

## RAPPORT DE PROJET

# MU5IN256 - Modèles et Algorithmes pour la Décision Multicritères et Collective

Élicitation incrémentale et recherche locale pour le problème du sac à dos multi-objectifs

MASTER D'INFORMATIQUE SPÉCIALITÉ ANDROIDE

DEUXIÈME ANNÉE

Année universitaire 2021 - 2022

ÉTUDIANTS:

VINCENT FU YUHAO LIU

### 1. Problématique

Dans un problème d'optimisation, le décideur cherche à obtenir des solutions optimales à son problème sous contraintes. Ceci est notamment simple lorsque le problème est mono-objectif puisque l'espace des solutions est réduit à un unique point optimal.

Cependant, dans un problème multi-objectifs, cet espace de solutions forme un front de points Pareto-optimales. Le décideur doit par conséquent éliciter une solution parmi ces points selon ses préférences sur les objectifs. Le but du projet est donc de proposer des différentes procédures d'élicitation incrémentale couplées à la recherche locale pour le problème du sac à dos multi-objectifs.

### 2. Implémentation pour les procédures de résolution

Voici les différentes fonctions implémentées pour les deux procédures de résolution :

- Une classe QuadTree contenue dans le fichier tree.py permettant de gérer un front de points non mutuellement dominés sous forme d'arbre. Afin de vérifier que le QuadTree ne fait pas d'erreur calculs, la fonction test\_dominance vérifie si le front ne contient pas de points dominés.
  - Pour le vérifier, entrez dans le terminal : python tree.py
- Des fonctions utiles (lire les données, calculer les valeurs, etc ...) pour le fonctionnement des autres fonctions. Ces fonctions sont contenues dans le fichier utils.py
- La fonction pls contenue dans le fichier pls.py effectuant l'algorithme *Pareto local search*. Afin de vérifier que le PLS ne fait pas d'erreur de calculs, les fichiers 2K100-TA-0.dat et 2K100-TA-0.eff ont été utilisés pour calculer la proportion des points approximés Pareto-optimale pour le problème. On obtient des proportions autour de 30 % à 70 % sur tout l'instance (200 objets et 2 critères).
  - Pour le vérifier, entrez dans le terminal : python pls.py
  - À noter qu'en lançant cette commande, 3 PLS sont effectués afin de vérifier toutes les méthodes : un PLS classique pour l'instance 2K100-TA-0.dat, un PLS à éliciation pour le dernier front des points approximés et un PLS à élicitation incrémentale pour le fichier 2K200-TA-0.dat.
- Une fonction d'affichage graphique vizualize contenue dans le fichier visualiation.py permettant d'observer graphiquement l'évolution des points obtenus par PLS et l'élicitation.
- Les fonctions génératrices de poids (somme pondérée, OWA, Choquet), une classe de décideur decision\_maker et les fonctions pour l'élicitation (les programmes linéaires pour le regret minimax le Ω-filtre) sont contenues dans le fichier elicitation.py.
- Un pragramme linéaire **true\_sol** contenu dans solution.py permettant de calculer la solution exacte préférée du décideur selon l'agrégateur utilisé.
- Enfin, un programme générique d'exécution main.py pour l'interaction sur terminal pour obtenir les résultats des instances avec les paramètres de l'utilisateur (voir le fichier README.md).

### 3. Résultats des procédures de résolution

Voici les différentes fonctions implémentées pour obtenir les résultats :

- Une fonction de traçage de graphe draw\_graph\_mmr contenue dans le fichier graph.py pour observer l'évolution du regret minimax en du nombre de questions posées. Le graphe obtenu est mmr\_graph.png.
- Une fonction experiment contenue dans resultat.py qui effectue les 2 procédures de résolutions selon les paramètres du problème et enregistre ces résultats dans le dossier logs sous le fichier :
  - <AGREGATEUR>\_<STRATEGIE>\_<NB\_OBJETS>\_N<NB\_CRITERES>.log où AGREGATEUR est LW (somme pondérée), OWA ou CHOQ (intégrale de Choquet) STRAGEGIE est RANDOM ou CSS (current solution strategy).

