Disciplina:CPC-777 Modelagem e simulação de reservatórios

Professor (es): Paulo Couto

Aluno (a): Vivian de Carvalho Rodrigues

DRE: 121010011

**Relatório: Lista 2**

Sumário

[1. Introdução 2](#_Toc83969978)

[2. Problema 1 2](#_Toc83969979)

[2.1 Resolução 2](#_Toc83969980)

[3. Problema 2 4](#_Toc83969981)

[3.1 Resolução 5](#_Toc83969982)

[3.2 Discretização explícita 6](#_Toc83969983)

[3.3 Discretização implícita 8](#_Toc83969984)

[4. Resultados 10](#_Toc83969985)

[4.1 Analítico 10](#_Toc83969986)

[4.2 Numérico – esquema explícito 10](#_Toc83969987)

[4.3 Numérico – esquema implícito 13](#_Toc83969988)

[5. Conclusão 14](#_Toc83969989)

[6. Referências bibliográficas 14](#_Toc83969990)

[Anexos 15](#_Toc83969991)

# Introdução

Este relatório tem por objetivo apresentar a resolução dos problemas referentes a Lista 2 da disciplina Modelagem e simulação de reservatórios (CPC 777).

# Problema 1

Provar a através de Séries de Taylor que as seguintes aproximações são verdadeiras [1]:

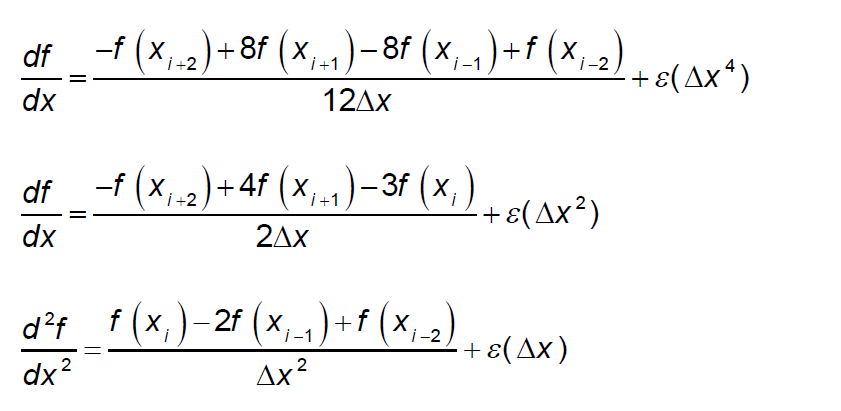


Figura 1 – Enunciado do problema 1 da lista 2 [1]

1. Resolução

[3] A série de Taylor é definida da seguinte forma, para um ponto x em torno de ‘a’e ‘x>a’:

(Eq.1)[2]

Para um ponto em torno de ‘a’ e ‘x < a’:

(Eq.2)[2]

Fazendo

Onde

Então seguindo a expansão da ST no entorno de xi:

Subtraindo (ii) de (i)

*(I)*

Subtraindo (iv) de (iii)

*(II)*

Fazendo 8 (I) – II

Isolando f’(xi), obtém-se, portanto:

Fazendo 4 (i) – (iii)

