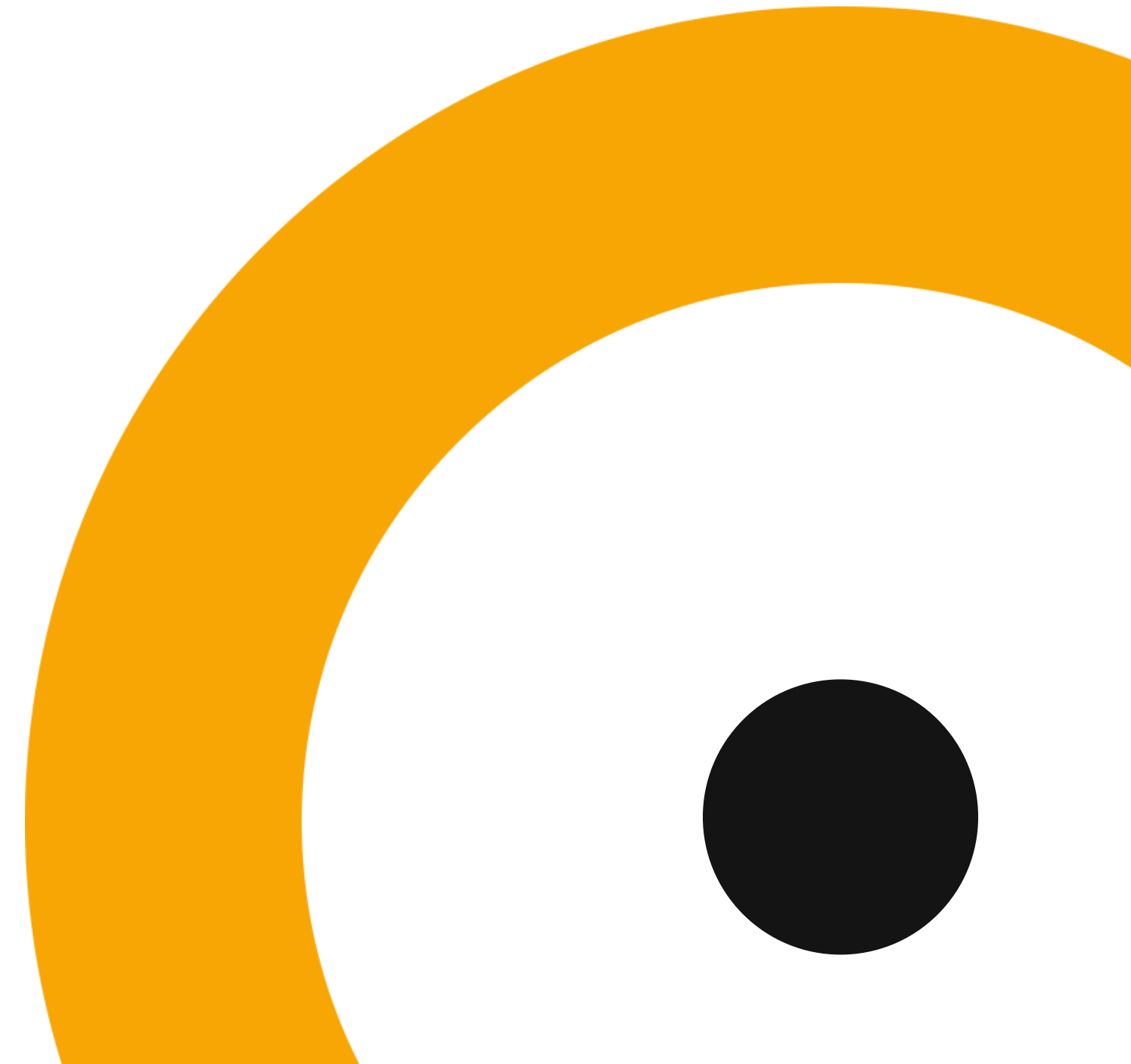


Mestrado em Data Science

# Séries Temporais

Definições e Propriedades





# Conteúdo

Definição de série temporal,  
componentes básicas e propriedades  
importantes

## 2.1 Definição de Série Temporal

---

## 2.2 Componentes Básicas

---

## 2.3 Propriedades Relevantes

---



## 2.1

# Séries Temporais

Definição e Objetivos

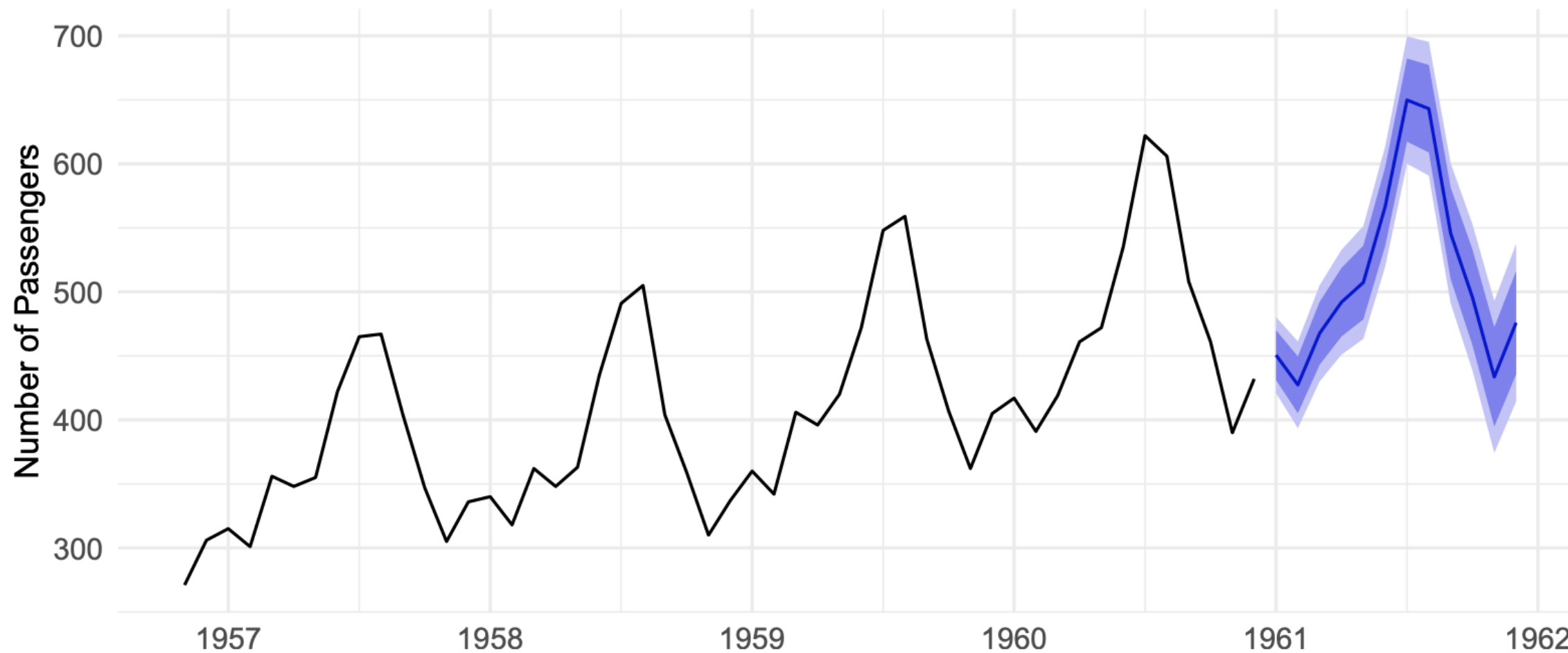




# Série Temporal

## Definição

Uma série temporal  $Y$  é uma sequência ordenada no tempo com valores  $Y = y_1, y_2, \dots, y_n$ , onde  $y_i$  é o valor no instante  $i$ .





