

Détection de cycle dans un graphe dirigé : conventions de représentations et théorie du problème

LINGI1122 - Méthodes de conception de programmes

| | | |
|-----------------|---------|------------|
| SEDDA | Mélanie | 2246-11-00 |
| SLUYSMANS | Benoît | 6957-11-00 |
| VAN DEN ECKHAUT | Kim | 7561-11-00 |
| VICO | Nicolas | ??? |
| VOLON | Julien | ??? |

Dans le cadre du cours de méthode de conception de programmes, il nous a été demandé de résoudre le problème suivant : étant donné un graphe dirigé, déterminer si celui-ci contient ou non un cycle. L'algorithme utilisé doit donc ressortir une réponse booléenne.

L'algorithme que nous devons utiliser est le suivant : supprimer du graphe tous les nœuds qui n'ont pas d'arête entrante, ainsi que les arêtes dont ces nœuds sont l'origine. En répétant cette opération, deux cas peuvent survenir : soit il n'y a plus de nœud disponible, et nous pouvons conclure qu'il n'existe pas de cycle dans le graphe de base, soit il ne reste que des nœuds avec au moins une arête entrante, auquel cas il existe au moins un cycle dans le graphe.

1 Conventions de représentations

2 Théorie du problème

2.1 Définitions

Un **graphe** est un triplet (V, E, ψ) où :

- V est un ensemble dont les éléments sont appelés sommets ou nœuds ;
- E est un ensemble dont les éléments sont appelés arêtes ;
- ψ est une fonction, dite fonction d'incidence, qui associe à chaque arête un sommet ou une paire de sommets.

On peut représenter un graphe par un diagramme. Plusieurs diagrammes peuvent représenter le même graphe.

Un **graphe dirigé**, ou orienté, est un triplet (V, E, ψ) où :

- V est un ensemble dont les éléments sont appelés sommets ou nœuds ;
- E est un ensemble dont les éléments sont appelés arêtes ;
- ψ est une fonction, dite fonction d'incidence, qui associe à chaque arête un couple de sommets. Ici, l'ordre au sein du couple de sommets a de l'importance, il signifie qu'un sommet est le nœud de départ de l'arête, l'autre étant le nœud d'arrivée.

Un **parcours** est une suite $v_0 e_1 v_1 e_2 \dots e_n v_n$, où $v_1; v_2; \dots$ sont des sommets, et $e_1; e_2; \dots$ sont des arêtes. La longueur du parcours est son nombre d'arêtes n . Le sommet d'origine est v_0 , le sommet de destination v_n . Les autres sommets sont dits intérieurs. Un parcours est fermé si $v_0 = v_n$.

Un **chemin** est un parcours dont les sommets sont tous distincts.

Un **cycle** est un parcours fermé dont les sommets d'origine et intérieurs sont tous distincts. Un graphe qui ne contient pas de cycle est dit acyclique.