

7. Эпистемическая логика (статическая)

Виталий Долгоруков, Елена Попова

Международная лаборатория логики, лингвистики и формальной философии НИУ ВШЭ

Летняя школа «Логика и формальная философия»

Факультет свободных искусств и наук

сентябрь 2022

Оглавление

1. Основные идеи эпистемической логики

2. Синтаксис и семантика эпистемической логики

2.1 Синтаксис

2.2 Исчисление

2.3 Семантика

3. Формы группового (коллективного) знания

3.1 «Все знают» (распространенное знание)

3.2 Общее знание

3.3 Дистрибутивное знание

4. Дополнительно

Основные идеи эпистемической логики

Термины

Термины

- Знание vs. мнение

Термины

- Знание vs. мнение
- Метазнание = знание о знании

Термины

- Знание vs. мнение
- Метазнание = знание о знании
- Эпистемическая логика = логика знания (и метазнания)

Термины

- Знание vs. мнение
- Метазнание = знание о знании
- Эпистемическая логика = логика знания (и метазнания)
- Доксатическая логика = логика мнения (и метамнения)

Пример : Информационное обновление

Пример : Информационное обновление

Информационное обновление

Мама Ангелина Петровна, папа Аристарх Платонович и малыш Петечка заказали три блюда (каждый – только одно):

Пример : Информационное обновление

Информационное обновление

Мама Ангелина Петровна, папа Аристарх Платонович и малыш Петечка заказали три блюда (каждый – только одно): мороженое,

Пример : Информационное обновление

Информационное обновление

Мама Ангелина Петровна, папа Аристарх Платонович и малыш Петечка заказали три блюда (каждый – только одно): мороженое, рыбу фугу

Пример : Информационное обновление

Информационное обновление

Мама Ангелина Петровна, папа Аристарх Платонович и малыш Петечка заказали три блюда (каждый – только одно): мороженое, рыбу фугу и бифштекс с кровью.

Пример : Информационное обновление

Информационное обновление

Мама Ангелина Петровна, папа Аристарх Платонович и малыш Петечка заказали три блюда (каждый – только одно): мороженое, рыбу фугу и бифштекс с кровью.
официант: *рыба?*

Пример : Информационное обновление

Информационное обновление

Мама Ангелина Петровна, папа Аристарх Платонович и малыш Петечка заказали три блюда (каждый – только одно): мороженое, рыбу фугу и бифштекс с кровью.
официант: *рыба?* мама Ангелина Петровна: *мне!*

Пример : Информационное обновление

Информационное обновление

Мама Ангелина Петровна, папа Аристарх Платонович и малыш Петечка заказали три блюда (каждый – только одно): мороженое, рыбу фугу и бифштекс с кровью.

официант: *рыба?* мама Ангелина Петровна: *мне!*

официант: *мороженое?*

Пример : Информационное обновление

Информационное обновление

Мама Ангелина Петровна, папа Аристарх Платонович и малыш Петечка заказали три блюда (каждый – только одно): мороженое, рыбу фугу и бифштекс с кровью.

официант: *рыба?* мама Ангелина Петровна: *мне!*

официант: *мороженое?* папа Аристарх Платонович: *мне!*

Пример : Информационное обновление

Информационное обновление

Мама Ангелина Петровна, папа Аристарх Платонович и малыш Петечка заказали три блюда (каждый – только одно): мороженое, рыбу фугу и бифштекс с кровью.

официант: *рыба?* мама Ангелина Петровна: *мне!*

официант: *мороженое?* папа Аристарх Платонович: *мне!*

официант: *ага!*

Пример : Информационное обновление

Информационное обновление

Мама Ангелина Петровна, папа Аристарх Платонович и малыш Петечка заказали три блюда (каждый – только одно): мороженое, рыбу фугу и бифштекс с кровью.

официант: *рыба?* мама Ангелина Петровна: *мне!*

официант: *мороженое?* папа Аристарх Платонович: *мне!*

официант: *ага! значит, бифштекс с кровью малышу Петечке*

Пример : Метазнание

Пример . Информационное обновление + метазнание

Рассуждающие мудрецы

На голову каждого из трех мудрецов надели шляпу (всего 5 шляп: 3 черных и 2 белых). Каждый мудрец может видеть шляпы на двух других мудрецах, но не знает какая шляпа на нем. Каждому мудрецу нужно догадаться, какая на нем шляпа и сказать ответ. Как же они это сделали?

Логика: от теории дедукции к теории информационного обновления

Й. ван Бентем:

«Спрашивание и получение ответов являются такими же важными логическими формами деятельности, что и извлечение следствий!»