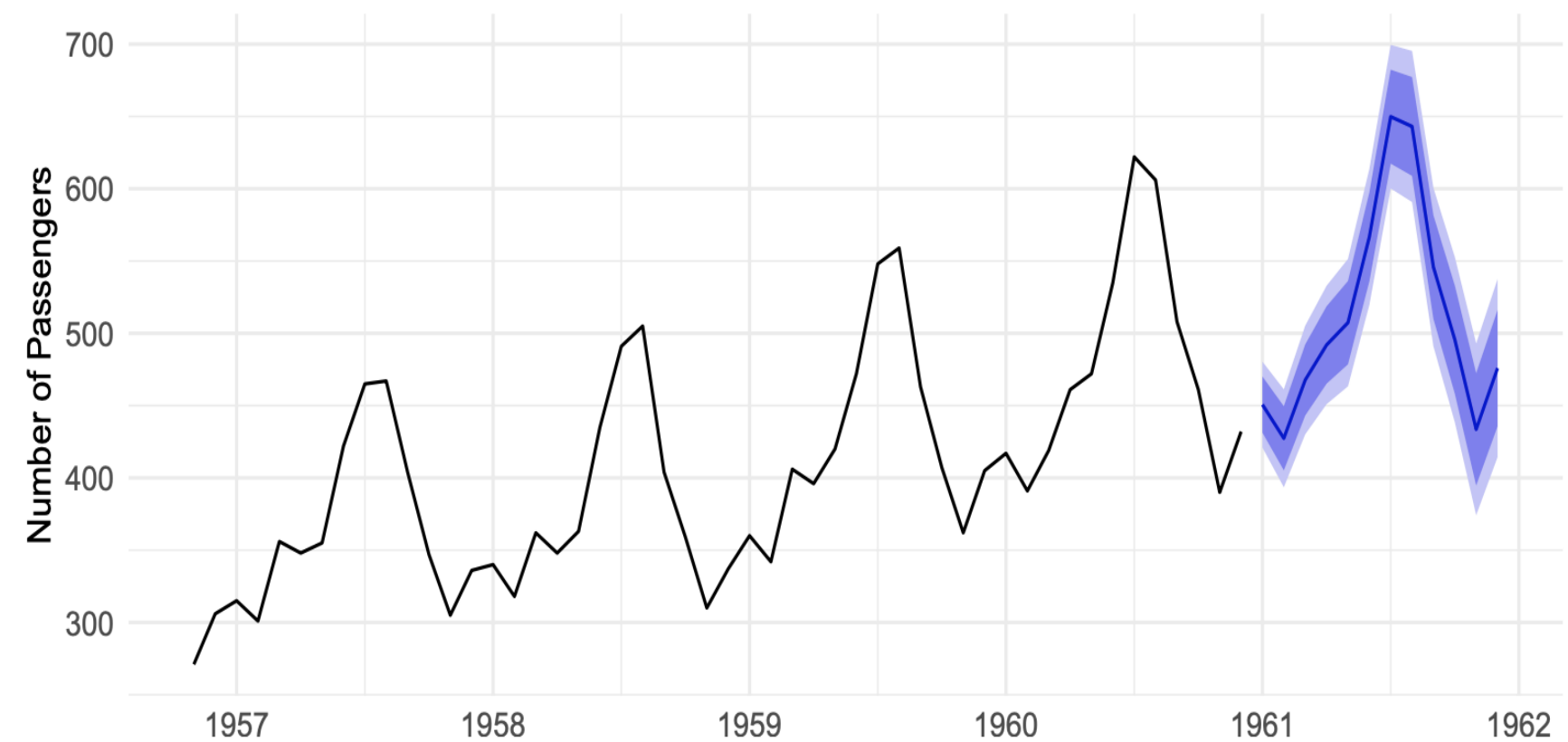
# Premissas e Aspectos Essenciais

## Premissas

1. Observações são colecionadas em períodos regulares, por exemplo diariamente;
2. Observações são numéricas.

## Aspectos Essenciais

1. Dependência Temporal
2. Susceptibilidade à Mudança



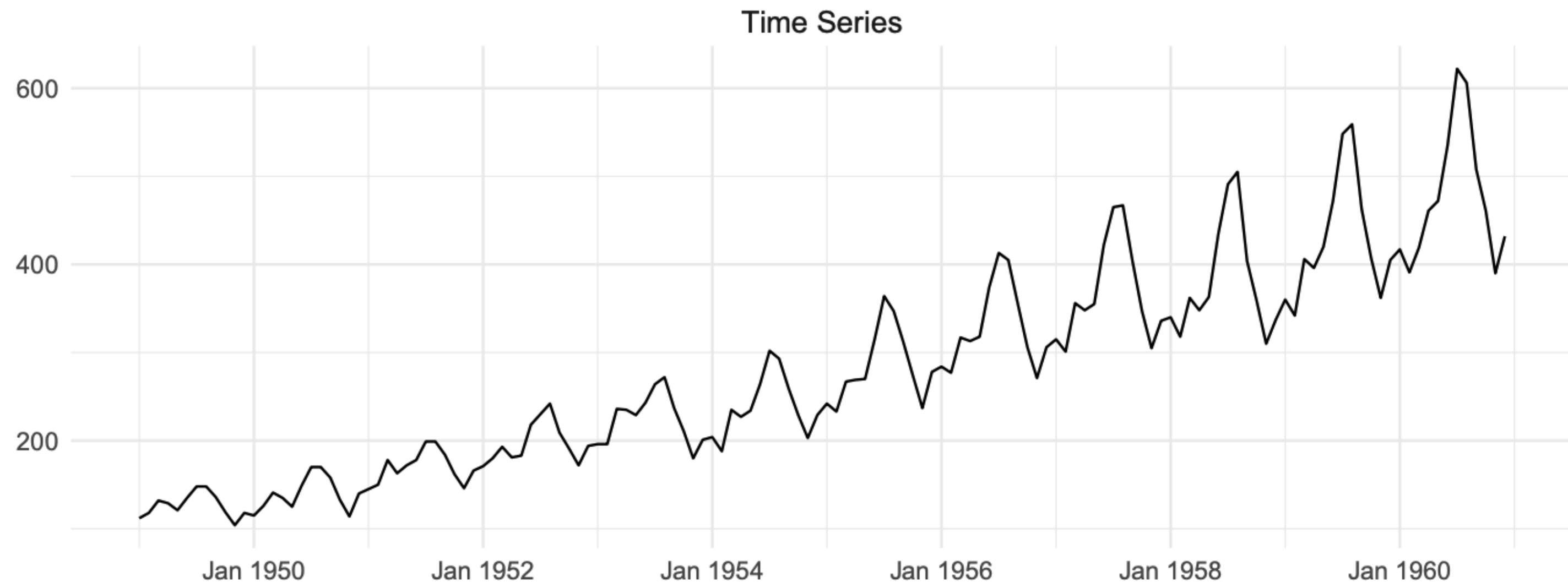


# Objetivos da Análise de Séries

1. Descrever características ou padrões relevantes, por exemplo a

tendência ou sazonalidade

**Temporais**

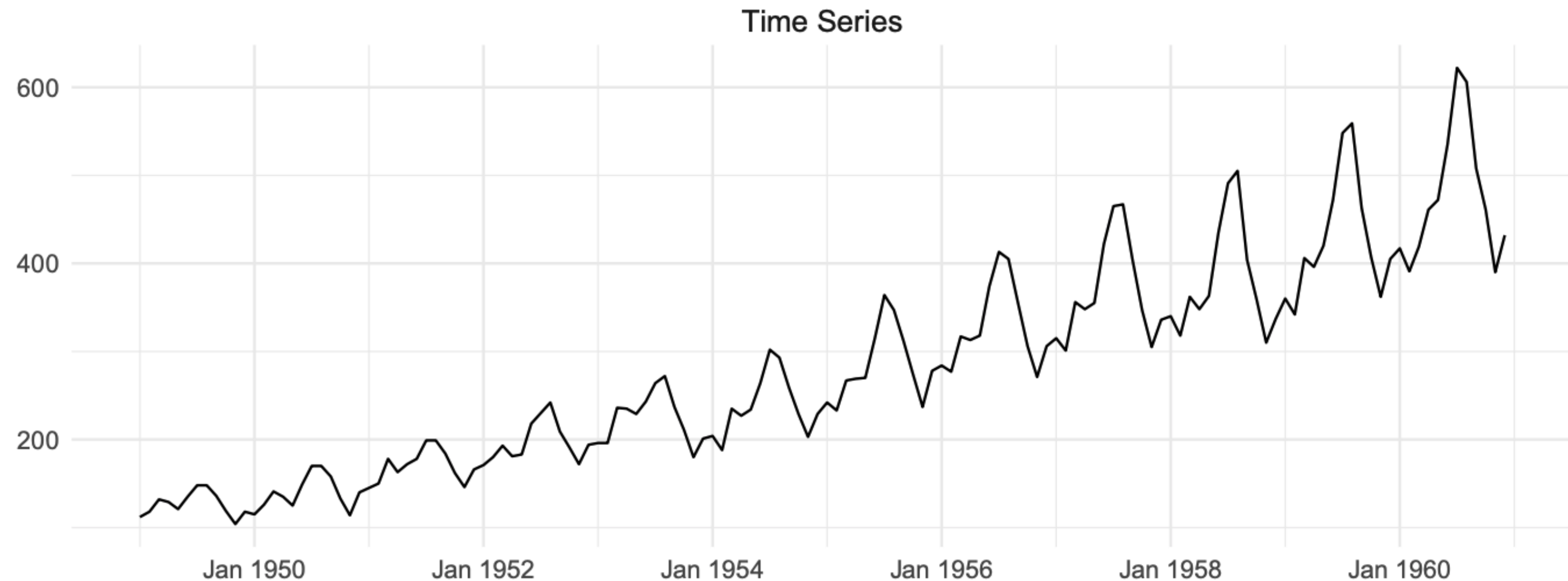




# Objetivos da Análise de Séries

2. Explicar como o passado afeta o futuro da série