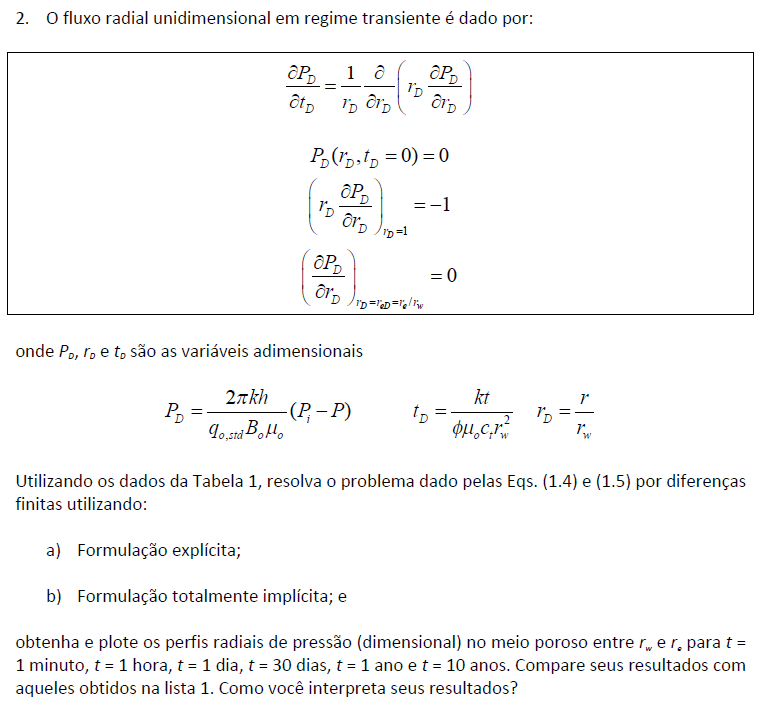
Isolando f’(xi), obtém-se, portanto:

Fazendo (iv) – 2(ii)

+ +

Isolando f’’(xi), obtém-se, portanto:

# Problema 2



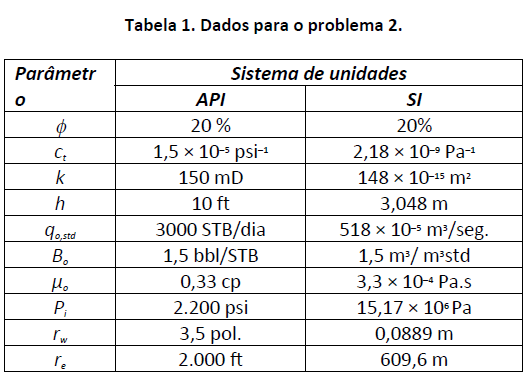


Figura 2 - Enunciado do problema 2 da lista 2 [1]

1. Resolução

Seguindo os passos de resolução descrito em [2], a aproximação *forward* da derivada primeira de f (xi)

ou

Equação 1 - Aproximação *foward* da derivada primeira [2]

A aproximação centrada da derivada primeira é dada por:

ou

Equação 2 - Aproximação *central* da derivada primeira [2]

Ainda, para a aproximação centrada a derivada de segunda ordem fica da seguinte maneira:

ou

Equação 3 - Aproximação *central* da derivada segunda [2]

De acordo com [2], a equação do problema de fluxo unidimensional em regime transiente a ser resolvido:

Equação 4 – Equação da difusividade para fluxo radial em regime transiente - analítico [2]

Onde

Desenvolvendo a equação acima pela regra da cadeia e, substituindo as derivadas pelas aproximações da Série de Taylor *forward*, para a derivada temporal, e centrada para as derivadas espaciais:

Equação 5 – Equação da difusividade para fluxo radial em regime transiente – discreto

O termo 𝜃 identifica o tempo t0 e t no qual o termo difusivo é calculado[4].

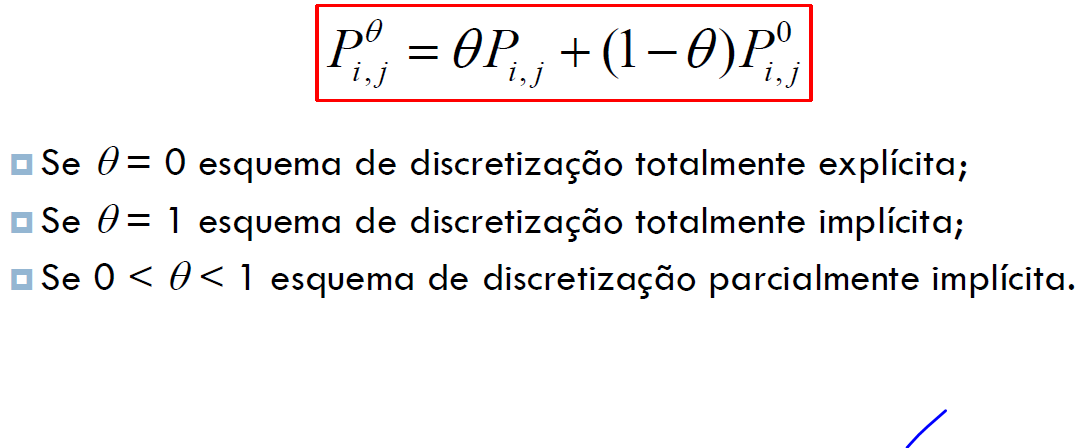


Figura 3 – Opções de esquema de discretização [4]

