

Утверждение. Пусть $X, Y \in W^\Phi$, тогда $X \not\sim_i^\Phi Y \Rightarrow \vdash \underline{X} \rightarrow K_i \neg \underline{Y}$

1	$X \not\sim_i^\Phi Y$	$\triangleright \vdash \underline{X} \rightarrow K_i \neg \underline{Y}$		
2	$\exists \theta \in \Phi : K_i \theta \in X, \theta \notin Y \text{ или } K_i \theta \in Y, \theta \notin X$		13	$\vdash \underline{X} \rightarrow \neg \theta$
3	$K_i \theta \in X, \theta \notin Y$	$\triangleright \vdash \underline{X} \rightarrow K_i \neg \underline{Y}$	14	$\vdash \theta \rightarrow \neg \underline{X}$
4	$\neg \theta \in Y$	экономное отрицание?	15	$\vdash K_i \theta \rightarrow K_i \neg \underline{X}$
5	$Y \vdash \neg \theta$		16	$\vdash \underline{Y} \rightarrow K_i \theta$
6	$\vdash \underline{Y} \rightarrow \neg \theta$		17	$\vdash \underline{Y} \rightarrow K_i \neg \underline{X}$
7	$\vdash \theta \rightarrow \neg \underline{Y}$		18	$\vdash \hat{K}_i \underline{X} \rightarrow \neg \underline{Y}$
8	$\vdash K_i \theta \rightarrow K_i \neg \underline{Y}$		19	$\vdash K_i \hat{K}_i \underline{X} \rightarrow K_i \neg \underline{Y}$
9	$\vdash \underline{X} \rightarrow K_i \theta$		20	$\vdash \underline{X} \rightarrow K_i \hat{K}_i \underline{X}$
10	$\vdash \underline{X} \rightarrow K_i \neg \underline{Y}$		21	$\vdash \underline{X} \rightarrow K_i \neg \underline{Y}$
11	$K_i \theta \in Y, \theta \notin X$	$\triangleright \vdash \underline{X} \rightarrow K_i \neg \underline{Y}$	22	$\vdash \underline{X} \rightarrow K_i \neg \underline{Y}$
12	$\neg \theta \in X$			

Следствие. Пусть $X, Y \in W^\Phi$, тогда $\underline{X}, \hat{K}_i \underline{Y} \not\vdash \perp \Rightarrow X \sim_i^\Phi Y$

$$\varphi' = K_i \varphi \ (\Rightarrow)$$

1	$K_i \varphi \in X$	$\triangleright M^\Phi, X \models K_i \varphi \Leftrightarrow \triangleright \forall Y (X \sim_i^\Phi Y \Rightarrow M^\Phi, Y \models \varphi)$
2	$\boxed{Y} X \sim_i^\Phi Y$	$\triangleright M^\Phi, Y \models \varphi$
3	$K_i \varphi \in Y$	из 1, 2
4	$\varphi \in Y$	из 3 т.к. $\varphi \in \Phi$ и $\vdash K_i \varphi \rightarrow \varphi$
5	$M^\Phi, Y \models \varphi$	из 4 по ПИ
6	$\forall Y (X \sim_i^\Phi Y \Rightarrow M^\Phi, Y \models \varphi)$	
7	$M^\Phi, X \models K_i \varphi$	