(Статическая) эпистемическая логика

(Статическая) эпистемическая логика

- агент i знает, что φ
 $K_i\varphi$

(Статическая) эпистемическая логика

- агент i знает, что φ
 $K_i\varphi$
- агент i не знает, что φ
 $\neg K_i\varphi$

(Статическая) эпистемическая логика

- агент i знает, что φ
 $K_i\varphi$
- агент i не знает, что φ
 $\neg K_i\varphi$
- агент i знает, что $\neg\varphi$
 $K_i\neg\varphi$

(Статическая) эпистемическая логика

- агент i знает, что φ
 $K_i\varphi$
- агент i не знает, что φ
 $\neg K_i\varphi$
- агент i знает, что $\neg\varphi$
 $K_i\neg\varphi$
- агент i не знает, что $\neg\varphi$
агент i допускает, что φ
 $\neg K_i\neg\varphi$

(Статическая) эпистемическая логика

- агент i знает, что φ
 $K_i\varphi$
- агент i не знает, что φ
 $\neg K_i\varphi$
- агент i знает, что $\neg\varphi$
 $K_i\neg\varphi$
- агент i не знает, что $\neg\varphi$
агент i допускает, что φ
 $\neg K_i\neg\varphi$

(Статическая) эпистемическая логика

- агент i знает, что φ
 $K_i\varphi$
- агент i не знает, что φ
 $\neg K_i\varphi$
- агент i знает, что $\neg\varphi$
 $K_i\neg\varphi$
- агент i не знает, что $\neg\varphi$
агент i допускает, что φ
 $\neg K_i\neg\varphi = \hat{K}_i\varphi$

Правильно построенная формула

Язык эпистемической логики

$$\varphi ::= p \mid \neg\varphi \mid (\varphi \wedge \psi) \mid (\varphi \vee \psi) \mid (\varphi \rightarrow \psi) \mid K_i\varphi \mid \hat{K}_i\varphi$$

$$K \quad K_i(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (K_i\varphi \rightarrow K_i\psi)$$

Исчисление

K $K_i(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (K_i\varphi \rightarrow K_i\psi)$

T $K_i\varphi \rightarrow \varphi$

Исчисление

K $K_i(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (K_i\varphi \rightarrow K_i\psi)$

T $K_i\varphi \rightarrow \varphi$

4 $K_i\varphi \rightarrow K_iK_i\varphi$

Исчисление

K $K_i(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (K_i\varphi \rightarrow K_i\psi)$

T $K_i\varphi \rightarrow \varphi$

4 $K_i\varphi \rightarrow K_iK_i\varphi$

5 $\neg K_i\varphi \rightarrow K_i\neg K_i\varphi$

Исчисление

K $K_i(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (K_i\varphi \rightarrow K_i\psi)$

T $K_i\varphi \rightarrow \varphi$

4 $K_i\varphi \rightarrow K_iK_i\varphi$

5 $\neg K_i\varphi \rightarrow K_i\neg K_i\varphi$

G $\frac{\vdash \varphi}{\vdash K_i\varphi}$

Модель

$$\mathcal{M} = (\mathcal{A}, W, \{\sim_i\}_{i \in \mathcal{A}}, V)$$

Модель

$$\mathcal{M} = (\mathcal{A}, W, \{\sim_i\}_{i \in \mathcal{A}}, V)$$

- \mathcal{A} – множество агентов
- W – множество возможных миров (ситуаций)
- \sim_i – отношение на W для агента i
- $V : Var \mapsto \mathcal{P}(W)$

Выполнимость в модели

$\mathcal{M}, w \models p$ е.т.е. $w \in V(p)$

$\mathcal{M}, w \models \varphi \wedge \psi$ е.т.е. $\mathcal{M}, w \models \varphi$ и $\mathcal{M}, w \models \psi$

$\mathcal{M}, w \models \neg\varphi$ е.т.е. $\mathcal{M}, w \not\models \varphi$

для \vee и \rightarrow – аналогично

$\mathcal{M}, w \models K_i\varphi$ е.т.е. $\forall w'(w \sim_i w' \rightarrow \mathcal{M}, w' \models \varphi)$

$\mathcal{M}, w \models \hat{K}_i\varphi$ е.т.е. $\exists w'(w \sim_i w' \wedge \mathcal{M}, w' \models \varphi)$

Ограничения на \sim_i

- $K_i\varphi \rightarrow \varphi$

Ограничения на \sim_i

- $K_i \varphi \rightarrow \varphi$
- $\forall w' (w' \sim_i w')$

Ограничения на \sim_i

- $K_i\varphi \rightarrow \varphi$
- $\forall w'(w' \sim_i w')$
- $K_i\varphi \rightarrow K_iK_i\varphi$