Les résultats sont sous le format suivant : 5 valeurs dont :

- La première est soit c ou e : c pour une élicitation à la fin du PLS, e pour une élicitation incrémentale.
- La deuxième est le nombre de jeux effectués pour faire une moyenne des résultats.
- La troisième est le temps moyen d'exécution.
- La quatrième est le nombre moyen de questions posées.
- La cinquième est l'écart relatif moyen de la valeur de la fonction objectif par rapport à l'optimum.

À noter que le multiprocessing a été utilisé pour obtenir plus rapidement les résultats (graphe et tableau).

Pour une agrégation à somme pondérée, voici l'évolution du regret minimax en fonction du nombre de questions (voir Figure 1) :

Le graphe ci-dessus montre que plus la taille des instances est grande, plus il est nécessaire de poser plus de questions afin de discriminer les solutions. Le minimax regret décroît toujours en fonction du nombre de questions posées. En particulier, le nombre de questions posées est relativement faible par rapport à la taille des solutions à comparer. L'élicitation par le minimax regret est donc efficace.

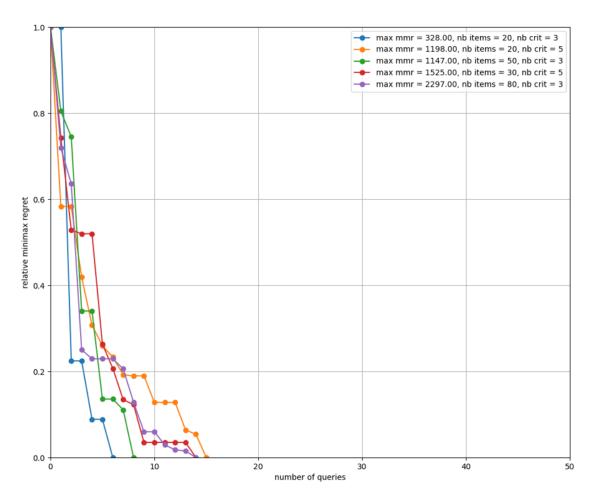


FIGURE 1 – Évolution du minimax regret relatif en fonction du nombre de questions posées pour une stratégie de questionnement aléatoire

Voici à présent les résultats des deux procédures en terme de temps d'exécution en s, du nombre de questions posées pendant toute la procédure et ainsi que l'écart relatif à l'optimum (voir les TABLE  $^1$ ) :

D'après les résultats obtenus, la procédure 2 est toujours plus efficace que la procédure 1 en terme de temps d'exécution (très efficace même). En contrepartie, la procédure 2 nécessite généralement un peu plus de questions à poser au décideur. Par ailleurs, pour toutes les instances ayant le nombre d'objets inférieures à 50, l'écart de la solution agrégée approximée par rapport à la solution agrégée exacte est extrêmement faible (en dessous des 1 %). Enfin, les performances des procédures pour l'agrégateur OWA est généralement meilleures que celles de la somme pondérée en terme de temps d'exécution et du nombre de questions posées tandis que l'agrégateur d'intégrale de Choquet est le plus mauvais et nécessite un temps d'exécution plus long et beaucoup plus de questions.

<sup>1. /</sup> indique que le temps d'exécution pour calculer une moyenne a été trop long pour extraire les résultats. Dans les fichiers .log s'ils existent, le / est représenté par des 0 en résultat pour le time, queries et gap.

