Disciplina:CPC-777 Modelagem e simulação de reservatórios

Professor (es): Paulo Couto

Aluno (a): Vivian de Carvalho Rodrigues

DRE: 121010011

**Relatório: Lista 2**

**Histórico de revisões**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Rev. | Data | Motivo |
| 0 | 02-out-2021 | Primeira emissão (disponível na atividade Lista 2- Google classroom) |
| 1 | 09-out-2021 | Ajustes na metodologia implícita (código e resultados) |

Sumário

[1. Introdução 3](#_Toc84685651)

[2. Problema 1 3](#_Toc84685652)

[2.1 Resolução 3](#_Toc84685653)

[3. Problema 2 5](#_Toc84685654)

[3.1 Resolução 6](#_Toc84685655)

[3.2 Esquema explícito 7](#_Toc84685656)

[3.3 Esquema implícito 9](#_Toc84685657)

[4. Resultados 12](#_Toc84685658)

[4.1 Analítico 12](#_Toc84685659)

[4.2 Numérico – esquema explícito 13](#_Toc84685660)

[4.3 Numérico – esquema implícito 14](#_Toc84685661)

[5. Conclusão 15](#_Toc84685662)

[6. Referências bibliográficas 15](#_Toc84685663)

[Anexos 16](#_Toc84685664)

# Introdução

Este relatório tem por objetivo apresentar a resolução dos problemas referentes a Lista 2 da disciplina Modelagem e simulação de reservatórios (CPC 777).

# Problema 1

Provar a através de Séries de Taylor que as seguintes aproximações são verdadeiras [1]:

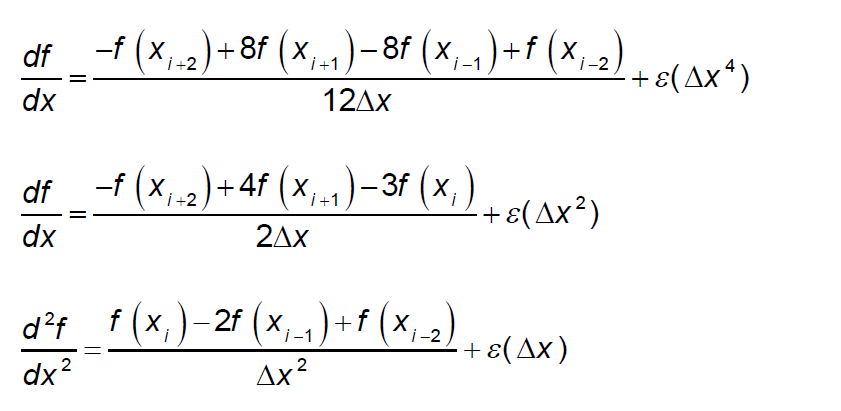


Figura 1 – Enunciado do problema 1 da lista 2 [1]

1. Resolução

[3] A série de Taylor é definida da seguinte forma, para um ponto x em torno de ‘a’ e ‘x>a’:

(Eq.1)[2]

Para um ponto em torno de ‘a’ e ‘x < a’:

(Eq.2)[2]

Fazendo

Onde

Então seguindo a expansão da ST no entorno de xi:

Subtraindo (ii) de (i)

*(I)*

Subtraindo (iv) de (iii)

*(II)*

Fazendo 8 (I) – II

Isolando f’(xi), obtém-se, portanto:

Fazendo 4 (i) – (iii)

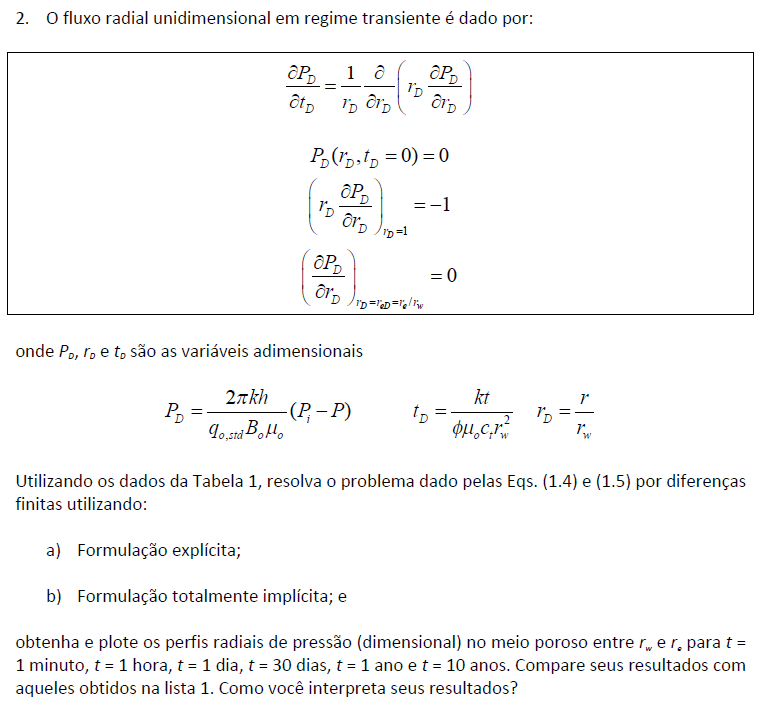
Isolando f’(xi), obtém-se, portanto:

