Lista 1 - Reconhecimento de Padrões

Vinícius Couto Tasso

1. **O médico informa que ele tem uma boa e uma má notícia.**

   a) **A má notícia é que você recebeu o resultado positivo de um teste para uma doença grave.**

   b) **O teste tem um desempenho de 95% de acerto. Isso significa que a probabilidade de receber um resultado positivo, dado que você tem a doença é de 0,95. Isso também é válido quando você recebe um resultado negativo, dado que você não tem a doença.**

   c) **A boa notícia é que a doença é bastante rara e somente uma em 50.000 pessoas sofre dessa doença.**

   Quais as chances de você realmente ter a doença?

Do enunciado, temos:

$$P(E|D) = P(E'|D') = \frac{95}{100} \tag{1}$$

$$P(E|D') = P(E'|D) = \frac{5}{100} \tag{2}$$

$$P(D) = \frac{1}{50000} \tag{3}$$

$$P(D') = \frac{49999}{50000} \tag{4}$$

onde $P(E)$ é a probabilidade de o exame retornar positivo e $P(D)$ é a probabilidade de ter a doença. $P(E')$ e $P(D')$ são seus complementos.

Queremos encontrar a probabilidade de ter a doença dado que o exame retornou um resultado positivo, portanto, $P(D|E)$. Aplicando o Teorema de Bayes, temos:

$$P(D|E) = \frac{P(E|D)P(D)}{P(E)} \tag{5}$$

Pela lei da probabilidade total, temos que:

$$P(E) = P(E|D)P(D) + P(E|D')P(D') \tag{6}$$

Substituindo (1), (2), (3) e (4) em (6), temos:

$$P(E) = \frac{95}{100}\frac{1}{50000} + \frac{5}{100}\frac{49999}{50000} = 0.050018 \tag{7}$$

Por fim, substituindo (1), (3) e (7) em (5):

$$P(D|E) = \frac{0.95\ 0.00002}{0.050018} = 0.00038 = 0.038\% \tag{8}$$