

Atividade 1

Vinícius Couto Tasso

July 27, 2020

1 Problema de Otimização do Transporte

Esse exercício utiliza dados da empresa de transporte fictícia “*Trans-cegonha*” para resolver um problema de otimização. O objetivo é encontrar a disposição ideal da frota de veículos da empresa, de maneira a maximizar o lucro, satisfazendo todas as restrições do problema.

O problema é apresentado com mais detalhes [aqui](#).

1.1 Modelagem

O processo de modelagem do problema é fundamental para a utilização de Algoritmos Genéticos, e uma boa modelagem certamente influenciará o resultado final, seja em sua qualidade ou no tempo necessário para obter uma solução satisfatória.

Para isso, precisa-se determinar o mapeamento “genótipo x fenótipo”, bem como a função *fitness*, responsável por indicar quantitativamente a qualidade de um determinado indivíduo.

1.1.1 Cromossomo

Cromossomo é a representação do problema no formato de um indivíduo que equivale à uma possível solução. Para este problema, escolheu-se usar 27 genes diferentes, cada um representando uma determinada rota e a quantidade de caminhões que foi ali alocada. O motivo dessa escolha foi o fato de que, apesar da quantidade de variáveis e restrições do problema, o resultado final é um reflexo direto da disposição inicial da frota de veículos.

Assim, cada indivíduo apresenta a distribuição da frota entre todas as possíveis rotas. A partir dessa informação, pode-se calcular todas as variáveis e considerar todas as restrições para avaliar o candidato à solução.

A representação dos genes é binária, e cada gene é representado por uma quantidade de bits diferente. A motivação dessa escolha foi restringir o espaço de busca, ao custo de adicionar um pouco de complexidade na representação. O valor máximo de cada gene foi calculado utilizando uma frota imaginária sem restrição de tamanho. Assim, chegou-se à quantidade ideal de caminhões por rota para atender a demanda.

1.1.2 Função objetivo

Como mencionado anteriormente, o exercício se trata de um problema de otimização. Mais especificamente, o objetivo é maximizar o lucro L da empresa fictícia.

Cada caminhão pode operar por, no máximo, 24h por dia, ao longo de 30 dias do mês.

O lucro é obtido por:

$$L = R - C$$

A remuneração total R se dá pelo somatório da remuneração individual mensal r de cada um dos 68 caminhões que constituem a frota de veículos:

$$R = \sum_{i=1}^{68} r_i$$

A remuneração individual de cada veículo leva em consideração a quantidade de viagens n feitas no mês e o pagamento p (tabelado) de cada uma delas:

$$r_i = n_i \cdot p_i$$

A quantidade de viagens (ida e volta) pode depender do tamanho da demanda, limitando as viagens ao mês (introduzindo um tempo de ociosidade ao veículo durante o mês). Portanto, é preciso considerar o máximo de viagens que o caminhão pode fazer (com carregamento) m , e obter o mínimo entre esse valor e o máximo de viagens de duração t possível no mês:

$$n_i = \min \left\{ m_i, \text{floor} \left(\frac{30 \cdot 24}{t_i} \right) \right\}$$

A distância entre cada destino e origem possível é tabelada e fornecida, e o tempo de duração de cada viagem precisa levar em consideração o *overhead* do tempo de carga e descarga:

$$t_i = \text{ceil} \left(\frac{d_i}{55} \right) + \text{ceil} \left(\frac{d_i}{75} \right) + 4$$

onde 55 é a velocidade média dos veículos (em km/h) na ida, e 75 na volta.

O custo total C se dá pelo somatório do custo individual mensal c de cada caminhão:

$$C = \sum_{i=1}^{68} c_i$$

O custo individual mensal de cada caminhão é obtido pelo produto entre a quantidade de viagens n e o custo tabelado σ de cada viagem:

$$c_i = n_i \cdot \sigma_i$$

A função objetivo nada mais é que o lucro normalizado para o intervalo $[0, 1]$. Para isso, usou-se como valor teórico máximo o lucro para a frota teórica (mencionada anteriormente) de 103 caminhões:

$$\Omega = \frac{R - C}{12,532,255}$$

1.1.3 Restrições

O problema conta com um número de restrições que devem ser levadas em consideração a fim de obter uma solução válida. São elas:

- Cada caminhão **sempre** transporta exatamente 11 veículos em cada viagem. Se esse requisito não for satisfeito, o caminhão não irá trafegar. (Essa restrição é aplicada no cálculo de viagens que o caminhão fará no mês)
- A frota de veículos é composta por 68 caminhões. Não se pode utilizar mais caminhões do que há disponível.
- Cada base de origem deve atender, pelo menos, dois destinos diferentes.
- A distribuição da frota deve atender, no mínimo, 72% da demanda de transporte.

Para quantificar e penalizar os indivíduos que não respeitarem essas restrições, as seguintes penalidades são aplicadas:

$$\hat{h}_1 = \max\{0, \frac{Q - 68}{63}\}$$

onde 63 é o valor máximo de caminhões que podem ser alocados (na representação binária) além do limite permitido de 68, e Q é a quantidade de caminhões utilizada.

$$\hat{h}_2 = \max\{0, \frac{7 - B}{7}\}$$

onde B é a quantidade de bases que atendem o requisito de fazerem entregas à, pelo menos, dois destinos diferentes.

$$\hat{h}_3 = \max\{0, \frac{72 - D}{72}\}$$

onde D é a porcentagem da demanda total atendida.