Fazendo (iv) – 2(ii)

+ +

Isolando f’’(xi), obtém-se, portanto:

# Problema 2



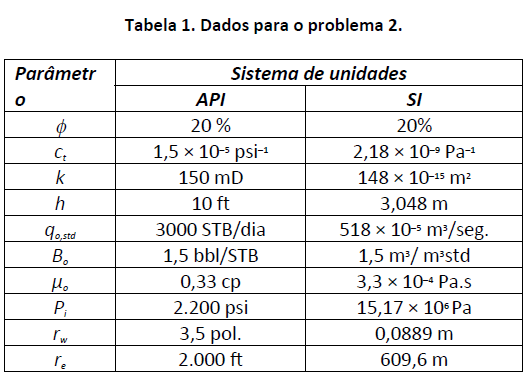


Figura 2 - Enunciado do problema 2 da lista 2 [1]

1. Resolução

Seguindo os passos de resolução descrito em [2], a aproximação *forward* da derivada primeira de f (xi) é

ou

Equação 1 - Aproximação *foward* da derivada primeira [2]

A aproximação centrada da derivada primeira é dada por:

ou

Equação 2 - Aproximação *central* da derivada primeira [2]

Ainda, para a aproximação centrada a derivada de segunda ordem fica da seguinte maneira:

ou

Equação 3 - Aproximação *central* da derivada segunda [2]

De acordo com [2], a equação do problema de fluxo unidimensional em regime transiente a ser resolvido:

Equação 4 – Equação da difusividade para fluxo radial em regime transiente - analítico [2]

Onde

Desenvolvendo a equação acima pela regra da cadeia e, substituindo as derivadas pelas aproximações da Série de Taylor *forward*, para a derivada temporal, e centrada para as derivadas espaciais:

Equação 5 – Equação da difusividade para fluxo radial em regime transiente – discreto

O termo 𝜃 identifica o tempo t0 e t no qual o termo difusivo é calculado[4].

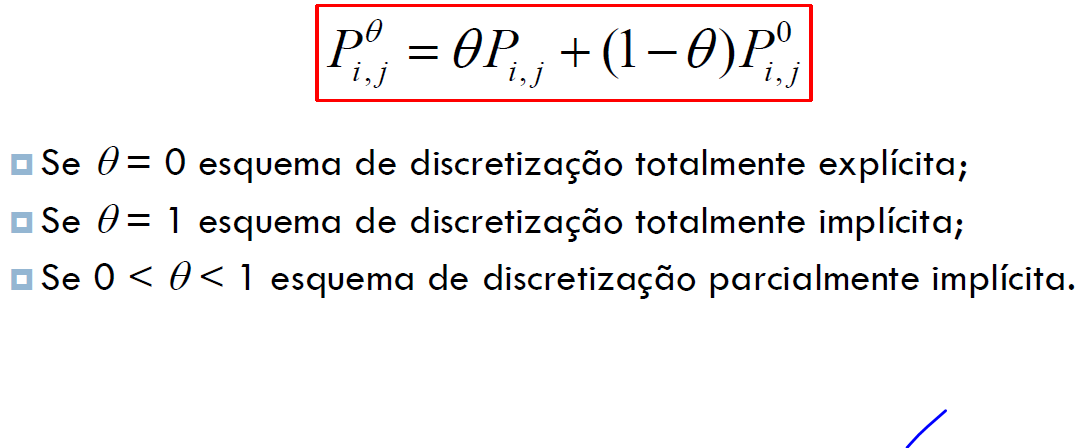


Figura 3 – Opções de esquema de discretização [4]

