; 0 \; 0 \; 0 \; 0 \; 1 \; 1 \; 0 \; 0 \; $	
)	0	0	1	0	1	0		4
U	U	U	1	U	1	U		5
Matriz de adyacencia						9	Versión vectorizada	6
						a	(Triangular inferior)	

Matriz de aristas generada

Considerando el grafo propuesto en el ejercicio, se obtiene

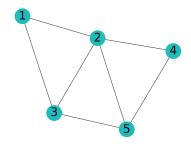


Figure 4: Red binaria no dirigida

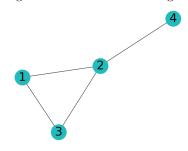


Figure 5: Subgrafo con 4 nodos

- Orden del grafo: 5.
- Tamaño del grafo: 7.
- Diámetro del grafo: 2.
- Grado de cada vértice:
  - Nodo 1 es: 2.
  - Nodo 2 es: 4.
  - Nodo 3 es: 3.
  - Nodo 4 es: 2.
  - Nodo 5 es: 3.

# Ejercicio #3

Considerando el digrafo propuesto en el ejercicio, se obtiene

- Orden del digrafo: 5.
- Tamaño del digrafo: 8.
- Diámetro del digrafo: 3.
- Grado de entrada:
  - Nodo 1 es: 1.
  - Nodo 2 es: 0.
  - Nodo 3 es: 2.
  - Nodo 4 es: 2.
  - Nodo 5 es: 3.
- Grado de salida:
  - Nodo 1 es: 1.
  - Nodo 2 es: 3.
  - Nodo 3 es: 2.
  - Nodo 4 es: 1.
  - Nodo 5 es: 1.

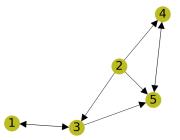


Figure 6: Red binaria dirigida

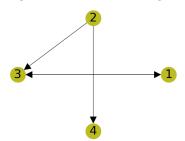


Figure 7: Subgrafo con 4 nodos

Grafos isomorfos:

1 y 2 son isomorfos.1 y 3 son isomorfos.

2 y 3 son isomorfos.4 y 5 son isomorfos.4 y 6 son isomorfos.

• 5 y 6 son isomorfos.

Se presentan todos los posibles estados triádicos no dirigidos, identificando los isomorfos.

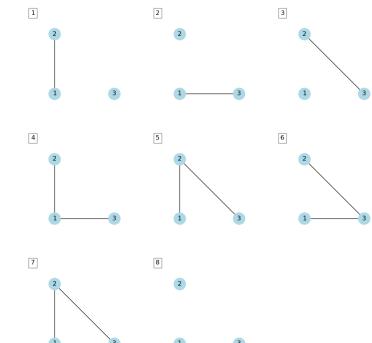


Figure 8: Posibles estados triádicos

# Ejercicio #5

Se presentan todos los grafos (no dirigidos) conectados con 4 vértices, excluyendo los grafos isomorfos.

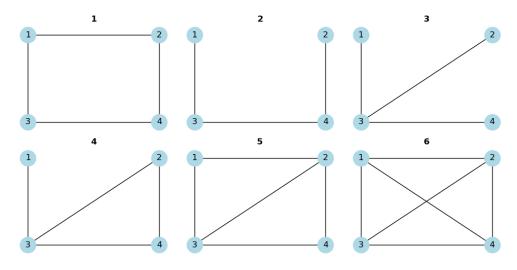


Figure 9: Grafos conectados con 4 vértices

Se generó una red no dirigida de 25 nodos mediante la creación de enlaces aleatorios, donde la probabilidad de éxito de cada enlace era de 0.1.

(1, 4)	(1,9)	(1, 12)	(1, 18)	(1, 20)	(2, 6)	(4, 13)	(5, 11)	(5, 12)	(6, 11)
(6, 18)	(7, 10)	(7, 17)	(8, 22)	(9, 15)	(10, 11)	(10, 13)	(11, 19)	(12, 21)	(13, 16)
(13, 20)	(13, 21)	(14, 22)	(15, 17)	(15, 18)	(15, 20)	(16, 21)	(16, 23)	(18, 23)	(21, 23)

Matriz de aristas (Red simulada 1)

Posteriormente, se representó gráficamente tanto el grafo como la socio-matriz obtenidos a partir de la reconstrucción de la matriz de adyacencia.