Todas as funções de restrição podem assumir somente valores dentro do intervalo $[0, 1]$.

1.1.4 Função *fitness*

A função *fitness*, utilizada como métrica para quantificar a qualidade de uma solução, combina as funções objetivo e de penalidade apresentadas acima. Dessa forma, temos:

$$fitness = \frac{R - C}{12,532,255} - \frac{1}{1.5} \sum_{i=1}^3 \hat{h}_i$$

O somatório das penalidades foi dividido por 1.5 (ao invés de 3) para aumentar o peso das penalidades durante o treinamento, pois nenhuma pode ser desrespeitada. No caso de a penalidade ser maior que o resultado da função *fitness*, atribui-se o valor 0 para evitar valores de *fitness* negativos.

1.2 Implementação e Resultados

A linguagem escolhida para a abordagem do problema foi Python, fazendo uso da implementação de Algoritmos Genéticos da biblioteca Inspyred.

Os dados de entrada foram fornecidos no formato de uma planilha. A planilha foi lida e filtrada para obter os dados necessários para o experimento.

Para definir o tamanho ideal da frota, utilizou-se as matrizes extraídas, conforme comentado acima, para calcular a quantidade caminhões necessária para melhor atender a demanda. O cálculo levou em conta a quantidade ideal de caminhões para **atender a demanda**, e não necessariamente maximizar o lucro.

Tamanho da frota calculada: 103

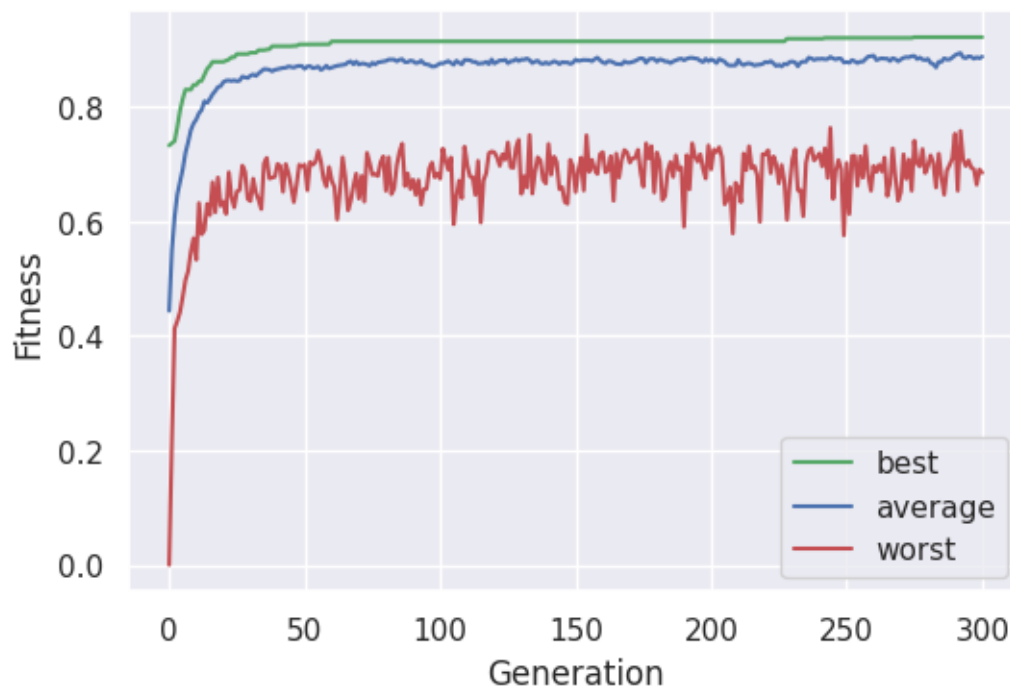
Para poder diferenciar os genes dentro da representação binária, precisamos saber onde cada um começa e termina. Isso é um reflexo da escolha de não dividir o cromossomo em genes de tamanho igual.

Bits necessários para a representação binária: 63

Com a implementação do algoritmo finalizada, realizou-se uma bateria de experimentos em busca de um valor “bom o suficiente”. As informações a seguir se referem somente ao último experimento realizado, que obteve o melhor resultado.

A definição do Algoritmo Genético utilizada tinha uma população de 150 indivíduos, gerados aleatoriamente em um primeiro momento, com uma taxa de *crossover* (de 2 pontos) de 50%, taxa de mutação de 2% e elitismo para um indivíduo (o melhor indivíduo de cada geração obrigatoriamente faria parte da próxima população).

O AG foi rodado durante 300 gerações, quando o processo de evolução foi interrompido. Esse processo se repetiu 10 vezes, e usou-se o resultado da melhor rodada. O processo de evolução, por meio do monitoramento da curva de *fitness* pode ser observado na figura a seguir.



Interpretação do resultado final obtido:

Cobertura da demanda total:	79.64%
Lucro total:	11,552,371
Quantidade de caminhões utilizados:	68
Fitness do candidato final:	0.92181
Penalidade aplicada ao candidato final:	0.00000