Ограничения на \sim_i

- $K_i\varphi \rightarrow \varphi$
- $\forall w'(w' \sim_i w')$
- $K_i\varphi \rightarrow K_iK_i\varphi$
- $\forall w'\forall w''\forall w'''((w' \sim_i w'' \wedge w'' \sim_i w''') \rightarrow w' \sim_i w''')$

Ограничения на \sim_i

- $K_i\varphi \rightarrow \varphi$
- $\forall w'(w' \sim_i w')$
- $K_i\varphi \rightarrow K_iK_i\varphi$
- $\forall w'\forall w''\forall w'''((w' \sim_i w'' \wedge w'' \sim_i w''') \rightarrow w' \sim_i w''')$
- $\neg K_i\varphi \rightarrow K_i\neg K_i\varphi$

Ограничения на \sim_i

- $K_i\varphi \rightarrow \varphi$
- $\forall w'(w' \sim_i w')$
- $K_i\varphi \rightarrow K_iK_i\varphi$
- $\forall w'\forall w''\forall w'''((w' \sim_i w'' \wedge w'' \sim_i w''') \rightarrow w' \sim_i w''')$
- $\neg K_i\varphi \rightarrow K_i\neg K_i\varphi$
- $\forall w'\forall w''((w' \sim_i w'' \wedge w' \sim_i w''') \rightarrow w'' \sim_i w''')$

Формы группового (коллективного) знания

Групповое знание

Итерация знания

Групповое знание

Итерация знания

$$K_i^n \varphi := \underbrace{K_i \dots K_i}_n \varphi$$

Групповое знание

Итерация знания

$$K_i^n \varphi := \underbrace{K_i \dots K_i}_n \varphi$$

Пример

Групповое знание

Итерация знания

$$K_i^n \varphi := \underbrace{K_i \dots K_i}_n \varphi$$

Пример

$$K_a^3 \varphi = K_a K_a K_a \varphi$$

Групповое знание

Итерация знания

$$K_i^n \varphi := \underbrace{K_i \dots K_i}_n \varphi$$

Пример

$$K_a^3 \varphi = K_a K_a K_a \varphi$$

Для любого i верно, что $K_i^n \varphi = K_i \varphi$

«Все знают» (распространенное знание)

Распространенное знание:

$$E_G\varphi := \bigwedge_{i \in G} K_i\varphi$$

«Все знают» (распространенное знание)

Распространенное знание:

$$E_G\varphi := \bigwedge_{i \in G} K_i\varphi$$

Пример

«Все знают» (распространенное знание)

Распространенное знание:

$$E_G\varphi := \bigwedge_{i \in G} K_i\varphi$$

Пример

$$E_{ab}\varphi = K_a\varphi \wedge K_b\varphi$$

«Все знают»

Что значит $E_{ab}^2\varphi$?

«Все знают»

Что значит $E_{ab}^2\varphi$?

$$E_{ab}^2\varphi = E_{ab}E_{ab}\varphi$$

«Все знают»

Что значит $E_{ab}^2\varphi$?

$$E_{ab}^2\varphi = E_{ab}E_{ab}\varphi = E_{ab}(K_a\varphi \wedge K_b\varphi)$$

«Все знают»

Что значит $E_{ab}^2\varphi$?

$$E_{ab}^2\varphi = E_{ab}E_{ab}\varphi = E_{ab}(K_a\varphi \wedge K_b\varphi) = K_aK_b\varphi \wedge K_bK_a\varphi \wedge K_aK_a\varphi \wedge K_bK_b\varphi$$

«Все знают»

Что значит $E_{ab}^2\varphi$?

$$\begin{aligned} E_{ab}^2\varphi &= E_{ab}E_{ab}\varphi = E_{ab}(K_a\varphi \wedge K_b\varphi) = K_aK_b\varphi \wedge K_bK_a\varphi \wedge K_aK_a\varphi \wedge K_bK_b\varphi \\ &= K_a\varphi \wedge K_b\varphi \wedge K_aK_b\varphi \wedge K_bK_a\varphi \end{aligned}$$

«Все знают»

Что значит $E_{ab}^2\varphi$?

$$\begin{aligned} E_{ab}^2\varphi &= E_{ab}E_{ab}\varphi = E_{ab}(K_a\varphi \wedge K_b\varphi) = K_aK_b\varphi \wedge K_bK_a\varphi \wedge K_aK_a\varphi \wedge K_bK_b\varphi \\ &= K_a\varphi \wedge K_b\varphi \wedge K_aK_b\varphi \wedge K_bK_a\varphi \end{aligned}$$