|   |             | S       |       | Choquet     |         |       |             |         |       |             |         |       |         |           |       |             |         |       |
|---|-------------|---------|-------|-------------|---------|-------|-------------|---------|-------|-------------|---------|-------|---------|-----------|-------|-------------|---------|-------|
|   | Procédure 1 |         |       | Procédure 2 |         |       | Procédure 1 |         |       | Procédure 2 |         |       | Pr      | océdure 1 |       | Procédure 2 |         |       |
| n | time        | queries | gap   | time    | queries   | gap   | time        | queries | gap   |
| 2 | 0.28        | 3.1     | 0.007 | 0.16        | 7.2     | 0.031 | 0.29        | 1.8     | 0.000 | 0.18        | 7.0     | 0.026 | 0.51    | 3.4       | 0.000 | 0.43        | 7.8     | 0.030 |
| 3 | 1.86        | 6.7     | 0.000 | 0.53        | 8.3     | 0.026 | 1.79        | 2.9     | 0.000 | 0.77        | 9.0     | 0.027 | 5.41    | 8.2       | 0.000 | 3.15        | 13.4    | 0.036 |
| 4 | 14.13       | 10.0    | 0.000 | 1.83        | 9.7     | 0.031 | 14.97       | 3.0     | 0.000 | 2.08        | 9.7     | 0.043 | 104.26  | 12.3      | 0.000 | 15.44       | 13.8    | 0.057 |
| 5 | 293.78      | 14.1    | 0.000 | 5.72        | 11.4    | 0.029 | 317.39      | 6.2     | 0.000 | 5.52        | 9.7     | 0.020 | 6360.15 | 19.3      | 0.000 | 64.55       | 22.1    | 0.080 |
| 6 | 2741.26     | 21.0    | 0.000 | 12.25       | 30.0    | 0.024 | 2945.33     | 3.8     | 0.000 | 5.25        | 12.1    | 0.028 | /       | /         | /     | 316.41      | 32.6    | 0.072 |

Table 1 – Résultats des procédures pour une stratégie de questionnement aléatoire pour 25 objets sur une moyenne d'au plus 20 instances pour chaque paramètres.

|   |             | S       | omme p | ondérée     |         |       |             |         |       | Choquet     |         |       |         |           |       |             |         |       |
|---|-------------|---------|--------|-------------|---------|-------|-------------|---------|-------|-------------|---------|-------|---------|-----------|-------|-------------|---------|-------|
|   | Procédure 1 |         |        | Procédure 2 |         |       | Procédure 1 |         |       | Procédure 2 |         |       | Pr      | océdure 1 |       | Procédure 2 |         |       |
| n | time        | queries | gap    | time        | queries | gap   | time        | queries | gap   | time        | queries | gap   | time    | queries   | gap   | time        | queries | gap   |
| 2 | 3.67        | 3.2     | 0.002  | 0.52        | 10.8    | 0.016 | 3.44        | 2.6     | 0.000 | 0.53        | 9.9     | 0.016 | 4.05    | 5.0       | 0.000 | 0.97        | 10.8    | 0.018 |
| 3 | 62.14       | 7.4     | 0.000  | 2.33        | 13.1    | 0.015 | 67.58       | 3.6     | 0.000 | 1.75        | 11.8    | 0.019 | 146.69  | 14.1      | 0.000 | 9.61        | 15.6    | 0.024 |
| 4 | 597.27      | 13.0    | 0.000  | 5.67        | 14.0    | 0.012 | 720.19      | 4.3     | 0.000 | 5.38        | 15.9    | 0.010 | 3921.36 | 19.5      | 0.000 | 22.39       | 26.8    | 0.022 |
| 5 | /           | /       | /      | 12.64       | 29.4    | 0.012 | /           | /       | /     | 13.33       | 18.4    | 0.015 | /       | /         | /     | 152.08      | 35.6    | 0.030 |
| 6 | /           | /       | /      | 35.87       | 38.5    | 0.010 | /           | /       | /     | 30.98       | 19.9    | 0.013 | /       | /         | /     | 942.23      | 40.7    | 0.041 |

Table 2 – Résultats des procédures pour une stratégie de questionnement aléatoire pour 50 objets sur une moyenne d'au plus 20 instances pour chaque paramètres.