## Temporais







# Objetivos da Análise de Séries

3. Explicar como duas séries interagem ao longo do tempo

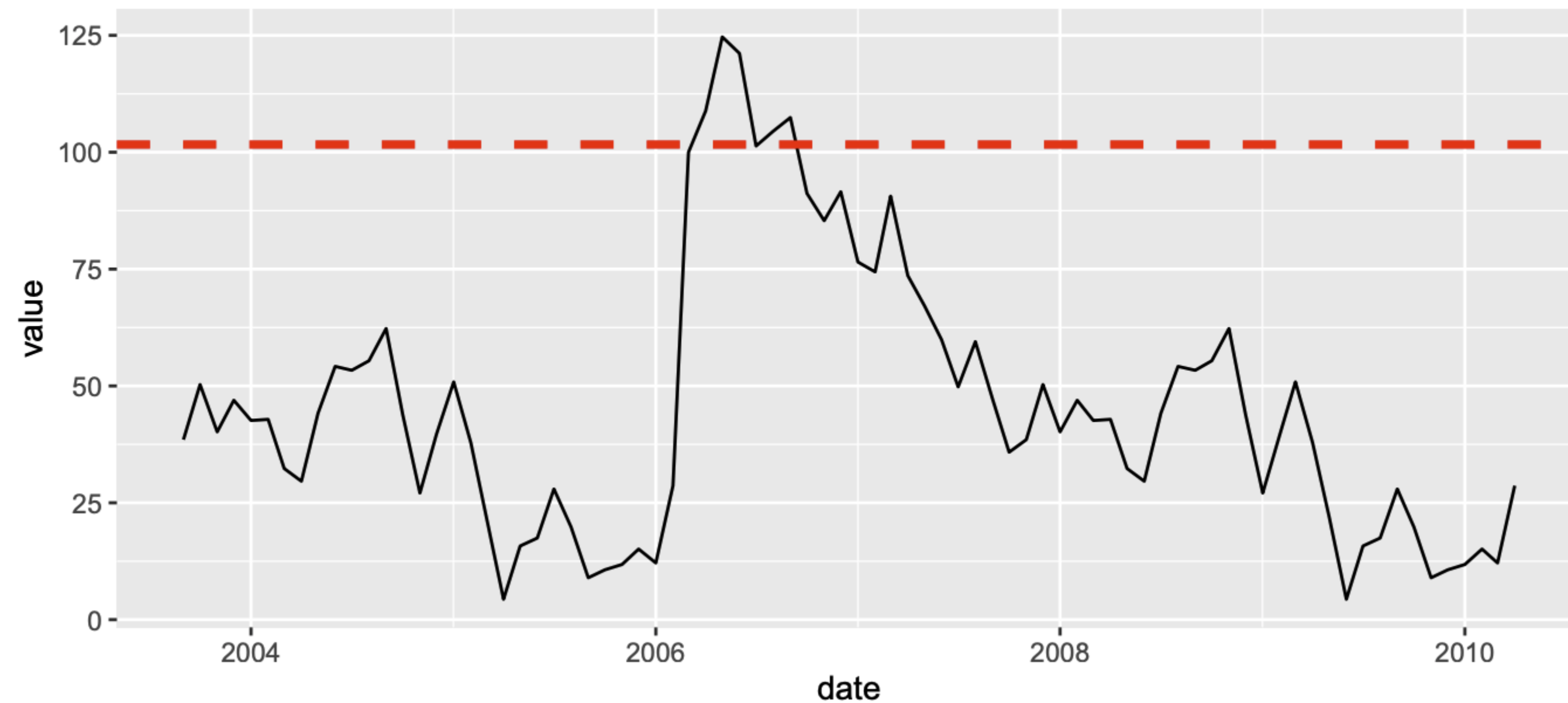






# Objetivos da Análise de Séries

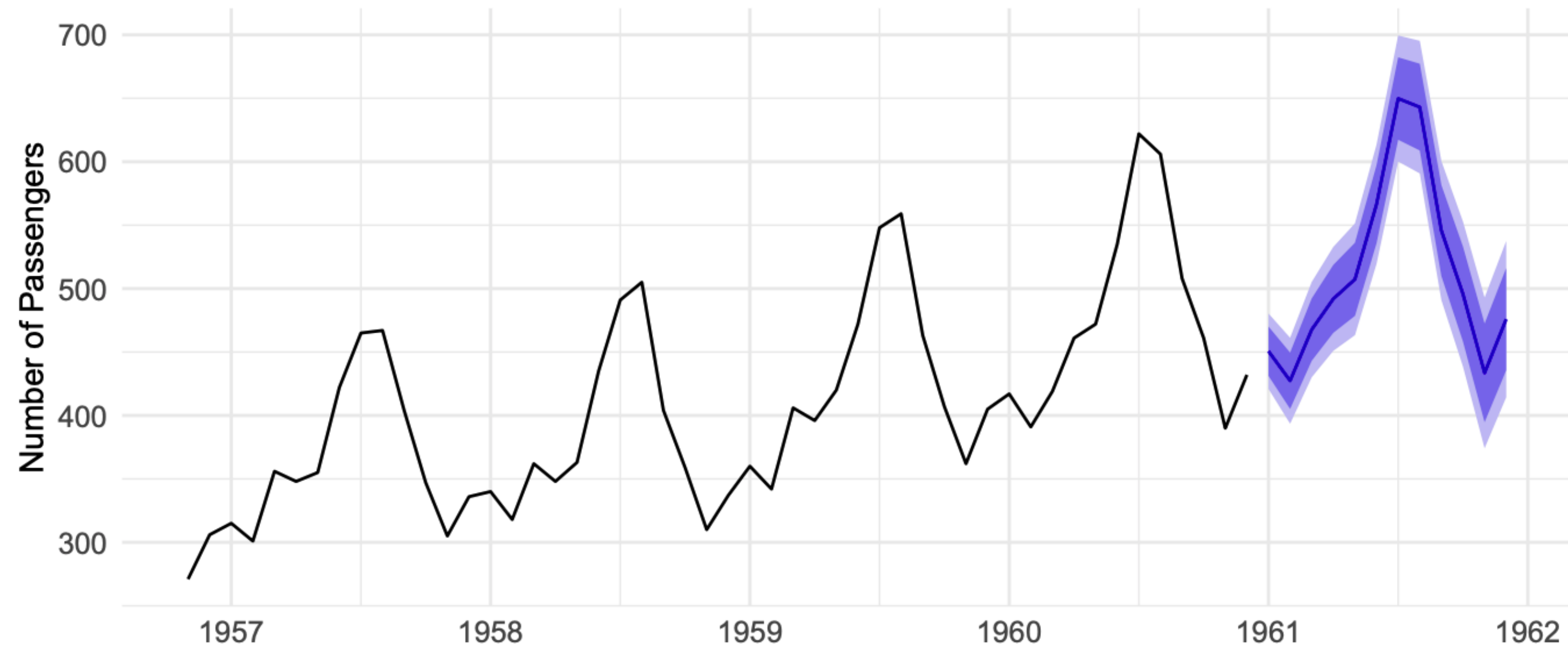
## 4. Control de processos Temporais





# Objetivos da Análise de Séries

## 5. Previsão de valores futuros





# Objetivos da Análise de Séries Temporais

1. Descrever características ou padrões relevantes, por exemplo a tendência ou sazonalidade
2. Explicar como o passado afeta o futuro da série
3. Explicar como duas séries interagem ao longo do tempo
4. Controlo de processos de séries temporais
5. Previsão de valores futuros