«Все знают»

Что значит $E_{ab}^2\varphi$?

$$\begin{aligned} E_{ab}^2\varphi &= E_{ab}E_{ab}\varphi = E_{ab}(K_a\varphi \wedge K_b\varphi) = K_aK_b\varphi \wedge K_bK_a\varphi \wedge K_aK_a\varphi \wedge K_bK_b\varphi \\ &= K_a\varphi \wedge K_b\varphi \wedge K_aK_b\varphi \wedge K_bK_a\varphi \end{aligned}$$

Упражнение:

Построить модель для формулы: $E_{ab} \wedge \neg E_{ab}^2$

«Общее знание»

«Общее знание» («common knowledge»)

$$C_G\varphi := \bigwedge_{i=0}^{\infty} E_G^i\varphi = \varphi \wedge E_G\varphi \wedge E_G^2\varphi \wedge E_G^3\varphi \dots$$

Пример : «Дед Мороз»

Ситуация:

Пятилетний Андрюша уже знает, что Деда Мороза не существует

Пример : «Дед Мороз»

Ситуация:

Пятилетний Андрюша уже знает, что Деда Мороза не существует и он знает, что папа (Борис) знает, что Деда Мороза не существует.

Пример : «Дед Мороз»

Ситуация:

Пятилетний Андрюша уже знает, что Деда Мороза не существует и он знает, что папа (Борис) знает, что Деда Мороза не существует. Папа знает, что Андрюша знает правду о Деде Морозе.

Пример : «Дед Мороз»

Ситуация:

Пятилетний Андрюша уже знает, что Деда Мороза не существует и он знает, что папа (Борис) знает, что Деда Мороза не существует. Папа знает, что Андрюша знает правду о Деде Морозе. Но Андрюша пока не знает, знает ли папа, что он уже знает правду.

Пример : «Дед Мороз»

Ситуация:

Пятилетний Андрюша уже знает, что Деда Мороза не существует и он знает, что папа (Борис) знает, что Деда Мороза не существует. Папа знает, что Андрюша знает правду о Деде Морозе. Но Андрюша пока не знает, знает ли папа, что он уже знает правду.

Формализация:

Пример : «Дед Мороз»

Ситуация:

Пятилетний Андрюша уже знает, что Деда Мороза не существует и он знает, что папа (Борис) знает, что Деда Мороза не существует. Папа знает, что Андрюша знает правду о Деде Морозе. Но Андрюша пока не знает, знает ли папа, что он уже знает правду.

Формализация:

1. K_{ap}

Пример : «Дед Мороз»

Ситуация:

Пятилетний Андрюша уже знает, что Деда Мороза не существует и он знает, что папа (Борис) знает, что Деда Мороза не существует. Папа знает, что Андрюша знает правду о Деде Морозе. Но Андрюша пока не знает, знает ли папа, что он уже знает правду.

Формализация:

1. $K_a p$
2. $K_b p$

Пример : «Дед Мороз»

Ситуация:

Пятилетний Андрюша уже знает, что Деда Мороза не существует и он знает, что папа (Борис) знает, что Деда Мороза не существует. Папа знает, что Андрюша знает правду о Деде Морозе. Но Андрюша пока не знает, знает ли папа, что он уже знает правду.

Формализация:

1. K_{ap}
2. K_{bp}
3. E_{abp}

Пример : «Дед Мороз»

Ситуация:

Пятилетний Андрюша уже знает, что Деда Мороза не существует и он знает, что папа (Борис) знает, что Деда Мороза не существует. Папа знает, что Андрюша знает правду о Деде Морозе. Но Андрюша пока не знает, знает ли папа, что он уже знает правду.

Формализация:

- | | |
|---------------|----------------|
| 1. $K_a p$ | 4. $K_a K_b p$ |
| 2. $K_b p$ | |
| 3. $E_{ab} p$ | |

Пример : «Дед Мороз»

Ситуация:

Пятилетний Андрюша уже знает, что Деда Мороза не существует и он знает, что папа (Борис) знает, что Деда Мороза не существует. Папа знает, что Андрюша знает правду о Деде Морозе. Но Андрюша пока не знает, знает ли папа, что он уже знает правду.

