



UNIVERSIDAD  
CATOLICA DE  
TEMUCO

---

Facultad de Ingeniería  
Departamento de Ciencias  
Matemáticas y Físicas

## EID \* MODELOS MATEMÁTICOS DE VIRUS INFORMÁTICOS SEGUNDA Y ÚLTIMA PARTE

NOMBRES:.....

### CONTEXTO, PONDERACIONES E INSTRUCCIONES

Ponderaciones en la nota final del curso: Informe escrito = 5 %, Presentación oral = 10 %. La presentación debe ser sobre la parte escrita.

#### Normas de presentación (grupal):

- Duración máxima: 10 minutos por grupo.
- Diapositivas: hasta 10 en total.
- Expositor(a): un(a) integrante del grupo será seleccionado(a) al azar al inicio.

#### Entregable escrito (PDF, máx. 2 páginas + anexo de código):

- Parámetros  $\alpha, \beta$  y condiciones iniciales (con unidades y justificación breve).
- Método numérico (p.ej. ODE45) y consideraciones de tolerancias/paso.
- Gráficos claros de  $S(t), I(t), R(t)$  con ejes, leyendas y etiquetas.
- Comparación con los modelos lineales y análisis crítico (pico y tiempo al pico de  $I$ , valores finales, etc.).
- Anexo de código (MATLAB o Python) para reproducibilidad.

#### Cálculo de la nota de esta parte:

Nota Parte Final =  $0,05 \cdot$  Nota Informe (0–100) +  $0,10 \cdot$  Nota Presentación (0–100).

## 1. MODELOS LINEALES CON VARIAS VARIABLES

Trabajaremos con sistemas lineales de ecuaciones diferenciales acopladas. Considere las siguientes variables:

$S(t)$  =número de computadoras susceptibles;     $I(t)$  = número de computadoras infectadas;  
 $R(t)$  = número de computadoras recuperadas.

1. Proponga y resuelva analíticamente un sistema **lineal con dos variables**  $S(t)$  e  $I(t)$ .

Por ejemplo:

$$\begin{cases} S'(t) = -\alpha S(t), \\ I'(t) = \alpha S(t), \end{cases}$$

donde  $\alpha$  es una constante (determinada en la parte 1). Resuelva el sistema usando condiciones iniciales (establecidas en la parte 1).

2. Extienda el modelo anterior incluyendo la variable  $R(t)$ . Por ejemplo:

$$\begin{cases} S'(t) = -\alpha S(t), \\ I'(t) = \alpha S(t) - \beta I(t), \\ R'(t) = \beta I(t), \end{cases}$$

con constantes  $\alpha, \beta$  (determinadas en la parte 1 a partir del virus escogido). Resuelva analíticamente este sistema lineal completo.

## 2. MODELO SIR NO LINEAL Y SIMULACIÓN

1. Escriba el modelo SIR no lineal completo para virus informáticos, es decir el sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\begin{cases} S'(t) = -\alpha S(t) I(t), \\ I'(t) = \alpha S(t) I(t) - \beta I(t), \\ R'(t) = \beta I(t), \end{cases}$$

explicando el significado de cada parámetro ( $\alpha, \beta$ ) y las variables.

2. Explique por qué este sistema es no lineal y proponga un método de resolución (por ejemplo, método numérico). Mencione brevemente el uso de ODE45 en MATLAB (o similar) para resolver numéricamente este modelo.

3. Utilizando software matemático (p.ej. MATLAB con ODE45 o Python), resuelva numéricamente el modelo SIR con parámetros adecuados  $\alpha$  y  $\beta$  y condiciones iniciales dadas. Grafique la evolución de  $S(t)$ ,  $I(t)$ ,  $R(t)$  en el tiempo.
  4. Compare los resultados de los modelos lineales anteriores con los obtenidos del modelo SIR no lineal. **¿Qué diferencias observa en la evolución de  $I(t)$  y el comportamiento general?** Fundamente su respuesta.

### 3. CONCLUSIONES

En este apartado comunique lo aprendido. Explique si el modelo SIR linealizado o no lineal coincide con las expectativas de propagación de un virus informático. Fundamente sus conclusiones. Además, proponga alternativas de mejora o ajustes al modelo en caso de discrepancias (por ejemplo, calibrar los parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$ , considerar un modelo con una población total fija, etc.). **(máx. 1 página)**

**RÚBRICA: INFORME ESCRITO (5 % DEL CURSO)**

<b>Criterio (100 pts)</b>	<b>Excelente (100–90)</b>	<b>Bueno (89–75)</b>	<b>Aceptable (74–60)</b>	<b>Insuficiente (59–0)</b>
Parámetros y supuestos (15)	$\alpha, \beta$ y CI definidos con unidades y motivación clara; supuestos consistentes.	Definidos y razonables; faltan algunas justificaciones.	Incompletos o ambiguos.	Ausentes o incorrectos.
Método numérico (20)	Descripción precisa (p.ej. ODE45), criterios/tolerancias y justificación.	Adequado con leves omisiones.	Somero; posibles incongruencias.	Inapropiado o no descrito.
Gráficos y resultados (25)	Figuras legibles, bien etiquetadas, comparaciones pertinentes; destacan hitos (pico de $I$ ).	Correctos con mejoras menores.	Confusos o incompletos.	Ausentes o irrelevantes.
Análisis y comparación (25)	Comparación cuantitativa y cualitativa sólida con modelos lineales; interpretación coherente.	Buena comparación, algo incompleta.	Superficial; poca interpretación.	Sin comparación o conclusiones erróneas.
Claridad y reproducibilidad (15)	Redacción clara; estructura lógica; código reproducible.	Clara con detalles menores.	Problemas de claridad/flujo; reproducibilidad limitada.	Desorganizado; no reproducible.

## RÚBRICA: PRESENTACIÓN ORAL (10 % DEL CURSO)

Criterio (100 pts)	Excelente (100–90)	Bueno (89–75)	Aceptable (74–60)	Insuficiente (59–0)
Dominio del tema (25)	Expone con seguridad método, parámetros y hallazgos del <i>informe escrito</i> .	Buen dominio; dudas menores.	Dominio básico con imprecisiones.	No demuestra dominio.
Narrativa y claridad (20)	Discurso claro y conciso; hilo conductor evidente.	Generalmente claro.	Irregular/confuso en partes.	Difícil de seguir.
Uso de gráficos (20)	Figuras del informe integradas y explicadas correctamente.	Presentes; integración mejorable.	Poco claras o mal usadas.	Ausentes o irrelevantes.
Tiempo y diapositivas (15)	Respeta <b>10 min</b> y <b>10 diapositivas</b> ; diseño legible.	Leve desviación.	Excesos notables o saturación.	Incumple claramente los límites.
Preguntas y argumentación (10)	Respuestas precisas y fundamentadas.	Adecuadas con vacíos menores.	Vagas o poco fundamentadas.	Incorrectas o sin responder.
Trabajo en equipo (10)	Cualquier integrante puede presentar (selección al azar) y evidencia conocimiento global.	Colaboración con leve desequilibrio.	Participación desigual.	Dependencia de un solo integrante.

**Penalizaciones automáticas:** exceder 10 min: -5 pts por minuto iniciado; exceder 10 diapositivas: -2 pts por diapositiva extra; presentar contenido que no corresponde al *informe escrito*: hasta -15 pts.