



UNIVERSIDAD
CATOLICA DE
TEMUCO

Facultad de Ingeniería
Departamento de Ciencias
Matemáticas y Físicas

EID * MODELOS MATEMÁTICOS DE VIRUS INFORMÁTICOS

NOMBRES:.....

Instrucciones:

1. Esta evaluación integrada de desempeño (EID) pondera un 20 % de la nota final del curso y está dividida en 4 subproductos. Cada subproducto pondera un 25 % de la nota final de la EID.
2. Formar un equipo de trabajo de máximo 3 personas.
3. El producto (o subproducto) desarrollado en cada sesión de trabajo se entrega por escrito, ya sea al final de la sesión o al comienzo de la siguiente clase, según sea especificado por los docentes del curso.
4. La entrega es por escrito (a mano).
5. Un integrante al azar del grupo deberá exponer el subproducto del trabajo realizado en la sesión anterior, en la siguiente clase.
6. Las presentaciones son de hasta 3 min máximo, más 2 minutos de preguntas.
7. Pueden usar material de apoyo en cada presentación (máximo 4 diapositivas).
8. La nota de cada subproducto se distribuye entre la parte escrita (30 %) y la presentación oral (70 %). Ver rúbrica al final del documento.

Consideraciones importantes para el desarrollo del trabajo:

1. Se espera que comprendas la importancia del fenómeno en estudio en el contexto de los virus informáticos.
2. Se espera que comprendas el proceso de modelado de problemas reales usando las ecuaciones diferenciales.
3. Se espera que logren comprender el modelo SIR y aplicarlo para modelar la propagación de un virus.
4. El formato es libre, solo considera que los cálculos analíticos, imágenes y/o escritura deben ser claros y detallados.
5. Considere los aspectos mencionados en la rúbrica de evaluación (ver al final del documento).
6. Con el objeto de realizar simulaciones, es importante que el grupo cuente con al menos un computador (de escritorio o portátil).¹

¹El trabajo requiere el uso de herramientas computacionales (p.ej., MATLAB o Python).

Modelo SIR aplicado a la propagación de virus informáticos

INTRODUCCIÓN

La propagación de virus informáticos en redes de computadoras puede modelarse análogamente a la propagación de enfermedades en poblaciones. Un modelo clásico para describir esta dinámica es el **modelo SIR**, en el cual la población se divide en *Susceptibles* (computadoras vulnerables), *Infectados* (computadoras con virus) y *Recuperados* (computadoras limpiadas o inmunizadas). Este modelo emplea ecuaciones diferenciales para representar la evolución temporal de cada estado del sistema.

El principal objetivo de este trabajo es *aplicar el modelo SIR en el contexto de virus informáticos* a través del análisis matemático y simulación. Para esto, la actividad se divide en etapas progresivas de modelamiento:

1. Modelado de una variable (número de computadoras infectadas) con ecuación lineal.
2. Modelado de la misma variable con ecuación no lineal (tipo Bernoulli o logístico) con solución analítica.
3. Modelado de dos variables lineales acopladas (por ejemplo, infectadas vs susceptibles).
4. Modelado de tres variables lineales acopladas (*Susceptibles*, *Infectados*, *Recuperados*) con solución analítica.
5. Modelado no lineal con tres variables (modelo SIR completo), resolución aproximada mediante herramientas numéricas (p.ej. ODE45).

Cada etapa incluye formulación, resolución analítica cuando sea posible, y eventualmente simulación computacional. A continuación se detallan las secciones a desarrollar.

1. ELABORACIÓN DEL MARCO TEÓRICO

Escriba un resumen ejecutivo acerca del modelo SIR y su aplicación a virus informáticos. Para esto, considere la historia del modelo SIR, la ecuación diferencial que lo representa, y ejemplos de aplicaciones en epidemiología y seguridad informática. (**máx. 1 página**)

2. MODELOS CON UNA VARIABLE

En esta sección, modelará el número de computadoras infectadas $I(t)$ a lo largo del tiempo.
(máx. 2 páginas)

1. Investigue sobre *virus informáticos*. Clasifíquelos (p. ej., gusanos, troyanos, ransomware, spyware) y explique brevemente cómo opera cada uno.
2. Seleccione un tipo de virus de interés y establezca una **tasa de propagación r** (unidades: infecciones por unidad de tiempo). Indique los supuestos y las unidades elegidas.
3. Plantee y resuelva analíticamente un modelo **lineal** para $I(t)$ con tasa constante de nuevas infecciones. Considere, por ejemplo, $I'(t) = r$ (constante) con condición inicial $I(0) = I_0$. Obtenga $I(t)$ y comente el significado de los parámetros.
4. Discuta qué ocurriría si la tasa r dependiera del tiempo t (p. ej., medidas de contención, actualización de firmas antivirus) o del número de infectados $I(t)$ (p. ej., saturación). Proponga formas plausibles de $r(t)$ o $r(I)$ y describa el efecto cualitativo.
5. Plantee y resuelva analíticamente (usando el método de Bernoulli) un modelo **no lineal** para $I(t)$:

$$I'(t) = r I(t) \left(1 - \frac{I(t)}{K}\right),$$

con r, K constantes. Indique el método de solución (separación de variables) y presente la solución explícita con $I(0) = I_0$.