Формализация:

- | | |
|---------------|----------------|
| 1. $K_a p$ | 4. $K_a K_b p$ |
| 2. $K_b p$ | 5. $K_b K_a p$ |
| 3. $E_{ab} p$ | |

Пример : «Дед Мороз»

Ситуация:

Пятилетний Андрюша уже знает, что Деда Мороза не существует и он знает, что папа (Борис) знает, что Деда Мороза не существует. Папа знает, что Андрюша знает правду о Деде Морозе. Но Андрюша пока не знает, знает ли папа, что он уже знает правду.

Формализация:

- | | |
|---------------|-----------------|
| 1. $K_a p$ | 4. $K_a K_b p$ |
| 2. $K_b p$ | 5. $K_b K_a p$ |
| 3. $E_{ab} p$ | 6. $E_{ab}^2 p$ |

Пример : «Дед Мороз»

Ситуация:

Пятилетний Андрюша уже знает, что Деда Мороза не существует и он знает, что папа (Борис) знает, что Деда Мороза не существует. Папа знает, что Андрюша знает правду о Деде Морозе. Но Андрюша пока не знает, знает ли папа, что он уже знает правду.

Формализация:

- | | | |
|---------------|-----------------|-------------------------|
| 1. $K_a p$ | 4. $K_a K_b p$ | 7. $\neg K_a K_b K_a p$ |
| 2. $K_b p$ | 5. $K_b K_a p$ | |
| 3. $E_{ab} p$ | 6. $E_{ab}^2 p$ | |

Пример : «Дед Мороз»

Ситуация:

Пятилетний Андрюша уже знает, что Деда Мороза не существует и он знает, что папа (Борис) знает, что Деда Мороза не существует. Папа знает, что Андрюша знает правду о Деде Морозе. Но Андрюша пока не знает, знает ли папа, что он уже знает правду.

Формализация:

- | | | |
|---------------|-----------------|-------------------------|
| 1. $K_a p$ | 4. $K_a K_b p$ | 7. $\neg K_a K_b K_a p$ |
| 2. $K_b p$ | 5. $K_b K_a p$ | 8. $\neg E_{ab}^3 p$ |
| 3. $E_{ab} p$ | 6. $E_{ab}^2 p$ | |

Пример : «Дед Мороз»

Ситуация:

Пятилетний Андрюша уже знает, что Деда Мороза не существует и он знает, что папа (Борис) знает, что Деда Мороза не существует. Папа знает, что Андрюша знает правду о Деде Морозе. Но Андрюша пока не знает, знает ли папа, что он уже знает правду.

Формализация:

- | | | |
|---------------|-----------------|-------------------------|
| 1. $K_a p$ | 4. $K_a K_b p$ | 7. $\neg K_a K_b K_a p$ |
| 2. $K_b p$ | 5. $K_b K_a p$ | 8. $\neg E_{ab}^3 p$ |
| 3. $E_{ab} p$ | 6. $E_{ab}^2 p$ | 9. $\neg C_{ab} p$ |

Пример : «Сплетни»

Ситуация:

Аня рассказала Боре страшный секрет (р). Боря рассказал его Свете, но попросил Свету не рассказывать об этом Ане. Света ничего не сказала Ане.

Пример : «Сплетни»

Ситуация:

Аня рассказала Боре страшный секрет (р). Боря рассказал его Свете, но попросил Свету не рассказывать об этом Ане. Света ничего не сказала Ане.

Формализация:

1. K_{ap}

Пример : «Сплетни»

Ситуация:

Аня рассказала Боре страшный секрет (p). Боря рассказал его Свете, но попросил Свету не рассказывать об этом Ане. Света ничего не сказала Ане.

Формализация:

1. K_{ap}
2. K_{bp}

Пример : «Сплетни»

Ситуация:

Аня рассказала Боре страшный секрет (p). Боря рассказал его Свете, но попросил Свету не рассказывать об этом Ане. Света ничего не сказала Ане.

Формализация:

1. $K_a p$
2. $K_b p$
3. $K_c p$

Пример : «Сплетни»

Ситуация:

Аня рассказала Боре страшный секрет (p). Боря рассказал его Свете, но попросил Свету не рассказывать об этом Ане. Света ничего не сказала Ане.

Формализация:

1. K_{ap}
2. K_{bp}
3. K_{cp}
4. $E_{abc}p$

Пример : «Сплетни»

Ситуация:

Аня рассказала Боре страшный секрет (p). Боря рассказал его Свете, но попросил Свету не рассказывать об этом Ане. Света ничего не сказала Ане.

Формализация:

1. K_ap
2. K_bp
3. K_cp
4. $E_{abc}p$
5. K_aK_bp

Пример : «Сплетни»

Ситуация:

Аня рассказала Боре страшный секрет (p). Боря рассказал его Свете, но попросил Свету не рассказывать об этом Ане. Света ничего не сказала Ане.

