Programa de Engenharia Civil

Disciplina: Modelagem de processos em engenharia de reservatórios e poços
Professor: Paulo Couto
Nome : Vivian de Carvalho Rodrigues
DRE: 121010011

Enunciado

4. Apresente as equações que governam o escoamento bifásico gás–água em um reservatório produtor de gás conforme mostra a Figura 2. O reservatório possui espessura h. Considere que a água é capaz de reter gás em solução.

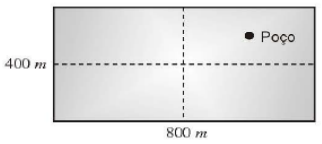

Figura 2. Geometria para a solução da questão 4.

Resolução

Adaptando as equações de balanço da massa para escoamento trifásico, apresentadas na aula 4, as equações que governam o escoamento bifásico do problema são:

- Água

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\varphi S_w}{B_w}\right)_{VC} = -\nabla \bullet \left(\lambda_w\left(\nabla P_w - \gamma_w \nabla z\right)\right) + \dot{q}_{w,std}$$

- Gás

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\varphi S_g}{B_g} + R_s\frac{\varphi S_w}{B_w}\right)_{VC} = -\nabla \bullet \left[\lambda_g\left(\nabla P_g - \gamma_g \nabla z\right) + R_s\lambda_w\left(\nabla P_w - \gamma_w \nabla z\right)\right] + \dot{q}_{g,std,total}$$

Este modelo possui variáveis dependentes: Pw, Pg, Sw e Sg:

$$S_w + S_g = 1$$

$$P_{cgw}\left(S_w + S_g\right) = P_g - P_w$$

Onde:

- $\lambda_w = \frac{\check{k}\, k_{rw}}{B_w \mu_w}$
- $\lambda_g = \frac{\check{k}\, k_{rg}}{B_g \mu_g}$
- $B_g = \frac{(V_{gi})_{Rescon}}{(V_g)_{std}} = f(P_g)$
- $B_w = \frac{(V_w + V_{gd})_{Rescon}}{(V_w)_{std}} = f(P_w)$
- $R_s = \left(\frac{V_{gd}}{V_w}\right)_{std} = f(P_w)$
- $\rho_w = \frac{1}{B_w}\left(\rho_w, std + R_s\, \rho_g, std\right)$
- $\rho_g = \frac{1}{B_g}\left(\rho_g, std\right)$

As condições de contorno e inicial (fronteira selada):

$$\frac{\partial^2 P\,(x,y,t)}{\partial x^2} = 0 \qquad em \qquad y = 0\,; y = 400m \quad t > 0$$

$$\frac{\partial^2 P\,(x,y,t)}{\partial y^2} = 0 \qquad em \qquad x = 0\,; x = 800m \quad t > 0$$

$$p = pressão\ inicial \qquad em \qquad 0 \le x \le 800\,m\,; \quad 0 \le y \le 400\,m \quad t = 0$$

As condições de contorno e inicial (pressão prescrita na fronteira):

$$p = pressão\ inicial \qquad em \qquad y = 0\,; y = 400m \quad t > 0$$

$$p = pressão\ inicial \qquad em \qquad x = 0\,; x = 800m \quad t > 0$$

$$p = pressão\ inicial \qquad em \qquad 0 \le x \le 800\,m\,; \quad 0 \le y \le 400\,m \quad t = 0$$

Disciplina: Modelagem de processos em engenharia de reservatórios e poços
Professor: Paulo Couto
Nome : Vivian de Carvalho Rodrigues
DRE: 121010011

Enunciado

5. Um poço está localizado no centro de um reservatório circular de espessura h conforme mostra a Figura 3. Levando em consideração um escoamento radial 2D bifásico óleo-água, **apresente as equações e condições de contorno** que governam o problema.

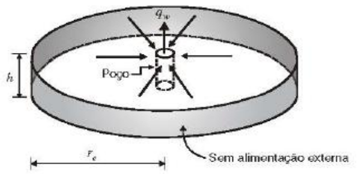

Figura 3. Geometria para a solução da questão 5.

Resolução

Adaptando as equações de balanço da massa para escoamento trifásico, apresentadas na aula 4, as equações que governam o escoamento bifásico do problema são:

- Óleo

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\varphi S_o}{B_o}\right)_{VC} = -\nabla \bullet \left(\lambda_o(\nabla P_o - \gamma_o \nabla z)\right) + \dot{q}_{o,std}$$

- Água

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\varphi S_w}{B_w}\right)_{VC} = -\nabla \bullet \left(\lambda_w(\nabla P_w - \gamma_w \nabla z)\right) + \dot{q}_{w,std}$$

Este modelo possui variáveis dependentes: Pw, Po, Sw e So:

$$S_w + S_o = 1$$

$$P_{cow}(S_w) = P_o - P_w$$

Onde:

- $\lambda_w = \frac{\check{k}\, k_{rw}}{B_w \mu_w}$
- $\lambda_o = \frac{\check{k}\, k_{ro}}{B_o \mu_o}$
- $B_o = \frac{(V_o)_{Rescon}}{(V_o)_{std}} = f(P_o)$
- $B_w = \frac{(V_w)_{Rescon}}{(V_w)_{std}} = f(P_w)$
- $\rho_w = \frac{1}{B_w}(\rho_w, std)$
- $\rho_o = \frac{1}{B_o}(\rho_o, std)$

As condições de contorno e inicial:

$$\frac{1}{\eta}\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial P}{\partial r}\right) \qquad t > 0$$

$$P\,(r,t) = P_{ini} \qquad t = 0$$

$$\lim_{r \to 0}\left(r\frac{\partial P}{\partial r}\right) = -\frac{q_{o,std} B_o \mu}{2\pi k h} - \frac{q_{w,std} B_w \mu}{2\pi k h} \qquad t > 0$$

$$\lim_{r \to \infty} P\,(r,t) = P_{ini} \qquad t > 0$$

$$\left.\frac{dP}{dr}\right|_{r=re} = 0\ (fronteira\ externa\ impermeável) \qquad t > 0$$