1. Esquema explícito

As informações para o cálculo da variável dependente (pressão) no nó i são provenientes do tempo anterior (𝜃 = 0, condição inicial):

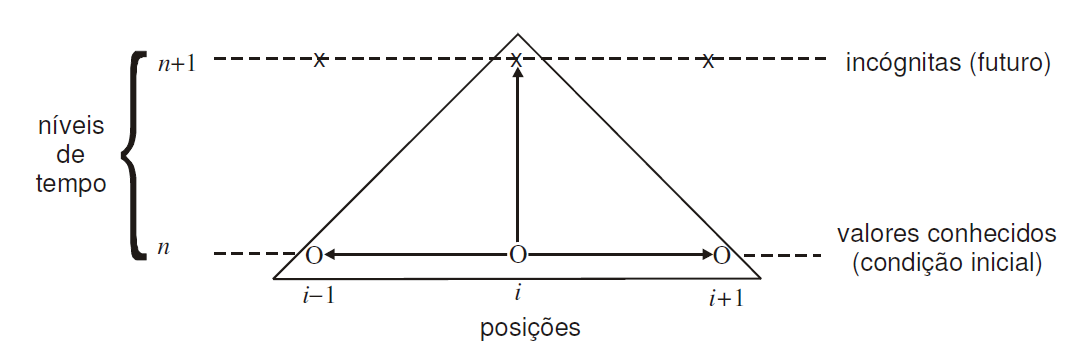


Figura 4 – Discretização usando o método explícito[2]

Então:

Equação 6 – Equação da difusividade para fluxo radial em regime transiente – esquema explícito

Resolvendo a equação para única incógnita Pi

Equação 7 –Pressão no nó i- regime transiente – esquema explícito

Onde os termos entre parênteses são chamados de “transmissibilidade do nó” (τ), assim:

Onde

[2] Na fronteira r = rw (r → 0 ou i =0), a condição de contorno é:

Substituindo na equação original do problema

Equação 8 – Equação do problema de fluxo radial unidimensional para r~0

Então

ou

Equação 9 – Equação do problema de fluxo radial unidimensional – explícito para r~0

De acordo com [5] e [4], para resolver P-1 fictício, utiliza-se a condição de simetria no nó i = 0

então

Portanto, substituindo a igualdade acima na equação 9

Equação 10 – Equação do problema de fluxo radial unidimensional – explícito para r~0

ou

[2] Na fronteira r = re (r → ꝏ), a condição de contorno é a própria pressão inicial (condição inicial de pressão em t =0).

1. Esquema implícito

[4]As informações de cálculo da variável dependente (pressão) no nó i são provenientes inteiramente do tempo atual (𝜃 = 0, as equações resultantes que compõem o sistema linear serão todas acopladas):

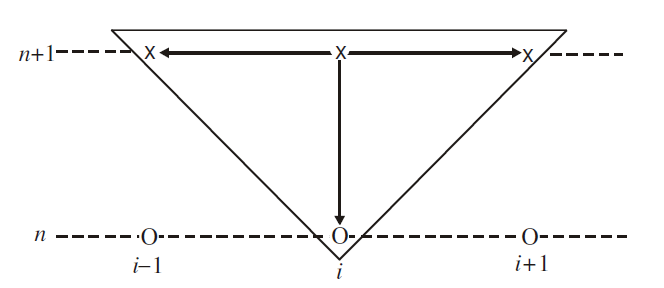


Figura 5 - Discretização usando o método implícito [2]

Então:

Equação 11 – Equação da difusividade para fluxo radial em regime transiente – esquema implícito

Resolvendo a equação para a incógnita Pi

Equação 12 –Equação acoplada da pressão no nó i - regime transiente – esquema implícito

Ou

Portanto é possível organizar a equação 12 da seguinte forma (em termos das transmissibilidades):

Equação 13 –Equação acoplada da pressão no nó i - regime transiente – esquema implícito

Considerando, por exemplo uma malha com 5 pontos:

0 1 2 3 4

Em outras palavras:

Portanto, para uma malha de n pontos:

O campo de pressões a ser calculado será:

[2] Na fronteira r = rw (r → 0 ou i =0), a condição de contorno é:

Substituindo na equação original do problema

Equação 14 – Equação do problema de fluxo radial unidimensional para r~0

Então

ou

Equação 15 – Equação do problema de fluxo radial unidimensional – numérico para r~0

De acordo com [5] e [4], para resolver P-1 fictício, utiliza-se a condição de simetria no nó i = 0

então

Portanto, substituindo a igualdade acima na equação 15

Equação 16 – Equação do problema de fluxo radial unidimensional – implícito para r~0

ou

De forma análoga na fronteira r = re (r → ꝏ), fazendo (Pn+1 = Pn-1) na equação 12

Equação 17 – Equação do problema de fluxo radial unidimensional – implícito para r~re

# Resultados

Para a implementação numérica, foi utilizada a linguagem de programação em Python 3.8 (gerenciador *Anaconda*). O problema analítico foi implementado junto ao código para comparação dos resultados.