1. Discretização explícita

As informações para o cálculo da variável dependente (pressão) no nó i são provenientes do tempo anterior (𝜃 = 0, condição inicial):

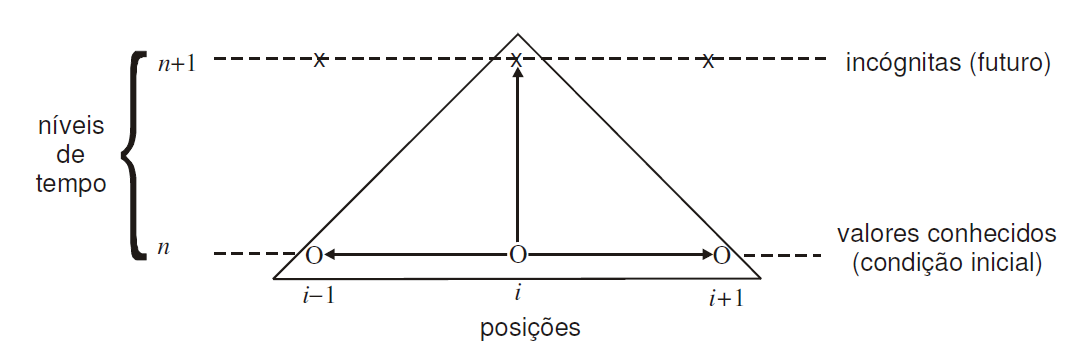


Figura 4 – Discretização usando o método explícito[2]

Então:

Equação 6 – Equação da difusividade para fluxo radial em regime transiente – esquema explícito

Resolvendo a equação para única incógnita Pi

Equação 7 –Pressão no nó i- regime transiente – esquema explícito

Onde os termos entre parênteses são chamados de “transmissibilidade do nó” (τ), assim:

Onde

[5] Na fronteira r = rw (r → 0 ou i =0), avaliando a equação abaixo, quando r ~0

Equação 8 – Equação do problema de fluxo radial unidimensional

É possível observar que:

Por L’Hopital:

Então:

Portanto a equação 8 para r ~0:

Equação 9 – Equação do problema de fluxo radial unidimensional – numérico para r~0

De acordo com [5] e [4], para resolver P-1 fictício, utiliza-se a condição de simetria no nó i = 0

então

Portanto, substituindo a igualdade acima na equação 9

Equação 10 – Equação do problema de fluxo radial unidimensional – numérico para r~0

ou

1. Discretização implícita

[4]As informações de cálculo da variável dependente (pressão) no nó i são provenientes inteiramente do tempo atual (𝜃 = 0, as equações resultantes que compõem o sistema linear serão todas acopladas):

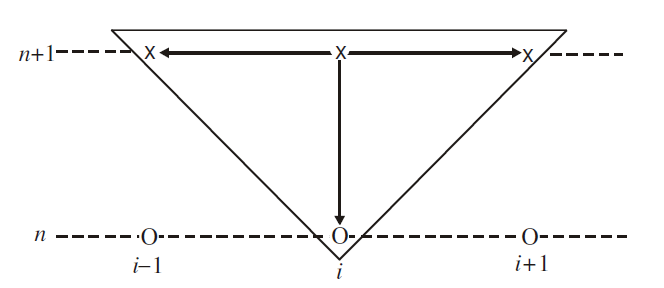


Figura 5 - Discretização usando o método implícito [2]

Então:

Equação 11 – Equação da difusividade para fluxo radial em regime transiente – esquema implícito

Resolvendo a equação para a incógnita Pi

Equação 12 –Equação acoplada da pressão no nó i - regime transiente – esquema implícito

Ou

Portanto é possível organizar a equação 12 da seguinte forma (em termos das transmissibilidades):

Equação 11 –Equação acoplada da pressão no nó i - regime transiente – esquema implícito

Considerando, por exemplo uma malha com 5 pontos:

1 2 3 4 5

Em outras palavras:

Portanto para uma malha de n pontos:

O campo de pressões a ser calculado será:

# Resultados

Para a implementação numérica, foi utilizada a linguagem de programação em Python. O problema analítico foi implementado junto ao código para comparação dos resultados.