# Objectives of Time Series Analysis

1. Descrever características ou padrões relevantes, por exemplo a tendência ou sazonalidade
2. Explicar como o passado afeta o futuro da série
3. Explicar como duas séries interagem ao longo do tempo
4. Controle de processos de séries temporais
5. Previsão de valores futuros

**Essencialmente, entender como a série evolui ao longo do tempo para melhorar os processos de decisão**



## 2.2

# Componentes Básicas

Tendência, Sazonalidade, e mais





# Componentes Básicas

## **Tendência**

Mudança do nível médio da série a longo-prazo

## **Sazonalidade e Ciclos**

Oscilações regulares e previsíveis

## **Resíduos**

Séries após remover tendência e sazonalidade

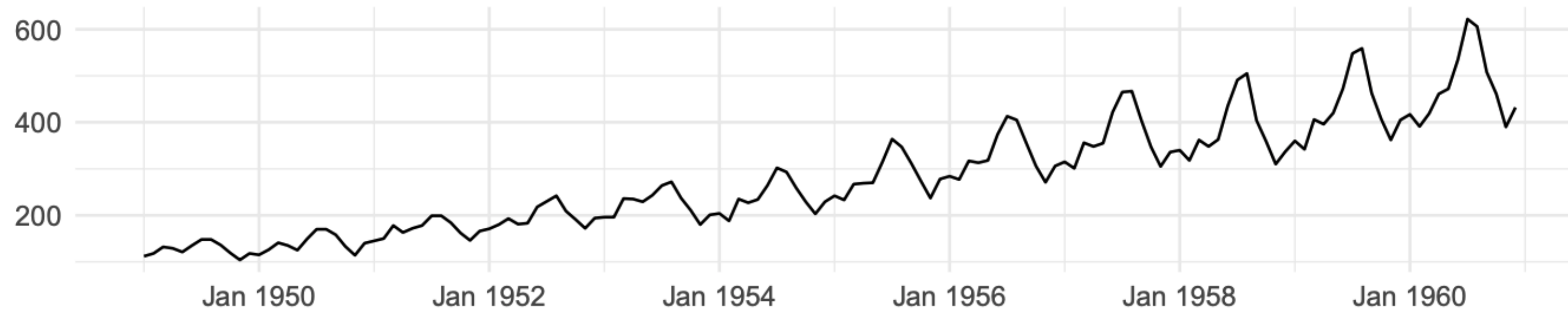




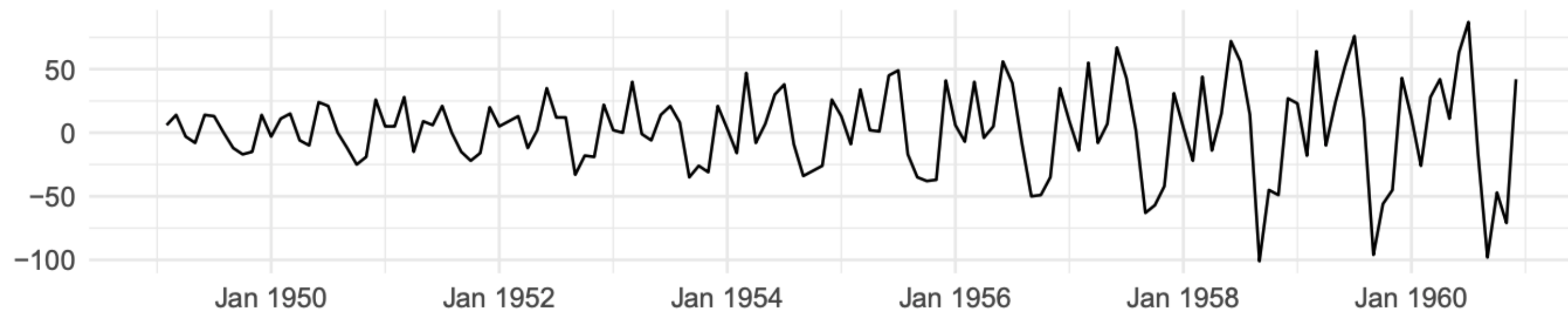
# Tendência

Mudança do nível médio da série a longo-prazo

Original Time Series



De-trended Time Series







# Tendência

Mudança do nível médio da série a longo-prazo

## Teste Estatístico

1. KPSS
2. Augmented Dickey-Fuller

```
import pandas as pd  
from pmdarima.arima import ndiffs
```

```
data = pd.read_csv('air_passengers.csv')
```

```
series = pd.Series(data['V1'])  
series.index = pd.to_datetime(data['Month'])
```

```
ndiffs(series, test='kpss')  
# 1
```



# Tendência

Mudança do nível médio da série a longo-prazo

# Diferenciação

Diferença entre valores consecutivos da série temporal:

- Representa a mudança de um instante para o próximo
- Estabiliza a média

```
import pandas as pd
```

```
data = pd.read_csv('air_passengers.csv')
```

```
series = pd.Series(data['V1'])
```

```
series.index = pd.to_datetime(data['Month'])
```

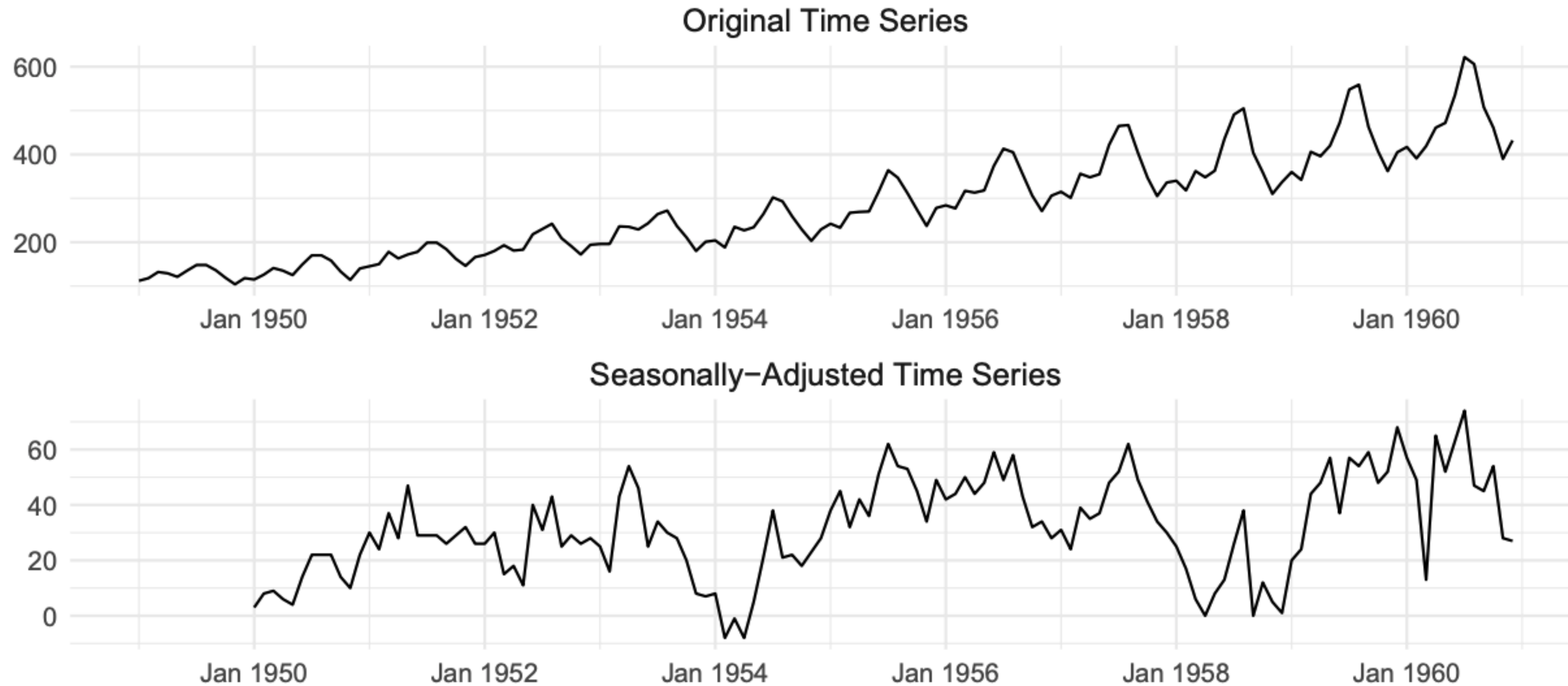
```
series.diff(periods=1)
```



# Sazonalidade

Mudanças regulares e previsíveis em períodos fixos (e.g. todos os meses)