Os códigos estão nos anexos.

1. Analítico

O resultado do problema analítico (Exercício 1 - Lista 1) está reproduzido na imagem abaixo.

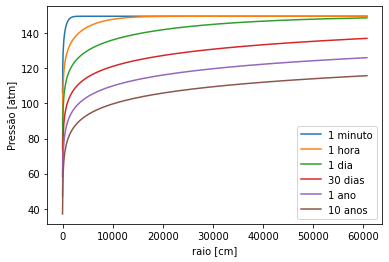


Figura 6 – Caso analítico (re = 609.6m)

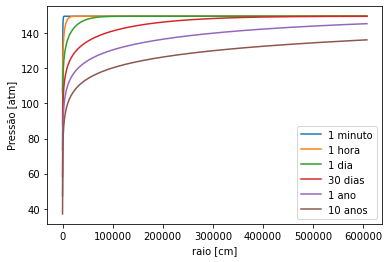


Figura 7 - Caso analítico (re = 6 km)

1. Numérico – esquema explícito

Os resultados numéricos no esquema explícito no regime transiente estão apresentados nas figuras abaixo:

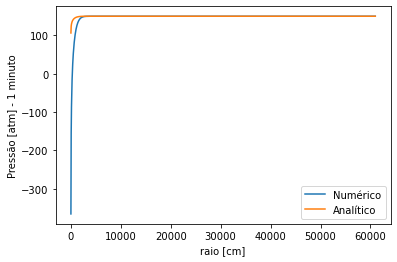


Figura 8 -Numérico - explícito – 1 minuto (re = 609.6m)

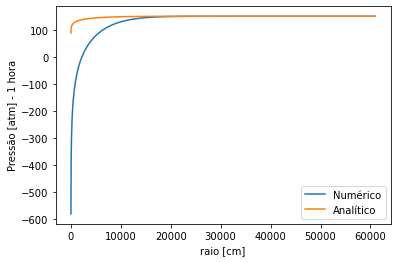


Figura 9 - Numérico - explícito – 1 hora (re = 609.6m)

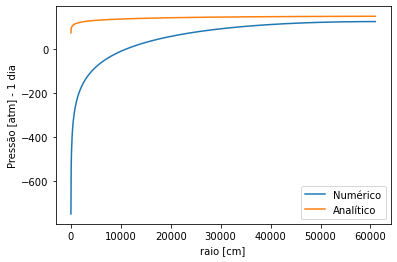


Figura 10 - Numérico - explícito – 1 dia (re = 609.6m)

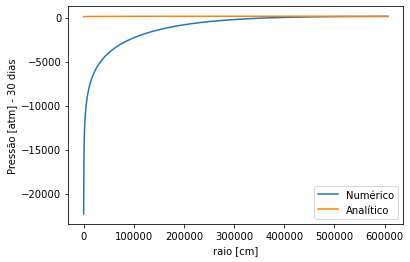


Figura 11 - Numérico - explícito – 30 dias (re = 6 km)

O programa possui limitações de tempo de rodada para análises maiores que 30 dias (4 horas de simulação). Por isso, não foram apresentados os resultados numéricos para 1 ano e 10 anos.

1. Numérico – esquema implícito

Os resultados numéricos no esquema implícito no regime transiente estão apresentados nas figuras abaixo:

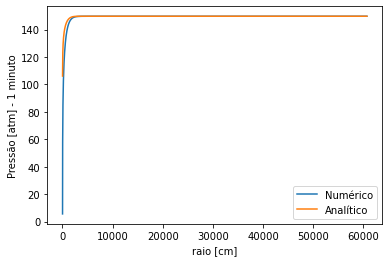


Figura 12- Numérico - implícito – 1 minuto (re = 609.6m)

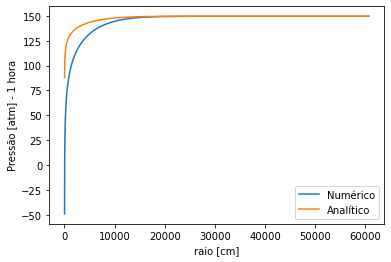


Figura 13 - Numérico - implícito – 1 hora (re = 609.6m)

