

Эпистемическая логика с дистрибутивным знанием

Мини-курс «Эпистемическая логика: исчисления и модели»

Виталий Долгоруков, Елена Попова

Международная лаборатория логики, лингвистики и формальной философии НИУ ВШЭ

Летняя школа «Логика и формальная философия»

Факультет свободных искусств и наук

сентябрь 2022

Исчисление K_mD

1. Аксиомные схемы K для K_i
2. Аксиомные схемы K для D_G
3. $K_i\varphi \leftrightarrow D_i\varphi$
4. $D_G\varphi \rightarrow D_{G'}\varphi$, где $G \subseteq G'$
5. Правило Гёделя для G

Каноническая модель: первое приближение

Каноническая модель

Каноническая достижимость: $XR_G^c Y := \forall \varphi \in \mathcal{EL}\text{-}\mathcal{D} : D_G \varphi \in X \Rightarrow \varphi \in Y$

Но! Не гарантируется, что $R_G^c = \bigcap_{i \in G} R_i^c$

Распутывание модели в дерево (tree unraveling)

Пример с одной модальностью. Пути: $\langle x \rangle$, $\langle y \rangle$, $\langle z \rangle$, $\langle w \rangle$, $\langle x, a, y \rangle$, $\langle x, a, y, b, w \rangle$ и т.д.

Каноническая псевдомодель \rightarrow каноническая модель

Мы будем понимать K_i как синоним для D_i

Определение. Каноническая псевдомодель $M^c = (W^c, R_{G_1}^c, \dots, R_{G_n}^c, V^c)$, где

- $\emptyset \neq G_i \subseteq Ag$
- $W^c = \{X \mid X - \text{м.н.м.}\}$
- $XR_G^c Y \Leftrightarrow \forall \varphi (D_G \varphi \in X \Rightarrow \varphi \in Y)$
- $V^c(p) = \{X \in W^c \mid p \in X\}$, то есть, $X \models p \Leftrightarrow p \in X$

Определение. Последовательность $\langle X_1, G_1, X_2, \dots, G_{n-1}, X_n \rangle$ т.ч. $X_1, \dots, X_n \in W^c$, $\emptyset \neq G_i \subseteq Ag$, $X_i R_{G_i}^c X_{i+1}$ будем называть **каноническим путем**.

Определение. Пусть $\vec{X} = \langle X_1, G_1, X_2, \dots, G_{n-1}, X_n \rangle$, тогда $last(\vec{X}) = X_n$.

Определение. $\vec{X} \hat{R}_G \vec{Y} := \exists Y \in W^c : \vec{Y} = \langle X_1, G_1, X_2, \dots, G_{n-1}, X_n, G, Y \rangle$, где $\vec{X} = \langle X_1, G_1, X_2, \dots, G_{n-1}, X_n \rangle$. То есть, \vec{Y} продолжает \vec{X} на G -ребро.

Каноническая модель

Определение. $\vec{M} = (\vec{W}, (\vec{R}_i)_{i \in Ag}, \vec{V})$ – каноническая модель, где

- $\vec{W} = \{\vec{X} \mid \vec{X} \text{ – путь на } W^c\}$
- $\vec{X}\vec{R}_i\vec{Y} \Leftrightarrow \exists G(i \in G \wedge \vec{x}\hat{R}_G\vec{y})$
- $\vec{V}(p) = \{\vec{X} \in \vec{W} \mid p \in \text{last}(\vec{X})\}$, то есть, $\vec{M}, \vec{X} \models p \Leftrightarrow p \in \text{last}(\vec{X})$