- Quando as mudanças periódicas não têm um período fixo estas são chamadas de ciclos, por exemplo ciclos económicos





# Sazonalidade

Mudanças regulares e previsíveis em períodos fixos (e.g. todos os meses)

## Testes Estatísticos

- Teste OCSB;
- Teste Canova-Hansen

```
import pandas as pd
from pmdarima.arima import nsdiffs
```

```
data = pd.read_csv('air_passengers.csv')
```

```
series = pd.Series(data['V1'])
series.index = pd.to_datetime(data['Month'])
```

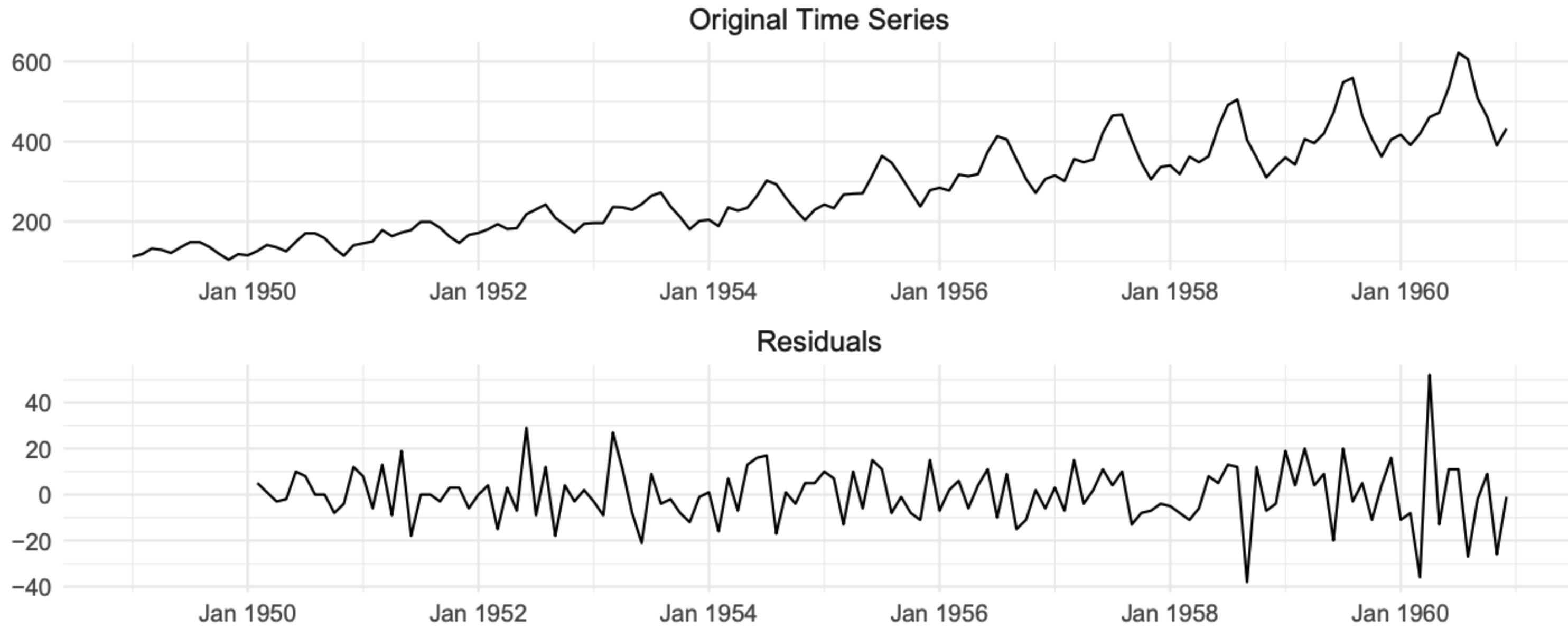
```
nsdiffs(series, m=12, test='ocsb')
# 1
```

```
# apply seasonal differencing
series.diff(periods=12)
```



# Resíduos

O que sobra da série temporal depois de remover a tendência e sazonalidade





# Decomposição da Série Temporal

A cada instante  $i$ , uma série temporal pode ser decomposta da seguinte forma.

## Decomposição Aditiva

$$y_i = \text{Tendência}_i + \text{Sazonalidade}_i + \text{Resíduos}_i$$

## Decomposição Multiplicativa

$$y_i = \text{Tendência}_i \times \text{Sazonalidade}_i \times \text{Resíduos}_i$$



# Time Series Decomposition

A cada instante  $i$ , uma série temporal pode ser decomposta nas três partes básicas: tendência, sazonalidade e resíduos.

## Que decomposição devo usar?

Se as oscilações à volta da tendência e sazonalidade dependerem do nível da série: **Decomposição multiplicativa**

## Log transformation

$$\log(y_i) = \log(\text{Tendência}_i) + \log(\text{Sazonalidade}_i) + \log(\text{Resíduos}_i)$$