Формализация:

1. $K_a p$
2. $K_b p$
3. $K_c p$
4. $E_{abc} p$
5. $K_a K_b p$
6. $K_b K_a p$

Пример : «Сплетни»

Ситуация:

Аня рассказала Боре страшный секрет (p). Боря рассказал его Свете, но попросил Свету не рассказывать об этом Ане. Света ничего не сказала Ане.

Формализация:

1. $K_a p$

2. $K_b p$

3. $K_c p$

4. $E_{abc} p$

5. $K_a K_b p$

6. $K_b K_a p$

7. $K_a K_b K_a p$

Пример : «Сплетни»

Ситуация:

Аня рассказала Боре страшный секрет (p). Боря рассказал его Свете, но попросил Свету не рассказывать об этом Ане. Света ничего не сказала Ане.

Формализация:

- | | |
|----------------|--------------------|
| 1. $K_a p$ | 7. $K_a K_b K_a p$ |
| 2. $K_b p$ | 8. $K_b K_a K_b p$ |
| 3. $K_c p$ | |
| 4. $E_{abc} p$ | |
| 5. $K_a K_b p$ | |
| 6. $K_b K_a p$ | |

Пример : «Сплетни»

Ситуация:

Аня рассказала Боре страшный секрет (p). Боря рассказал его Свете, но попросил Свету не рассказывать об этом Ане. Света ничего не сказала Ане.

Формализация:

- | | |
|----------------|--------------------|
| 1. $K_a p$ | 7. $K_a K_b K_a p$ |
| 2. $K_b p$ | 8. $K_b K_a K_b p$ |
| 3. $K_c p$ | 9. $E_{ab}^{10} p$ |
| 4. $E_{abc} p$ | |
| 5. $K_a K_b p$ | |
| 6. $K_b K_a p$ | |

Пример : «Сплетни»

Ситуация:

Аня рассказала Боре страшный секрет (p). Боря рассказал его Свете, но попросил Свету не рассказывать об этом Ане. Света ничего не сказала Ане.

Формализация:

- | | |
|----------------|--------------------|
| 1. $K_a p$ | 7. $K_a K_b K_a p$ |
| 2. $K_b p$ | 8. $K_b K_a K_b p$ |
| 3. $K_c p$ | 9. $E_{ab}^{10} p$ |
| 4. $E_{abc} p$ | 10. $C_{ab} p$ |
| 5. $K_a K_b p$ | |
| 6. $K_b K_a p$ | |

Пример : «Сплетни»

Ситуация:

Аня рассказала Боре страшный секрет (p). Боря рассказал его Свете, но попросил Свету не рассказывать об этом Ане. Света ничего не сказала Ане.

Формализация:

- | | |
|----------------|-------------------------|
| 1. $K_a p$ | 7. $K_a K_b K_a p$ |
| 2. $K_b p$ | 8. $K_b K_a K_b p$ |
| 3. $K_c p$ | 9. $E_{ab}^{10} p$ |
| 4. $E_{abc} p$ | 10. $C_{ab} p$ |
| 5. $K_a K_b p$ | 11. $K_b K_c K_b K_c p$ |
| 6. $K_b K_a p$ | |

Пример : «Сплетни»

Ситуация:

Аня рассказала Боре страшный секрет (p). Боря рассказал его Свете, но попросил Свету не рассказывать об этом Ане. Света ничего не сказала Ане.

Формализация:

- | | |
|----------------|-------------------------|
| 1. $K_a p$ | 7. $K_a K_b K_a p$ |
| 2. $K_b p$ | 8. $K_b K_a K_b p$ |
| 3. $K_c p$ | 9. $E_{ab}^{10} p$ |
| 4. $E_{abc} p$ | 10. $C_{ab} p$ |
| 5. $K_a K_b p$ | 11. $K_b K_c K_b K_c p$ |
| 6. $K_b K_a p$ | 12. $E_{bc}^{100} p$ |

Пример : «Сплетни»

Ситуация:

Аня рассказала Боре страшный секрет (p). Боря рассказал его Свете, но попросил Свету не рассказывать об этом Ане. Света ничего не сказала Ане.

Формализация:

1. $K_a p$

2. $K_b p$

3. $K_c p$

4. $E_{abc} p$

5. $K_a K_b p$

6. $K_b K_a p$

7. $K_a K_b K_a p$

8. $K_b K_a K_b p$

9. $E_{ab}^{10} p$

10. $C_{ab} p$

11. $K_b K_c K_b K_c p$

12. $E_{bc}^{100} p$

13. $C_{bc} p$

Пример : «Сплетни»

Ситуация:

Аня рассказала Боре страшный секрет (p). Боря рассказал его Свете, но попросил Свету не рассказывать об этом Ане. Света ничего не сказала Ане.