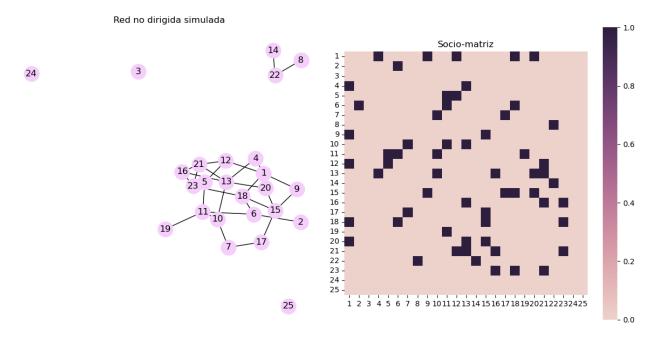


Figure 10: Grafo y Socio-Matriz de Red Simulada 1

# Ejercicio #7

Se generó una red no dirigida de 25 nodos mediante la creación de enlaces aleatorios, donde la probabilidad de éxito de cada enlace era de 0.1.

Matriz de adyacencia (Red simulada 2)

Posteriormente, se representó gráficamente tanto el grafo como la socio-matriz obtenidos a partir de la reconstrucción de la matriz de aristas y lista de vértices.

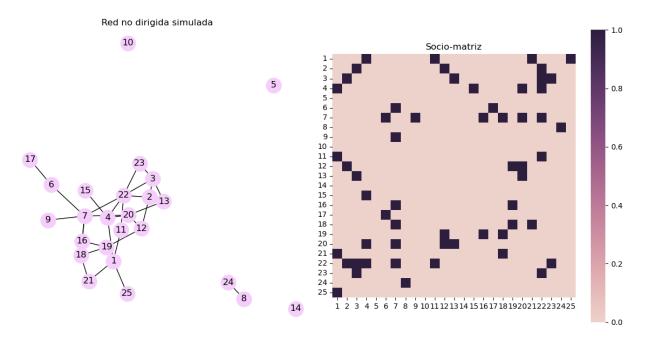
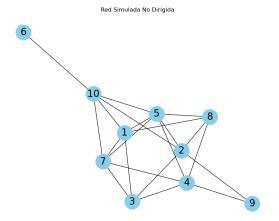


Figure 11: Grafo y Socio-Matriz de Red Simulada 2

A continuación se presentan ejemplos generados mediante una rutina diseñada para simular redes, tanto dirigidas como no dirigidas, utilizando enlaces aleatorios con una probabilidad de éxito específica. Cada gráfico se genera acompañado de su correspondiente representación vectorizada de la matriz de adyacencia. En el caso de redes no dirigidas, se proporciona el vector correspondiente a la triangular inferior; sirva de ejemplo:



15 18 18 7 7 11 8 16 17 19

Red Simulada No Dirigida

Figure 12: Red no dirigida de orden 10 con probabilidad de éxito 0.5

Figure 13: Red no dirigida de orden 20 con probabilidad de éxito 0.3

En el caso de redes dirigidas, la rutina proporciona tanto la triangular inferior como la triangular superior de la matriz de adyacencia:

Vector Figura 14. Red dirigida de orden 5 con probabilidad de éxito 0.8

Triangular inferior: (0 0 0 0 0 0 0 0 0 0)

Triangular superior: (1 1 1 1 1 1 1 1 1)

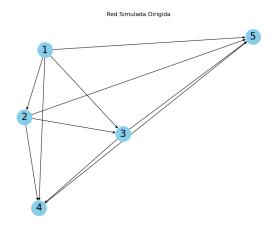


Figure 14: Red dirigida de orden 5 con probabilidad de éxito 0.8

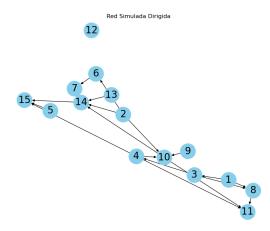


Figure 15: Red dirigida de orden 15 con probabilidad de éxito 0.1

A partir del archivo addhealth.RData, se realizaron exploraciones sobre las variables contenidas en él. Se identificaron tres **variables nodales** principales: *female*, *race* y *grade*, las cuales representan atributos asociados a los vértices del grafo. Todas estas variables se consideran de tipo discreto. En contraste, entre las **variables relacionales**, que se refieren a atributos de las aristas, solamente se encontró *activities*, la cual es una variable continua.