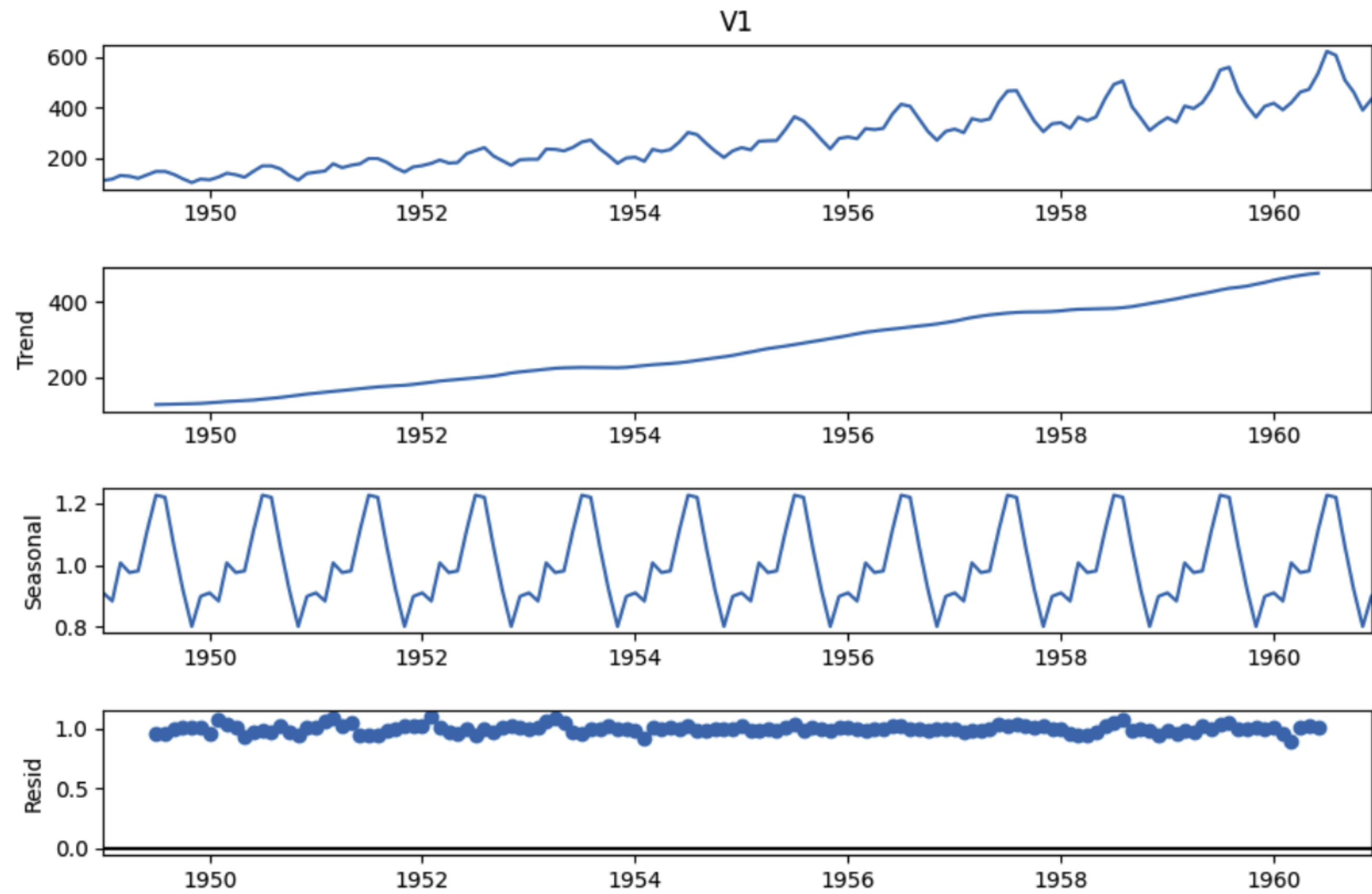
# Métodos de Decomposição

- Decomposição com Médias Móveis;
- Decomposição X11;
- Decomposição STL.

```
from statsmodels.tsa.seasonal import  
seasonal_decompose
```

```
result = seasonal_decompose(series,  
                             model='multiplicable',  
                             period=12)
```

```
result.plot()
```





2.3

## Propriedades Chave





# Propriedades Chave

- ✓ Estacionaridade
- ✓ Auto-correlação
- ✓ Heterocedasticidade
- ✓ Regularidade
- ✓ Frequência
- ✓ Outliers
- ✓ Regimes and Mudanças
- ✓ Reflexividade



# Estacionaridade

## Definição

Uma série temporal é estacionária se as suas propriedades não dependem do instante em que a série é observada.

- Não existem mudanças sistemáticas na média ou variância.

## Estacionaridade Estrita

A distribuição conjunta de  $\{y_1, \dots, y_i\}$  é idêntica à distribuição conjunta  $\{y_{1+j}, \dots, y_{i+j}\}$ , para todos  $i, j \in \mathbb{N}$ .

## Estacionaridade Fraca

Média e variância constante e auto-covariância não depende do tempo.



# Auto-correlação

## Correlação

Grau de relação linear entre duas variáveis

## Auto-correlação

Grau de relação linear entre a série temporal e os seus valores passados

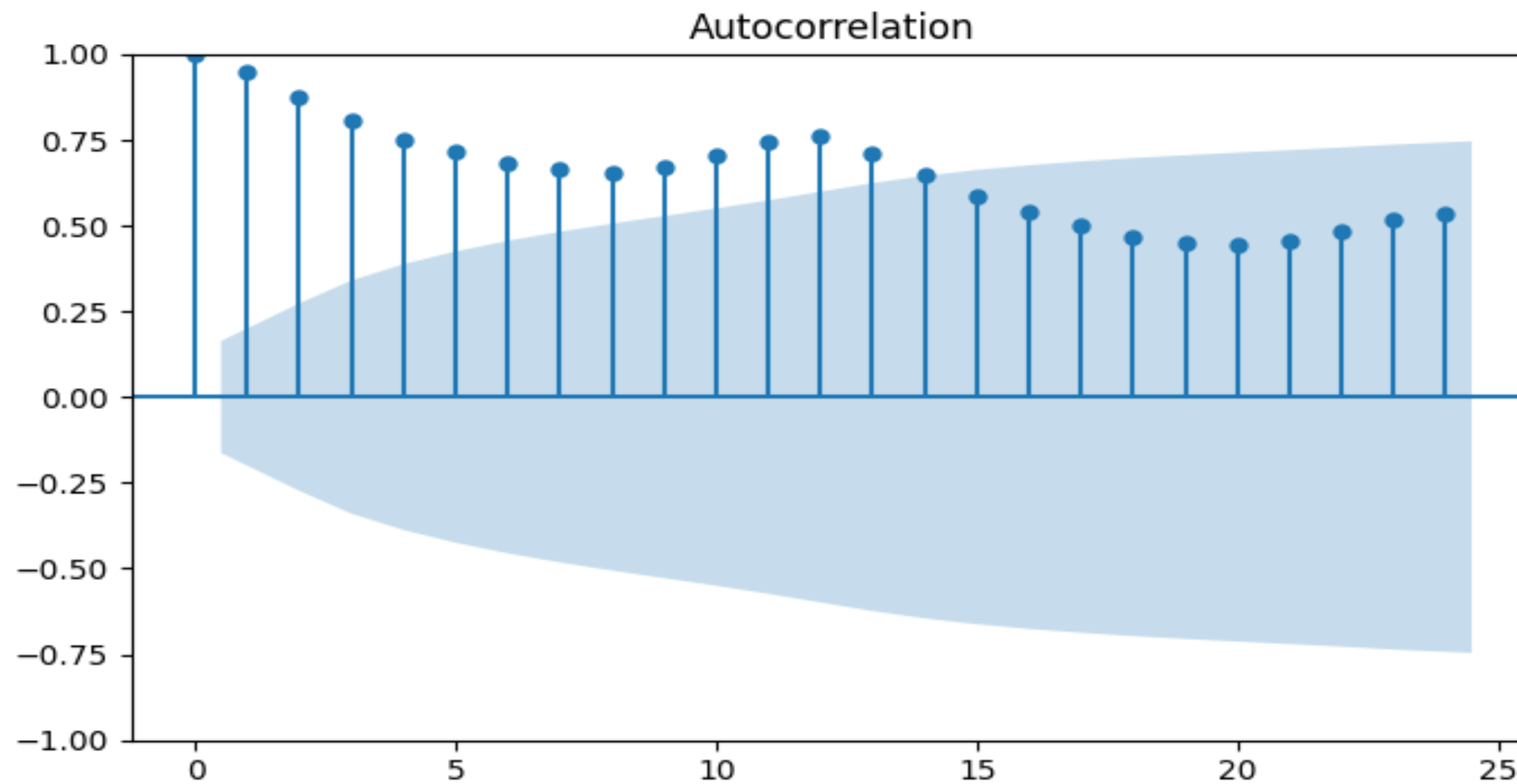
```
from statsmodels.graphics.tsaplots import plot_acf
```

```
plot_acf(series, lags=24)
```