|   |             | S       | omme p | ondérée     |         |       |             |         |       | Choquet     |         |       |         |           |       |             |         |       |
|---|-------------|---------|--------|-------------|---------|-------|-------------|---------|-------|-------------|---------|-------|---------|-----------|-------|-------------|---------|-------|
|   | Procédure 1 |         |        | Procédure 2 |         |       | Procédure 1 |         |       | Procédure 2 |         |       | Pr      | océdure 1 |       | Procédure 2 |         |       |
| n | time        | queries | gap    | time        | queries | gap   | time        | queries | gap   | time        | queries | gap   | time    | queries   | gap   | time        | queries | gap   |
| 2 | 0.33        | 3.2     | 0.003  | 0.12        | 5.7     | 0.037 | 0.30        | 1.1     | 0.001 | 0.10        | 5.5     | 0.035 | 0.40    | 2.2       | 0.003 | 0.19        | 5.2     | 0.036 |
| 3 | 2.25        | 7.3     | 0.000  | 0.70        | 7.3     | 0.025 | 2.00        | 1.9     | 0.002 | 0.48        | 6.7     | 0.029 | 8.28    | 13.7      | 0.000 | 3.82        | 12.3    | 0.031 |
| 4 | 17.22       | 17.1    | 0.000  | 1.90        | 9.8     | 0.033 | 15.66       | 2.0     | 0.000 | 1.25        | 6.5     | 0.042 | 122.70  | 17.0      | 0.000 | 15.17       | 13.2    | 0.055 |
| 5 | 336.88      | 23.2    | 0.000  | 8.55        | 12.9    | 0.029 | 304.26      | 5.8     | 0.000 | 3.33        | 6.8     | 0.035 | 8112.26 | 31.0      | 0.000 | 73.36       | 26.0    | 0.064 |
| 6 | 3008.82     | 42.4    | 0.000  | 12.75       | 33.1    | 0.032 | 3229.75     | 2.6     | 0.000 | 5.73        | 8.5     | 0.026 | /       | /         | /     | 394.07      | 47.0    | 0.092 |

Table 3 – Résultats des procédures pour une stratégie de questionnement CSS pour 25 objets sur une moyenne d'au plus 20 instances pour chaque paramètres.

|   |             | S       |       |             |         |       | Choquet     |         |       |             |         |       |         |           |       |             |         |       |
|---|-------------|---------|-------|-------------|---------|-------|-------------|---------|-------|-------------|---------|-------|---------|-----------|-------|-------------|---------|-------|
|   | Procédure 1 |         |       | Procédure 2 |         |       | Procédure 1 |         |       | Procédure 2 |         |       | Pr      | océdure 1 |       | Procédure 2 |         |       |
| n | time        | queries | gap   | time    | queries   | gap   | time        | queries | gap   |
| 2 | 3.48        | 3.9     | 0.001 | 0.42        | 9.2     | 0.014 | 3.26        | 1.4     | 0.000 | 0.35        | 8.1     | 0.014 | 3.91    | 7.4       | 0.000 | 0.90        | 9.1     | 0.014 |
| 3 | 71.87       | 9.2     | 0.001 | 2.05        | 10.8    | 0.019 | 78.98       | 2.1     | 0.000 | 1.45        | 9.9     | 0.021 | 154.75  | 16.2      | 0.000 | 9.51        | 14.6    | 0.022 |
| 4 | 706.71      | 18.3    | 0.000 | 5.74        | 12.2    | 0.015 | 665.04      | 4.0     | 0.000 | 3.37        | 10.3    | 0.015 | 4907.28 | 28.0      | 0.000 | 24.89       | 24.9    | 0.027 |
| 5 | /           | /       | /     | 18.61       | 33.9    | 0.012 | /           | /       | /     | 6.67        | 15.2    | 0.016 | /       | /         | /     | 168.85      | 41.6    | 0.028 |
| 6 | /           | /       | /     | 45.43       | 47.2    | 0.013 | /           | /       | /     | 16.55       | 12.8    | 0.016 | /       | /         | /     | 995.43      | 57.5    | 0.032 |

Table 4 – Résultats des procédures pour une stratégie de questionnement CSS pour 50 objets sur une moyenne d'au plus 20 instances pour chaque paramètres.

### Références

- [1] Nawal Benabou, Cassandre Leroy et Thibaut Lust. "Regret-Based Elicitation for Solving Multi-Objective Knapsack Problems with Rank-Dependent Aggregators". In: The 24th European Conference on Artificial Intelligence (ECAI'20). Saint Jacques de Compostelle, Spain, juin 2020. URL: https://hal.sorbonne-universite.fr/hal-02493998.
- [2] Nawal Benabbou et al. "Minimax Regret Approaches for Preference Elicitation with Rank-Dependent Aggregators". In: EURO Journal on Decision Processes 3.1-2 (juin 2015), p. 29-64. DOI: 10.1007/s40070-015-0040-6. URL: https://hal.archivesouvertes.fr/hal-01170030.