El digrafo resultante de estos datos mostró un orden de 248, un tamaño de 1.264 y un diámetro de 7.

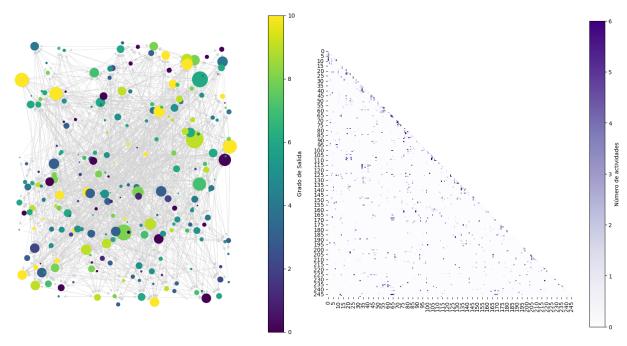


Figure 16: Grafo: Grado de salida (color) y de entrada (tamaño)

Figure 17: Socio-matriz: # de actividades reportadas

Se realizó una visualización de la red como ejercicio, utilizando un grafo y una socio-matriz (Figuras 16 y 17 respectivamente). En el grafo, se representaron el grado de entrada y el grado de salida de cada nodo. El color de los nodos indica el grado de salida, mientras que el tamaño de los nodos indica el grado de entrada. Además, para la socio-matriz, se convirtió el grafo dirigido en uno no dirigido, ya que el número de actividades extracurriculares reportadas se puede considerar una variable no dirigida.

En cuanto al grafo, se observa que los nodos más propensos a recibir relaciones (grado de entrada) no siempre son los mismos que los más propensos a emitirlas (grado de salida). Esto se evidencia al analizar los cinco nodos con los mayores enlaces entrantes y salientes:

#### Top 5 nodos más receptivos:

- 1. Nodo 29 con grado de entrada: 19.
- 2. Nodo 44 con grado de entrada: 17.
- 3. Nodo 181 con grado de entrada: 17.
- 4. Nodo 150 con grado de entrada: 15.
- 5. Nodo 129 con grado de entrada: 15.

#### Top 5 nodos más emisores:

- 1. Nodo 86 con grado de salida: 10.
- 2. Nodo 150 con grado de salida: 10.
- 3. Nodo 8 con grado de salida: 10.
- 4. Nodo 215 con grado de salida: 10.
- 5. Nodo 12 con grado de salida: 10.

Finalmente, al analizar la socio-matriz, es difícil discernir las particularidades de cada nodo debido a la gran cantidad de ellos. Sin embargo, se observa que la mayoría de las diadas nodales participaron en menos de 6

actividades extracurriculares, e incluso la mayoría parece haber participado en menos de 2.

#### Ejercicio #10

En la sección 2.4.2 (Special Types of Graphs, p. 24) del libro de Kolaczyk and Csárdi (2020), se ilustra la noción de "todas las formas y tamaños" con los ejemplos de 4 familias de grafos que se muestran a continuación (réplica en **Python**).

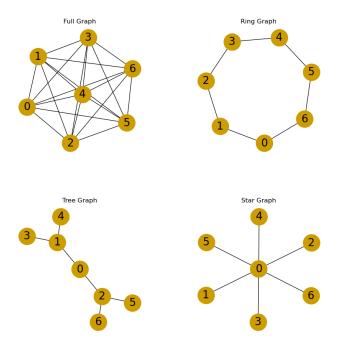


Figure 18: Familias de grafos

Por otra parte, un **grafo bipartito** es un G = (V, E) tal que el conjunto de vértices V puede dividirse en dos conjuntos disjuntos, digamos  $V_1$  y  $V_2$ , y cada arista en E tiene un punto final en  $V_1$  y el otro en  $V_2$  [1].

#### Proyección de Actores:

- ('actor1', 'actor2')
- ('actor2', 'actor3')

#### Proyección de Películas:

• ('movie1', 'movie2')

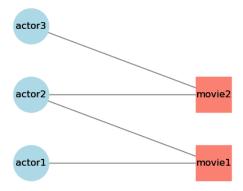


Figure 19: Grafo bipartito

# References

[1] E.D. Kolaczyk and G. Csárdi. Statistical Analysis of Network Data with R. Use R! Springer International Publishing, 2020.