Os códigos estão nos anexos.

1. Analítico

O resultado do problema analítico (Exercício 1 - Lista 1) está reproduzido na imagem abaixo.

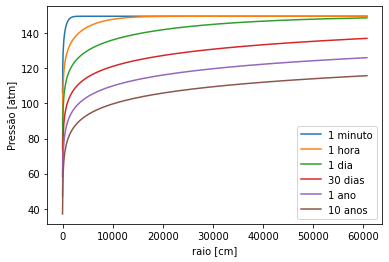


Figura 6 – Caso analítico

1. Numérico – esquema explícito

O resultado do caso numérico com as equações descritas não apresentou variação de pressão independentemente do tempo utilizado.

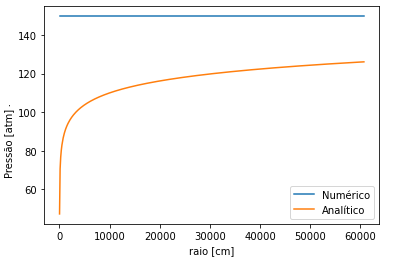


Figura 7 – Curva de 1 ano numérico (equações originais)

Na tentativa de verificar a implementação, foi verificado que pode estar faltando, nas formulações, algum termo relativo à vazão.

Para efeito de teste, as equações 7 e 10 foram modificadas para a seguinte maneira:

Resultando nos gráficos abaixo:

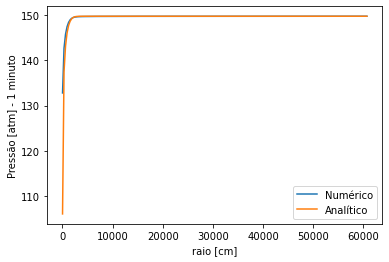


Figura 8 – Numérico - explícito – 1 minuto (equações modificadas)

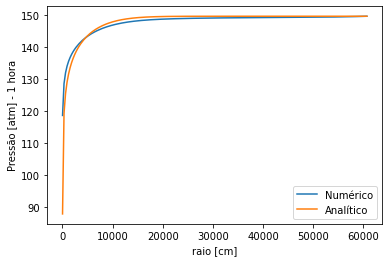


Figura 9 - Numérico - explícito – 1 hora (equações modificadas)

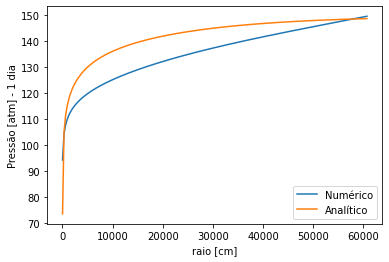


Figura 10 - Numérico - explícito – 1 dia (equações modificadas)

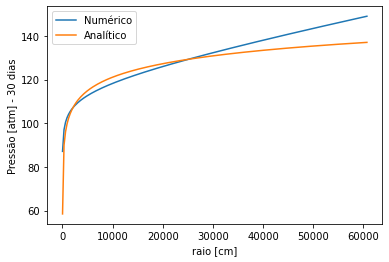


Figura 11 - Numérico - explícito – 30 dias (equações modificadas)

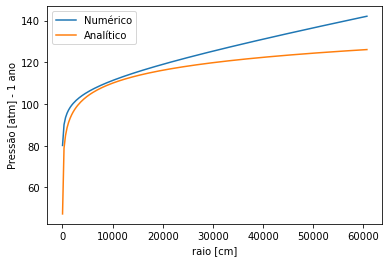


Figura 12 - Numérico - explícito – 1 ano (equações modificadas)

1. Numérico – esquema implícito

Os resultados com as equações originais estão apresentados abaixo.