Формализация:

1. $K_a p$

2. $K_b p$

3. $K_c p$

4. $E_{abc} p$

5. $K_a K_b p$

6. $K_b K_a p$

7. $K_a K_b K_a p$

8. $K_b K_a K_b p$

9. $E_{ab}^{10} p$

10. $C_{ab} p$

11. $K_b K_c K_b K_c p$

12. $E_{bc}^{100} p$

13. $C_{bc} p$

14. $\neg K_a K_c p$

Пример : «Сплетни»

Ситуация:

Аня рассказала Боре страшный секрет (p). Боря рассказал его Свете, но попросил Свету не рассказывать об этом Ане. Света ничего не сказала Ане.

Формализация:

- | | | |
|----------------|-------------------------|-----------------------|
| 1. $K_a p$ | 7. $K_a K_b K_a p$ | 13. $C_{bc} p$ |
| 2. $K_b p$ | 8. $K_b K_a K_b p$ | 14. $\neg K_a K_c p$ |
| 3. $K_c p$ | 9. $E_{ab}^{10} p$ | 15. $\neg E_{ac}^2 p$ |
| 4. $E_{abc} p$ | 10. $C_{ab} p$ | |
| 5. $K_a K_b p$ | 11. $K_b K_c K_b K_c p$ | |
| 6. $K_b K_a p$ | 12. $E_{bc}^{100} p$ | |

Пример : «Сплетни»

Ситуация:

Аня рассказала Боре страшный секрет (p). Боря рассказал его Свете, но попросил Свету не рассказывать об этом Ане. Света ничего не сказала Ане.

Формализация:

1. $K_a p$

2. $K_b p$

3. $K_c p$

4. $E_{abc} p$

5. $K_a K_b p$

6. $K_b K_a p$

7. $K_a K_b K_a p$

8. $K_b K_a K_b p$

9. $E_{ab}^{10} p$

10. $C_{ab} p$

11. $K_b K_c K_b K_c p$

12. $E_{bc}^{100} p$

13. $C_{bc} p$

14. $\neg K_a K_c p$

15. $\neg E_{ac}^2 p$

16. $\neg C_{ac} p$

Пример : «Сплетни»

Ситуация:

Аня рассказала Боре страшный секрет (p). Боря рассказал его Свете, но попросил Свету не рассказывать об этом Ане. Света ничего не сказала Ане.

Формализация:

- | | | |
|----------------|-------------------------|-----------------------|
| 1. $K_a p$ | 7. $K_a K_b K_a p$ | 13. $C_{bc} p$ |
| 2. $K_b p$ | 8. $K_b K_a K_b p$ | 14. $\neg K_a K_c p$ |
| 3. $K_c p$ | 9. $E_{ab}^{10} p$ | 15. $\neg E_{ac}^2 p$ |
| 4. $E_{abc} p$ | 10. $C_{ab} p$ | 16. $\neg C_{ac} p$ |
| 5. $K_a K_b p$ | 11. $K_b K_c K_b K_c p$ | 17. $\neg C_{abc} p$ |
| 6. $K_b K_a p$ | 12. $E_{bc}^{100} p$ | |

«Дистрибутивное (распределенное) знание»

«Дистрибутивное (распределенное) знание»:

знание, которое есть у группы потенциально, если бы все агенты обменялись информацией

«Дистрибутивное (распределенное) знание»

«Дистрибутивное (распределенное) знание»:

знание, которое есть у группы потенциально, если бы все агенты обменялись информацией

Пример

«Дистрибутивное (распределенное) знание»

«Дистрибутивное (распределенное) знание»:

знание, которое есть у группы потенциально, если бы все агенты обменялись информацией

Пример

$$K_a\varphi \wedge K_b(\varphi \rightarrow \psi)$$
$$D_{ab}\psi$$

Определения форм группового знания

Групповое отношение достижимости

Определения форм группового знания

Групповое отношение достижимости

- $R_{E_G} := \bigcup_{i \in G} \sim_i$

Определения форм группового знания

Групповое отношение достижимости

- $R_{E_G} := \bigcup_{i \in G} \sim_i$
- $R_{D_G} := \bigcap_{i \in G} \sim_i$

Определения форм группового знания

Групповое отношение достижимости

- $R_{E_G} := \bigcup_{i \in G} \sim_i$
- $R_{D_G} := \bigcap_{i \in G} \sim_i$
- $R_{C_G} := (\bigcup_{i \in G} \sim_i)^*$, т.е. рефлексивное транзитивное замыкание отношения R_{E_G}