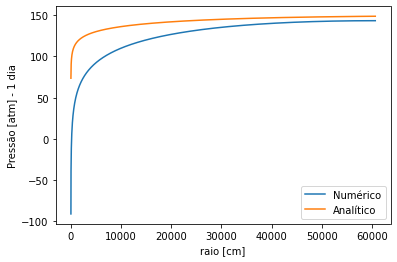


Figura 14 - Numérico - implícito – 1 dia (re = 609.6m)

O programa possui limitações de tempo de rodada para análises maiores que 1 dia (4 horas de simulação). Por isso, não foram apresentados os resultados numéricos para 30 dias, 1 ano e 10 anos.

# Conclusão

Os resultados mostram que, para o esquema explícito os resultados tendem a divergir com o tempo. Já no esquema implícito o erro é menor, há uma tendência de convergir para os resultados analíticos.

Conclui-se que o esquema implícito é mais estável que o explícito pelo fato de os coeficientes das variáveis dependentes serem positivos.

O programa Python é um bom compilador (ou interpretador) para uma primeira implementação de análise numérica, no entanto, pode ter limitações de tempo de simulação para análises mais robustas.

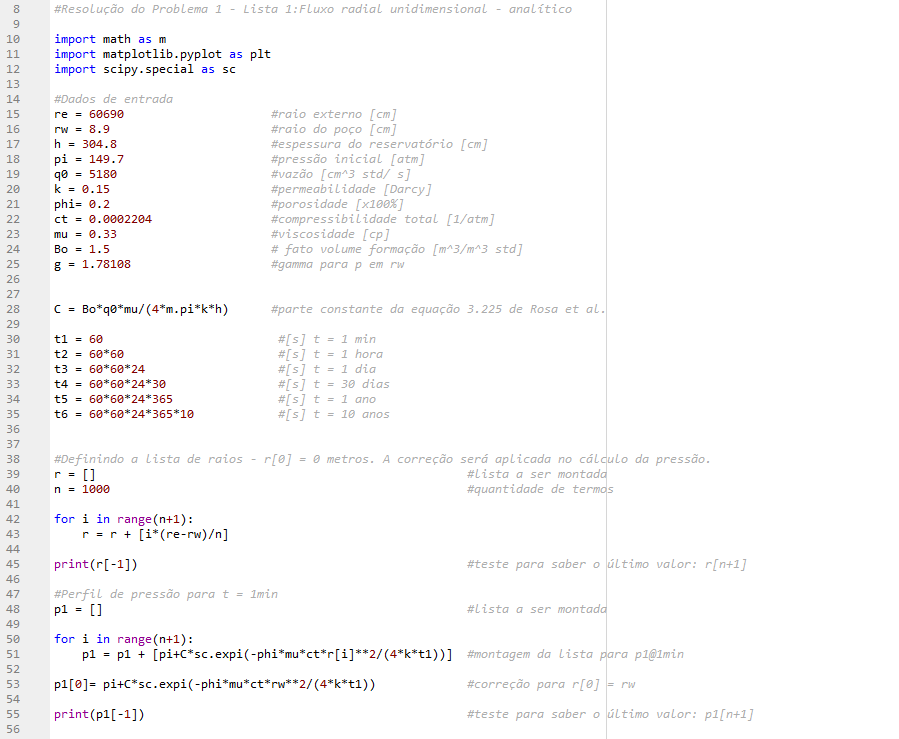
Vale a pena reproduzir os exercícios com outros interpretadores como o *Wolfram Mathematica*.

