Стоимость доставки единицы груза из каждого пункта отправления в соответствующие пункты назначения задана матрицей тарифов

	B1	B2	B3	B4	B5	Запасы
A1	7	5	9	8	6	150
A2	8	10	4	11	12	170
A3	4	13	15	13	14	200
Потребности	120	80	140	70	110	

Проверим необходимое и достаточное условие разрешимости задачи.
$\sum a = 150 + 170 + 200 = 520$
$\sum b = 120 + 80 + 140 + 70 + 110 = 520$
Условие баланса соблюдается. Запасы равны потребностям. Следовательно, модель транспортной задачи является закрытой.
Занесем исходные данные в распределительную таблицу.

	B1	B2	B3	B4	B5	Запасы
A1	7	5	9	8	6	150
A2	8	10	4	11	12	170
A3	4	13	15	13	14	200
Потребности	120	80	140	70	110	

Этап I. Поиск первого опорного плана.
1. Используя *метод наименьшей стоимости*, построим первый опорный план транспортной задачи.
Суть метода заключается в том, что из всей таблицы стоимостей выбирают наименьшую, и в клетку, которая ей соответствует, помещают меньшее из чисел a_i, или b_j.
Затем, из рассмотрения исключают либо строку, соответствующую поставщику, запасы которого полностью израсходованы, либо столбец, соответствующий потребителю, потребности которого полностью удовлетворены, либо и строку и столбец, если израсходованы запасы поставщика и удовлетворены потребности потребителя.
Из оставшейся части таблицы стоимостей снова выбирают наименьшую стоимость, и процесс распределения запасов продолжают, пока все запасы не будут распределены, а потребности удовлетворены.
В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность магазинов удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

	B1	B2	B3	B4	B5	Запасы
A1	7	5[80]	9	8	6[70]	150
A2	8	10	4[140]	11[30]	12	170
A3	4[120]	13	15	13[40]	14[40]	200
Потребности	120	80	140	70	110	

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:
F(x) = 5*80 + 6*70 + 4*140 + 11*30 + 4*120 + 13*40 + 14*40 = 3270
2. Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 7, а должно быть m + n - 1 = 7. Следовательно, опорный

план является *невырожденным*.

Этап II. Улучшение опорного плана.

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* u_i, v_j. по занятым клеткам таблицы, в которых $u_i + v_j = c_{ij}$, полагая, что $u_1 = 0$.

$u_1 + v_2 = 5; 0 + v_2 = 5; v_2 = 5$
$u_1 + v_5 = 6; 0 + v_5 = 6; v_5 = 6$
$u_3 + v_5 = 14; 6 + u_3 = 14; u_3 = 8$
$u_3 + v_1 = 4; 8 + v_1 = 4; v_1 = -4$
$u_3 + v_4 = 13; 8 + v_4 = 13; v_4 = 5$
$u_2 + v_4 = 11; 5 + u_2 = 11; u_2 = 6$
$u_2 + v_3 = 4; 6 + v_3 = 4; v_3 = -2$

	v_1=-4	v_2=5	v_3=-2	v_4=5	v_5=6
u_1=0	7	5[80]	9	8	6[70]
u_2=6	8	10	4[140]	11[30]	12
u_3=8	4[120]	13	15	13[40]	14[40]

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых $u_i + v_j > c_{ij}$

(2;2): 6 + 5 > 10; Δ_{22} = 6 + 5 - 10 = 1 > 0

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (2;2): 10

Для этого в перспективную клетку (2;2) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

	1	2	3	4	5	Запасы
1	7	5[80][-]	9	8	6[70][+]	150
2	8	10[+]	4[140]	11[30][-]	12	170
3	4[120]	13	15	13[40][+]	14[40][-]	200
Потребности	120	80	140	70	110	

Цикл приведен в таблице (2,2 → 2,4 → 3,4 → 3,5 → 1,5 → 1,2).

Из грузов x_{ij} стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (2, 4) = 30. Прибавляем 30 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 30 из X_{ij}, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

	B1	B2	B3	B4	B5	Запасы
A1	7	5[50]	9	8	6[100]	150
A2	8	10[30]	4[140]	11	12	170
A3	4[120]	13	15	13[70]	14[10]	200
Потребности	120	80	140	70	110	

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* u_i, v_j. по занятым клеткам таблицы, в которых $u_i + v_j = c_{ij}$, полагая, что $u_1 = 0$.

$u_1 + v_2 = 5; 0 + v_2 = 5; v_2 = 5$
$u_2 + v_2 = 10; 5 + u_2 = 10; u_2 = 5$
$u_2 + v_3 = 4; 5 + v_3 = 4; v_3 = -1$
$u_1 + v_5 = 6; 0 + v_5 = 6; v_5 = 6$
$u_3 + v_5 = 14; 6 + u_3 = 14; u_3 = 8$

$u_3 + v_1 = 4; 8 + v_1 = 4; v_1 = -4$
$u_3 + v_4 = 13; 8 + v_4 = 13; v_4 = 5$

	$v_1=-4$	$v_2=5$	$v_3=-1$	$v_4=5$	$v_5=6$
$u_1=0$	7	5[50]	9	8	6[100]
$u_2=5$	8	10[30]	4[140]	11	12
$u_3=8$	4[120]	13	15	13[70]	14[10]

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию $u_i + v_j \leq c_{ij}$.
Минимальные затраты составят: F(x) = 5*50 + 6*100 + 10*30 + 4*140 + 4*120 + 13*70 + 14*10 = 3240
Анализ оптимального плана.
Из 1-го склада необходимо груз направить в 2-й магазин (50 ед.), в 5-й магазин (100 ед.)
Из 2-го склада необходимо груз направить в 2-й магазин (30 ед.), в 3-й магазин (140 ед.)
Из 3-го склада необходимо груз направить в 1-й магазин (120 ед.), в 4-й магазин (70 ед.), в 5-й магазин (10 ед.)