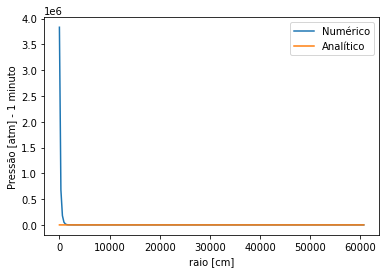


Figura - Numérico - implícito – 1 minuto (equações originais)

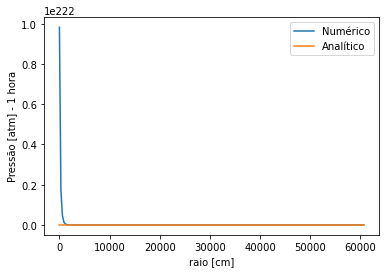


Figura - Numérico - implícito – 1 hora (equações originais)

Assim como o esquema explícito, há a necessidade de se reavaliar as formulações.

# Conclusão

Foi identificado que pode haver algum problema nas formulações (pré-tratamento dos dados de entrada). Uma vez confirmada a equações que regem o problema, uma verificação se na implementação do código também se faz necessária.

Para o esquema explícito, o programa possui limitações de tempo de rodada para análises maiores que 1 ano (4 horas de simulação). Por isso não foi apresentado o resultado numérico de 10 anos para o esquema explícito.

No esquema implícito também é necessária a realização de verificações adicionais, pois os resultados são inconsistentes.

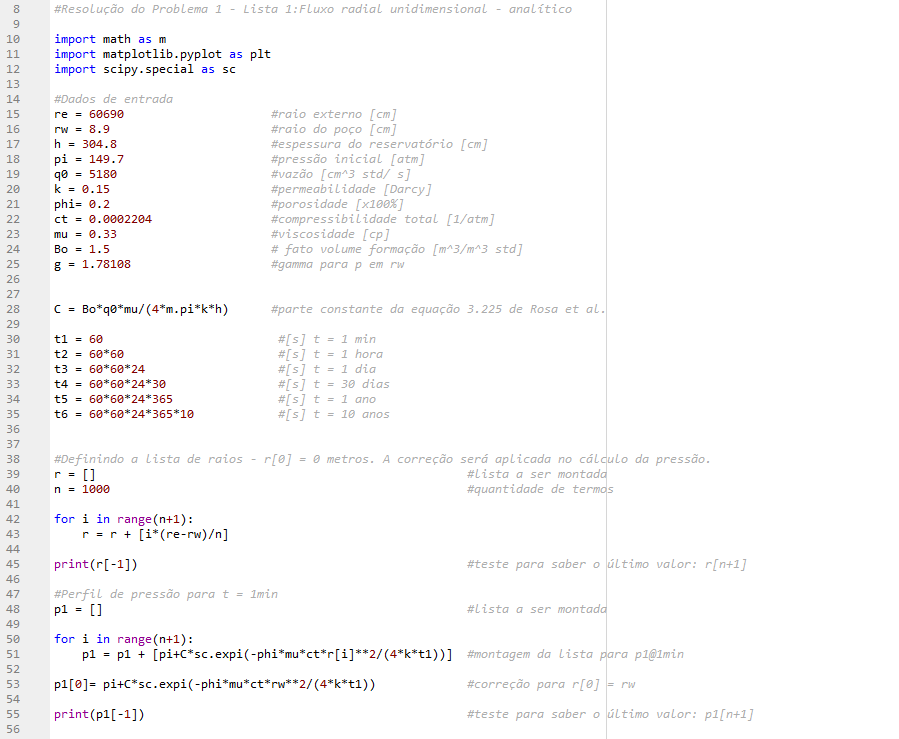
Embora os resultados não sejam como o esperado, não houve problemas na implementação do código. Os programas estão rodam sem apresentar nenhum erro de sintaxe.