# Auto-correlação

Grau de relação linear entre a série temporal e os seus valores passados



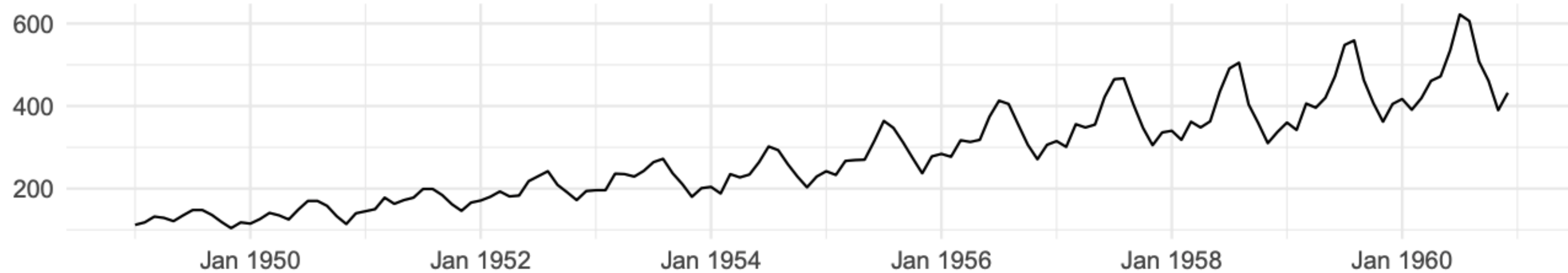




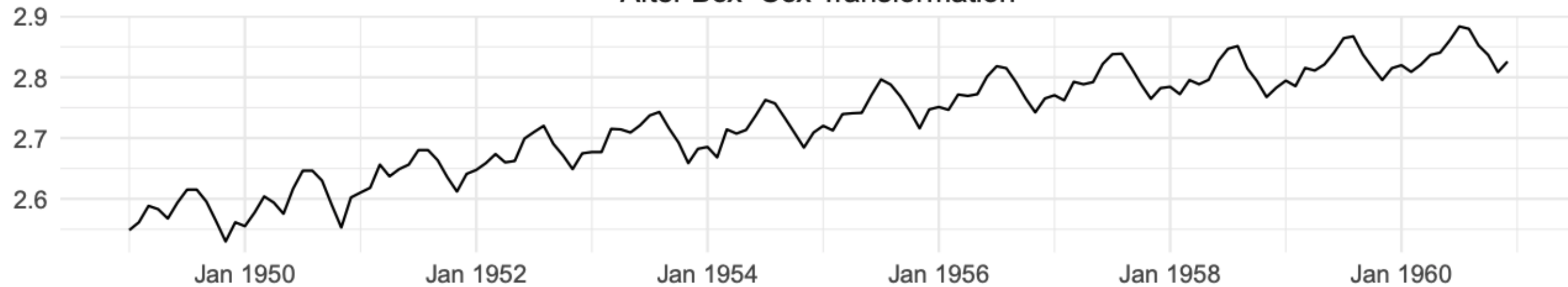
# Heterocedasticidade

Uma série temporal é heterocedástica se a variância não for constante

Original Time Series



After Box-Cox Transformation





# Heterocedasticidade



## Testes Estatísticos

- Teste Breusch-Pagan
- Teste White

## Transformações de Potência

- Log
- Transformação Box-Cox

```
import pandas as pd
from heteroskedasticity import het_tests
```

```
data = pd.read_csv('air_passengers.csv')
```

```
series = pd.Series(data['V1'])
series.index = pd.to_datetime(data['Month'])
```

```
het_tests(series, test='white')
# < 0.001
```

# Transformações Box-Cox

$$a_i = \begin{cases} \log(y_i) & \lambda = 0; \\ (y_i^\lambda - 1)/\lambda & \lambda \neq 0 \end{cases}$$

- $\lambda = 1$  : Sem transformação;
- $\lambda = 0.5$  : Raiz quadrada mais transformação linear;
- $\lambda = 0$ : Logaritmo;
- $\lambda = -1$  : Inversa mais 1



# Heterocedasticidade

## Testes Estatísticos

- Teste Breusch-Pagan
- Teste White

## Transformações de Potência

- Log
- Transformação Box-Cox

```
import pandas as pd
from scipy.stats import boxcox
from scipy.special import inv_boxcox
```

```
data = pd.read_csv('air_passengers.csv')
```

```
series = pd.Series(data['V1'])
series.index = pd.to_datetime(data['Month'])
```

```
# aplicar a transformação box-cox
transformed_data, best_lambda = boxcox(series)
```

```
# reverter a transformação
inv_boxcox(transformed_data, best_lambda)
```



# Frequência

## Definição

Regularidade com que a série é observada

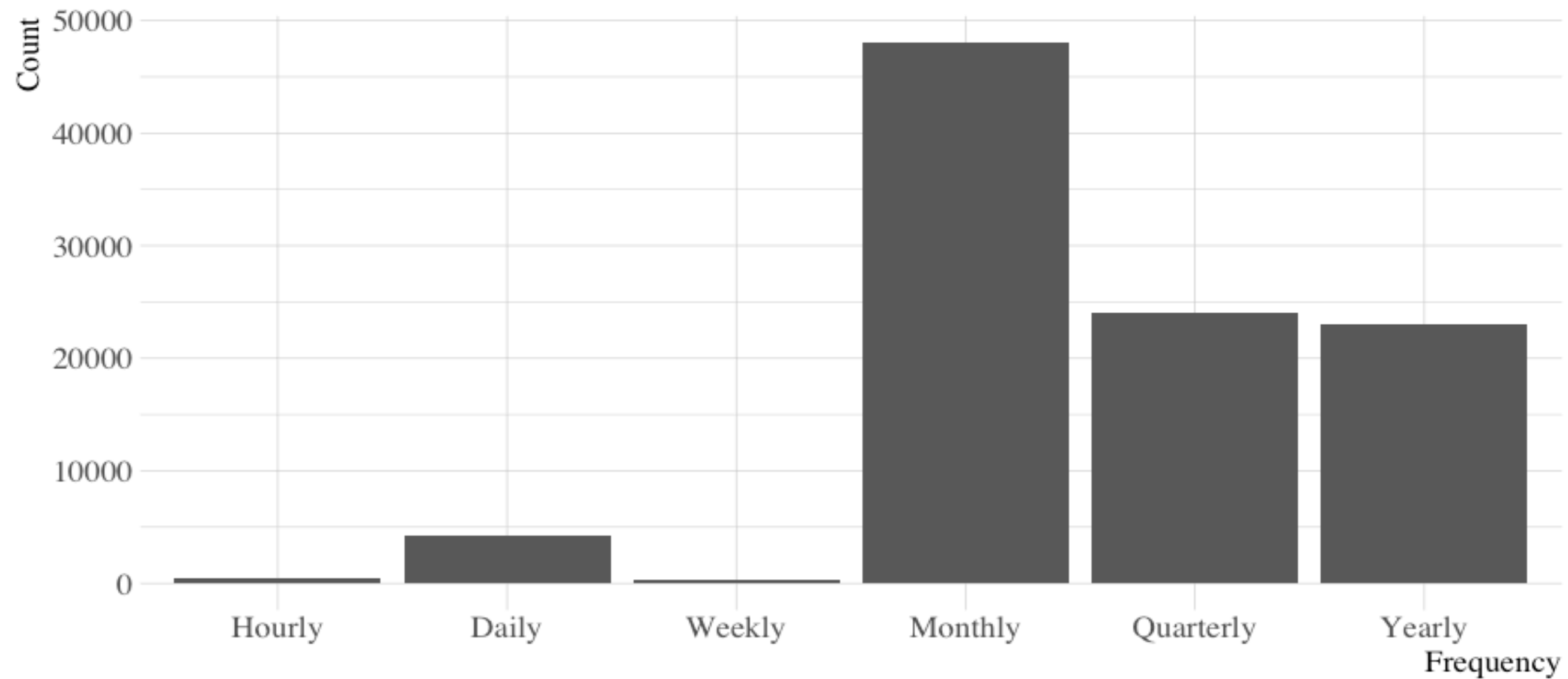
- Por exemplo, diariamente ou semanalmente

## Desafios

- Frequência elevada:
  - **Vários ciclos sazonais**
- Frequência baixa:
  - **Poucos dados**



# Dist. Frequência do conjunto M4



<https://mofc.unic.ac.cy/m4/>



# Regularidade

## Definição

Séries temporais regulares são observadas com uma frequência regular

- por exemplo, todos os dias

**No entanto, algumas séries temporais são naturalmente irregulares.  
Por exemplo, as vendas de um produto.**

2021-08-14 11:30:00

2021-08-14 15:18:00

2021-08-14 15:53:00

2021-08-14 18:55:00

2021-08-15 01:00:00

...