Определения форм группового знания

Групповое отношение достижимости

- $R_{E_G} := \bigcup_{i \in G} \sim_i$
- $R_{D_G} := \bigcap_{i \in G} \sim_i$
- $R_{C_G} := (\bigcup_{i \in G} \sim_i)^*$, т.е. рефлексивное транзитивное замыкание отношения R_{E_G}

Определения форм группового знания

Групповое отношение достижимости

- $R_{E_G} := \bigcup_{i \in G} \sim_i$
- $R_{D_G} := \bigcap_{i \in G} \sim_i$
- $R_{C_G} := (\bigcup_{i \in G} \sim_i)^*$, т.е. рефлексивное транзитивное замыкание отношения R_{E_G}

(Пример транзитивного замыкания: Пусть R – отношение «быть родителем», тогда транзитивное замыкание этого отношения – отношение «быть предком»).

*Определения форм группового знания

Три вида группового знания:

*Определения форм группового знания

Три вида группового знания:

- $M, w_i \models E_G \varphi$ е.т.е. $\forall w' (w_i R_{E_G} w' \rightarrow M, w' \models \varphi)$

*Определения форм группового знания

Три вида группового знания:

- $M, w_i \models E_G \varphi$ е.т.е. $\forall w' (w_i R_{E_G} w' \rightarrow M, w' \models \varphi)$
- $M, w_i \models D_G \varphi$ е.т.е. $\forall w' (w_i R_{D_G} w' \rightarrow M, w' \models \varphi)$

*Определения форм группового знания

Три вида группового знания:

- $M, w_i \models E_G \varphi$ е.т.е. $\forall w' (w_i R_{E_G} w' \rightarrow M, w' \models \varphi)$
- $M, w_i \models D_G \varphi$ е.т.е. $\forall w' (w_i R_{D_G} w' \rightarrow M, w' \models \varphi)$
- $M, w_i \models C_G \varphi$ е.т.е. $\forall w' (w_i R_{C_G} w' \rightarrow M, w' \models \varphi)$

*Некоторые свойства

Аксиомы для общего знания:

*Некоторые свойства

Аксиомы для общего знания:

- $C_G(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (C_G\varphi \rightarrow C_G\psi)$

*Некоторые свойства

Аксиомы для общего знания:

- $C_G(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (C_G\varphi \rightarrow C_G\psi)$
- $C_G\varphi \rightarrow (\varphi \wedge E_G C_G\varphi)$

*Некоторые свойства

Аксиомы для общего знания:

- $C_G(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (C_G\varphi \rightarrow C_G\psi)$
- $C_G\varphi \rightarrow (\varphi \wedge E_G C_G\varphi)$
- $C_G(\varphi \rightarrow E_G\varphi) \rightarrow (\varphi \rightarrow C_G\varphi)$

Формулы и модели

Упражнение:

Построить модель для следующих формул:

1. $E_{abc}\varphi \wedge \neg K_a K_b \varphi$
2. $E_{ab}\varphi \wedge \neg E_{ab} E_{ab}\varphi$
3. $D_{ab}\varphi \wedge \neg K_a \varphi \wedge \neg K_b \varphi$
4. $C_{ab}\varphi \wedge \neg K_c \varphi$
5. $E_{ab}^2 \varphi \wedge \neg C_{ab}\varphi$

Что откуда следует?

У нас есть следующие операторы:

$$D_G, K_i, C_G, E_G, E_G^n$$

Как они связаны между собой?

Что откуда следует?

У нас есть следующие операторы:

$$D_G, K_i, C_G, E_G, E_G^n$$

Как они связаны между собой?

Иерархия форм группового знания ($i \in G$):

$$C_G\varphi \rightarrow E_G^n\varphi \rightarrow E_G^{n-1}\varphi \rightarrow \dots \rightarrow E_G\varphi \rightarrow K_i\varphi \rightarrow D_G\varphi \rightarrow \varphi$$

Дополнительно

- Общее знание (в социальных науках) Михаил Соколов / ПостНаука
- Steven Pinker: The Elephant, the Emperor, and the Matzo Ball (про общее знание в психологии)
- SEP: Epistemic Logic
- SEP: Common Knowledge
- Mutual Knowledge
- Philpapers: Epistemic Logic
- SEP: Formal Epistemology
- Philpapers: Formal Epistemology
- SEP: Epistemic Paradoxes
- SEP: Fitch's Paradox of Knowability
- Vincent Hendricks: The trouble with bubbles