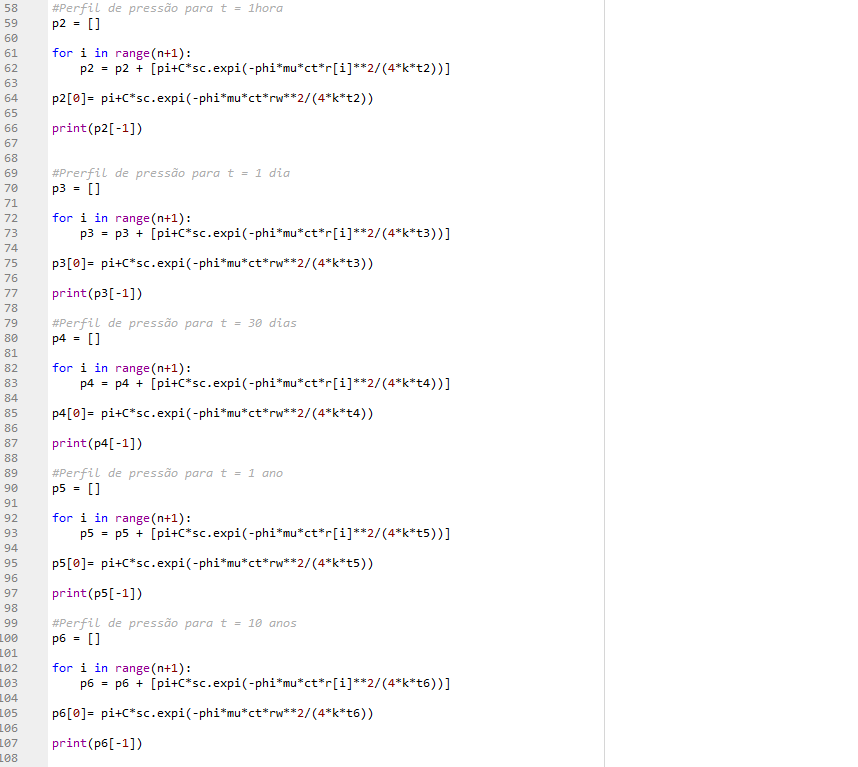
# Referências bibliográficas

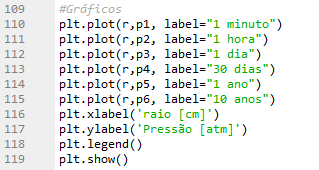
1. Lista 2
2. Adalberto J. Rosa, Renato de S.Carvalho e José A. Daniel Xavier, Engenharia de Reservatórios de Petróleo
3. Aula 5 - Séries de Taylor
4. Aula 6 – Método das diferenças finitas
5. Osik M,Necati. Heat Conduction