# Agregação da Série Temporal

Conversão da série irregular numa série regular para análise

```
import pandas as pd

irregular = pd.read_csv('irregular_series.csv')
irregular['Evento'] = 'Venda'
irregular.set_index('Timestamp', inplace=True)
irregular.index = pd.DatetimeIndex(irregular.index)

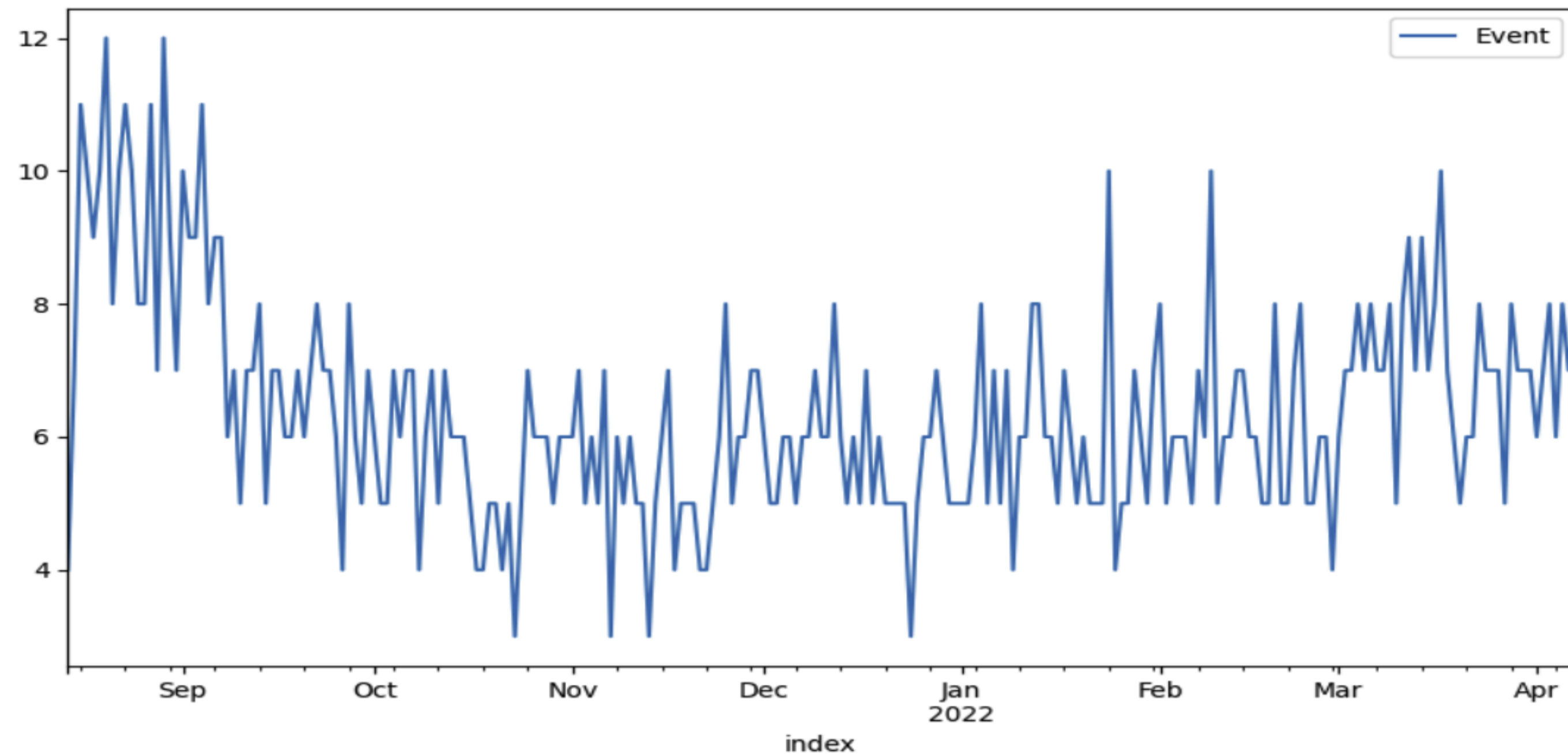
regular = irregular.groupby(irregular.index.date).count()

# contar os zeros
index_range = pd.date_range('2021-08-14', '2022-04-07')
regular = regular.reindex(index_range, fill_value=0)
# visualizar
regular.reset_index().plot.line(x='index', y='Event', rot=0)
```



# Agregação da Série Temporal

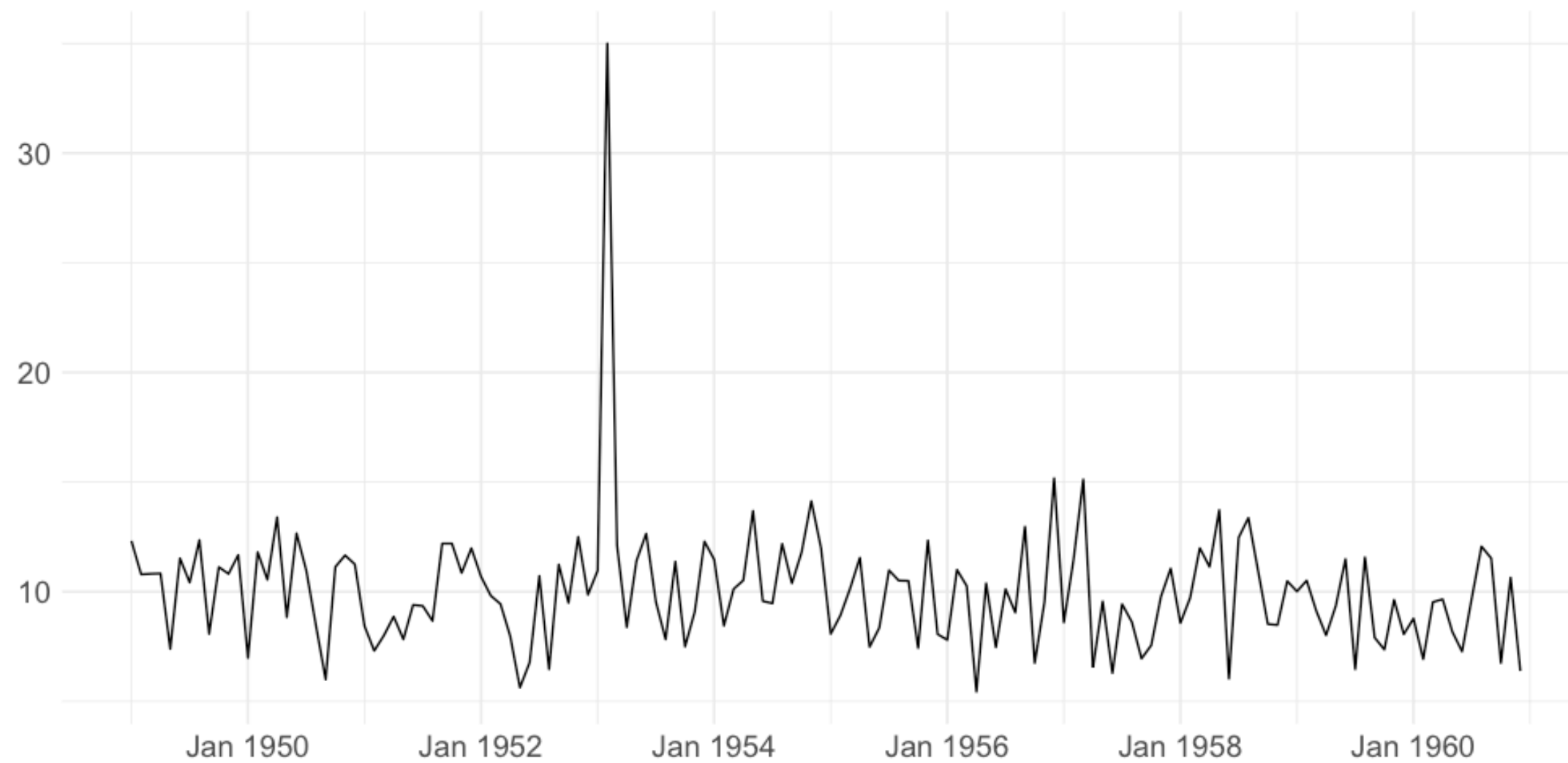
Conversão da série irregular numa série regular para análise





# Outliers

*Outliers* ou anomalias são eventos raros que se desviam do comportamento normal da série temporal





# Outliers

## Diferentes tipos de outliers

- **Pontos de outlier:** ocorrem num instante de tempo
- **Subsequências de outliers:** abrangem várias observações

## Como lidar com outliers

Depende da sua natureza

### Dados não desejados

- Erros de leitura, ruído, sensores danificados, etc.

### Eventos raros mas interessantes

- Por exemplo, quebras na bolsa financeira, atividade fraudulenta, etc.



# Regimes and Mudança

## Regimes

O processo da série temporal que origina os dados

## Pontos de Mudança

A série temporal muda, e a sua distribuição muda consequentemente

## Mudanças recorrentes ou permanentes

A distribuição pode mudar entre regimes (sazonalidade) ou mudar para algo nunca visto antes (quebras estruturais)





# Reflexividade

## Definição

Quando a previsão afeta o evento que está a ser previsto.

**Mercados Financeiros:** A previsão de um aumento no preço de uma ação atrai investidores, o que cria demanda e eleva o preço da ação.



# Séries Temporais: Definições e Propriedades

**Vitor Cerqueira**

[https://www.linkedin.com/in/vcerq/  
cerqueira.vitormanuel@gmail.com](https://www.linkedin.com/in/vcerq/cerqueira.vitormanuel@gmail.com)