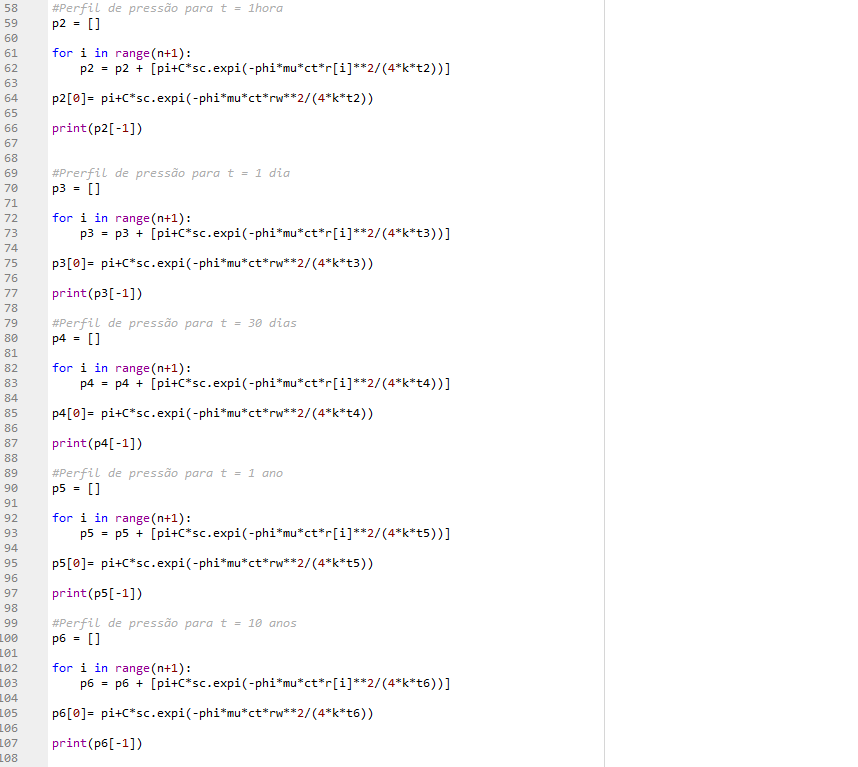
# Referências bibliográficas

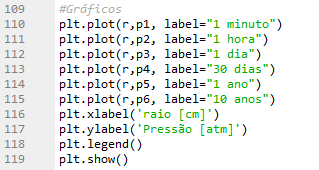
1. Lista 2
2. Adalberto J. Rosa, Renato de S.Carvalho e José A. Daniel Xavier, Engenharia de Reservatórios de Petróleo
3. Aula 5 - Séries de Taylor
4. Aula 6 – Método das diferenças finitas
5. Osik M,Necati. Heat Conduction

Anexos

Analítico

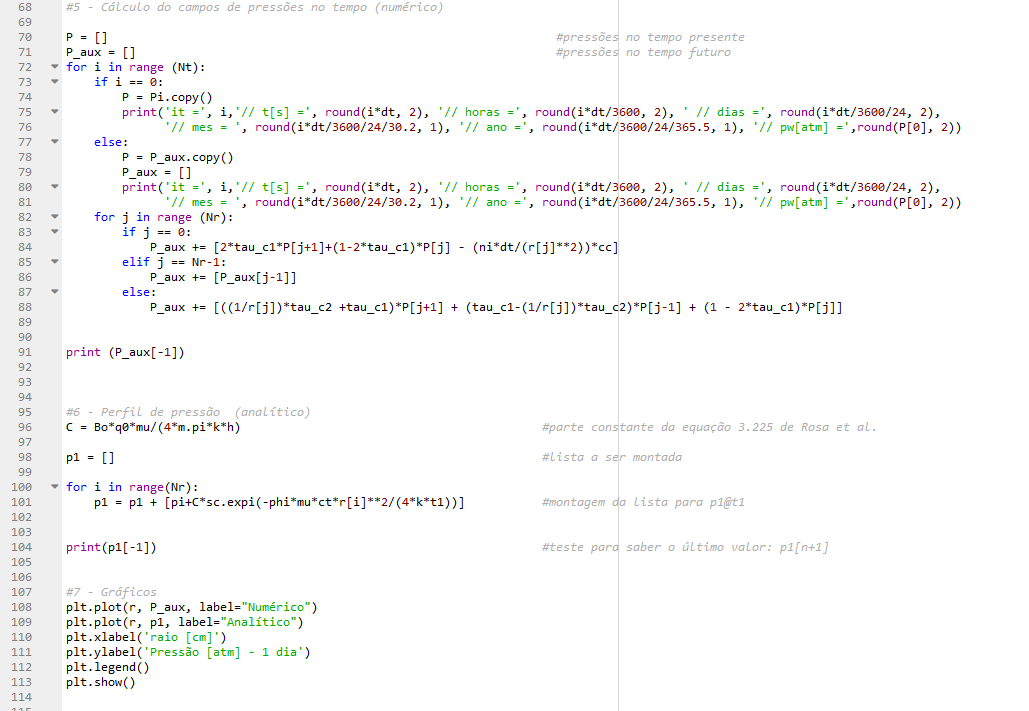






Numérico -Explícito





Numérico – Implícito