Anexos

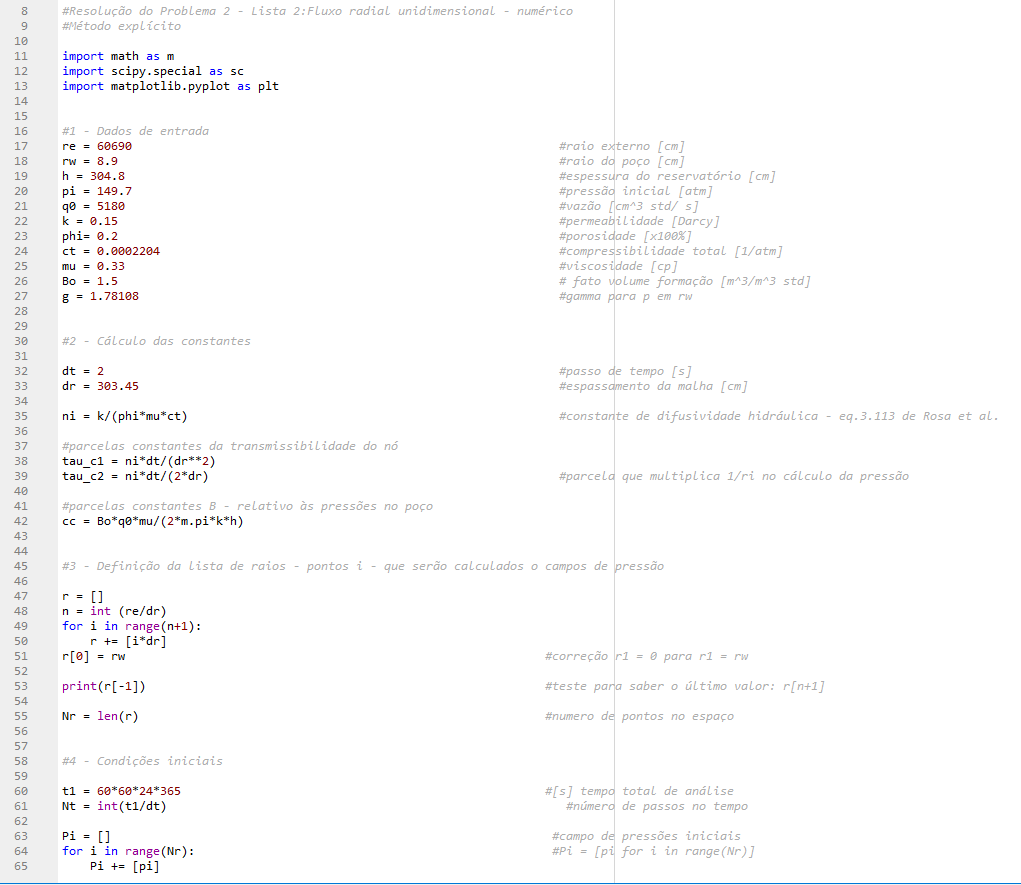
Analítico

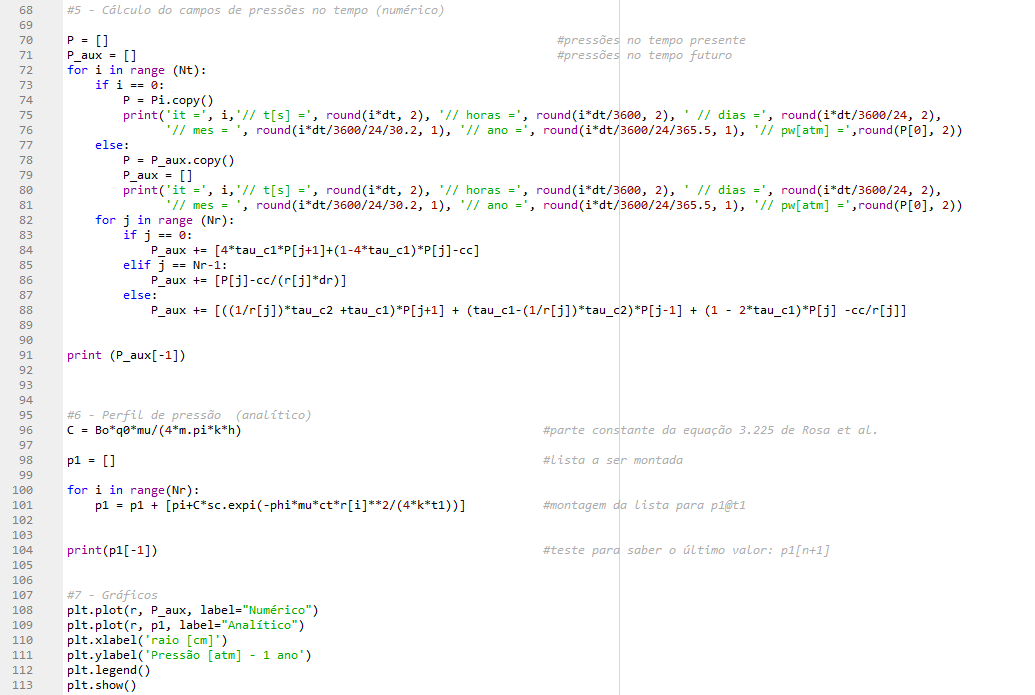






Numérico -Explícito





Numérico – Implícito



