

Полнота *PAL*

Мини-курс «Эпистемическая логика: исчисления и модели»

Виталий Долгоруков, Елена Попова

Международная лаборатория логики, лингвистики и формальной философии НИУ ВШЭ

Летняя школа «Логика и формальная философия»

Факультет свободных искусств и наук

сентябрь 2022

Язык L_K

Семантика *PAL*

Исчисление *PAL*

Сложность формулы c

$\varphi \rightarrow K_i[!\varphi]\psi$ vs. $[!\varphi]K_i\psi$

Определение (Сложность формулы)

Определим функцию $c : L_K \mapsto \mathbb{N}$:

1. $c(p) := 1$
2. $c(\neg\varphi) := c(\varphi) + 1$
3. $c(\varphi \wedge \psi) = \max\{c(\varphi), c(\psi)\} + 1$
4. $c(K_i\varphi) := c(\varphi) + 1$
5. $c([!\varphi]\psi) := (c(\varphi) + 4) \cdot c(\psi)$

Перевод

Лемма об уменьшении сложности формулы

- $c(\varphi) \geq c(\psi)$ для $\psi \in Sub(\varphi)$
- $c([\!|\varphi|]p) > c(\varphi \rightarrow p)$
- $c([\!|\varphi|]\neg\psi) > c(\varphi \rightarrow \neg[\!|\varphi|]\psi)$
- $c([\!|\varphi|][\!|\psi|]\chi) > c([\!|\varphi|]tr([\!|\psi|]\chi))$

$$\vdash_{PAL} \varphi' \leftrightarrow tr(\varphi')$$

Случай $\varphi' = [!\varphi][!\psi]\chi$

$$\vdash_{PAL} [!\varphi][!\psi]\chi \xrightarrow[3]{!RE} [!\varphi]tr([!\psi]\chi) \xrightarrow[2]{IH} tr([!\varphi]tr([!\psi]\chi)) \xrightarrow{def} tr([!\varphi][!\psi]\chi)$$

1. $c([!\psi]\chi) < c([!\varphi][!\psi]\chi)$
2. $c([!\varphi]tr([!\psi]\chi)) < c([!\varphi][!\psi]\chi)$
3. $\vdash_{PAL} [!\psi]\chi \leftrightarrow tr([!\psi]\chi)$ IH из 1