6. Compare el modelo lineal y el no lineal. Justifique, con criterios matemáticos y del contexto elegido, cuál representa mejor una situación real y bajo qué condiciones cada modelo es razonable.

INFORME ESCRITO (70 % DEL TOTAL)

Criterio	Excelente (15-12)	Bueno (11-8)	Aceptable (7-4)	Insuficiente (3-0)
Desarrollo Analítico	Los cálculos son completos, estructurados y detallados, incluyendo justificación clara en cada paso. Demuestran comprensión profunda del modelo SIR aplicado a virus informáticos.	Los cálculos son correctos, pero algunos pasos carecen de explicación detallada o justificación.	Los cálculos tienen errores menores o no están completamente desarrollados. Faltan explicaciones en varias secciones.	Los cálculos contienen errores significativos o están incompletos. No se observa comprensión del modelo.
Claridad en la Explicación de Resultados	Los resultados son claros, bien fundamentados y contextualizados dentro del fenómeno estudiado (propagación de virus informáticos), incluyendo reflexiones críticas sobre las diferencias entre modelos.	Los resultados están bien explicados, pero faltan algunos fundamentos o análisis crítico de las diferencias observadas.	Los resultados son ambiguos o carecen de suficiente análisis. Algunas conexiones con el fenómeno estudiado son débiles.	Los resultados no están explicados o carecen de relación con el fenómeno estudiado.
Uso de Gráficos	Los gráficos son precisos y relevantes, presentan de manera clara la comparación entre simulaciones numéricas y resultados teóricos, con etiquetado adecuado.	Los gráficos son claros y están relacionados con los resultados, aunque podrían ser más precisos o completos.	Los gráficos están presentes, pero son confusos o no aportan significativamente al análisis.	No se utilizan gráficos o los gráficos no son útiles ni relevantes.
Organización y Formato	El informe está perfectamente organizado, sigue una estructura lógica y cumple con los requisitos formales. El lenguaje es claro y profesional.	El informe está bien organizado, pero podrían mejorarse algunos aspectos del formato o lenguaje.	El informe es difícil de seguir en algunos puntos debido a problemas de organización o redacción.	El informe es desorganizado o carece de formato adecuado, dificultando su comprensión.
DPTO. DE CIENCIAS MATEMÁTICAS Y FÍSICAS				

Presentación Oral (30 % del total)

Criterio	Excelente (10-9)	Bueno (8-7)	Aceptable (6-5)	Insuficiente (4-0)
Dominio del Tema	Demuestra un dominio completo del desarrollo analítico y la interpretación de los resultados del modelo SIR.	Muestra un buen entendimiento de los conceptos, pero con errores menores o dudas.	Muestra un entendimiento básico, pero con algunas áreas confusas.	No demuestra un entendimiento adecuado del modelo ni de los resultados.
Claridad en la Explicación	Explica los pasos analíticos y los resultados con claridad y detalle.	Explica bien, pero algunos detalles podrían aclararse mejor.	La explicación es confusa o poco detallada en algunos puntos.	La explicación es mayormente confusa o carece de precisión.
Uso de Gráficos en la Presentación	Utiliza gráficos adecuados para respaldar los resultados, presentándolos de manera clara.	Utiliza gráficos, pero algunos no están completamente integrados en la explicación.	Los gráficos están presentes, pero no son claros o no se utilizan bien en la explicación.	No se utilizan gráficos o los gráficos no son útiles para la presentación.
Organización de la Presentación	La presentación está bien estructurada, fluida y fácil de seguir.	La presentación es buena, pero podría mejorar en la secuencia o fluidez.	La presentación es difícil de seguir en algunos puntos debido a la estructura.	La presentación está desorganizada o es confusa en general.

JUSTIFICACIÓN DE LA RÚBRICA

- **Coherencia:** La estructura de la rúbrica conecta cada criterio con los aprendizajes y actividades específicas del trabajo. Cada sección guía al estudiante a desarrollar habilidades alineadas con los objetivos del curso.
- **Transparencia:** Se explicitan los niveles de logro en términos claros, facilitando la autoevaluación del estudiante y la consistencia en la calificación.
- **Basada en criterios:** Cada criterio es específico y medible, eliminando ambigüedades en las expectativas del trabajo.
- **Autenticidad:** Los criterios están diseñados para reflejar escenarios reales de modelado matemático y simulación, fomentando la conexión entre teoría y práctica.