Диплом

Федоров Глеб, 125

21 декабря 2014 г.

Содержание

Введение

Квантовый компьютер – это устройство, хранящее и обрабатывающее информацию в группе квантовых систем, причем обработка информации происходит в результате когерентных взаимодействий систем внутри группы.[1] Каждая квантовая система, как правило, является двухуровневой и носит название "квантовый бит" или "кубит" (англ. "qubit" – quantum bit). Для осуществления квантового расчета необходимо уметь реализовывать связь между кубитами, управлять состоянием кубитов, сохраняя его чистоту, определять состояние каждого из кубитов в группе и, наконец, изолировать кубиты от окружающей среды, следовательно, в качестве кубитов могут быть использованы любые достаточно изолированные двухуровневые системы, поддающиеся контролю и способные взаимодействовать друг с другом.[2–4] В качестве примера можно привести фотоны,[5] ионы в ионных ловушках,[6] ядерные спины,[7] атомы в электромагнитных резонаторах,[8] электрические системы[9] и т.п.

Последние являются одними их самых заманчивых кандидатов на эту роль, если только окажутся подчинены квантовой механике.[10] К счастью, явление сверхпроводимости и эффект Джозефсона позволяют наблюдать квантовые эффекты в контурах даже мезоскопического масштаба и создавать так называемые сверхпроводящие (джозефсоновские) кубиты.[11] В данной работе проводится исследование одного из них – потокового сверхпроводящего кубита (впервые предложен в статье[12] и назван Flux-кубитом).

Джозефсоновские кубиты имеют два значительных недостатка и одно значительное преимущество в сравнении с микроскопическими кубитами. Первый недостаток касается шума и нарушения чистоты состояния - в силу больших размеров, джозефсоновские кубиты сильнее связываются со средой, что требует дополнительных изысканий в области их изоляции; второй недостаток заключается в том, что в то время как микроскопические кубиты, например, атомы, идентичны друг другу, сверхпроводящие кубиты могут иметь отличия из-за неточностей производства. Для борьбы с этим требуется либо создавать заведомо нечувствительные к дефектам схемы, либо проводить калибровку, в процессе которой параметры цепей измеряются и компенсируются.

Преимущество джозефсоновских кубитов в их гибкости: они могут быть произвольным образом расположены относительно друг друга, а их параметры легко и непрерывно изменяемы в широких пределах. Эта гибкость вместе с некоторыми фундаментальными эффектами[13] может быть использована для борьбы с первым недостатком, а также предоставляет много вариантов для подстройки параметров, что в значительной степени нивелирует второй недостаток. Далее, накопленный опыт человечества в области изготовления интегральных схем позволит упростить переход к производству реальных устройств, что является очевидным преимуществом в сравнении с другими типами кубитов. Таким образом, скорее всего именно джозефсоновские кубиты и будут применены в первом квантовом компьютере, и именно их следует изучать.

Важно отметить, что сверхпроводящие кубиты могут применяться не только для непосредственного использования в квантовом компьютере, так как по сути являются рукотворными атомами. Они могут быть пригодны для создания метаматериалов,[14] проведения высокоточных измерений полей,[15] использоваться в качестве активной среды,[16] для квантовой криптографии и телепортации[17] и т.п.

Часть I

Теоретические сведения

Данный раздел содержит теоретическое описание явлений, наблюдаемых в экспериментальной части работы. Далее будут кратко рассмотрена теория сверхпроводимости, эффект Джозефсона, затем произведено рассмотрение теории изолированного Flux-кубита, теории его взаимодействия с окружающей средой и, наконец, вопросы измерения и контроля.

1 Явление сверхпроводимости

Сверхпроводимость – это сложное коллективное явление, свойство некоторых материалов обладать строго нулевым электрическим сопротивлением при достижении ими температуры ниже определенного значения. В настоящий момент доминирующей теорией сверхпроводимости является теория БКШ,[18] согласно которой электроны в сверхпроводнике при переходе через критическую температуру объединяются в так называемые куперовские пары и претерпевают бозе-конденсацию. Спаривание электронов происходит в результате взаимодействия через фононы, приводящего к эффективному притяжению между ними и образованию связанного состояния на уровне Ферми, отделенного от уровней квазичастичных возбуждений энергетической щелью. Полное описание данного эффекта в рамках микроскопической теории невозможно в данной работе, поэтому мы будем далее пользоваться феноменологической теорией Гинзбурга-Ландау.[19] Сверхпроводящее состояние в рамках этой теории может быть описано параметром порядка или, иначе, модулем так называемой "макроскопической волновой функции куперовских пар":

$$\Psi(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{n_s}{2}} e^{i\theta(\mathbf{r})}, \tag{1.1}$$

где n_s – концентрация сверхпроводящих электронов в сверхпроводнике. Важно подчеркнуть, что она не является настоящей волновой функцией, но тем не менее позволяет получить практически важные результаты. Мы далее считаем, что в изолированном невозмущенном полями сверхпроводнике и модуль, и фаза волновой функции (1.1) постоянны.

Из минимизации функционала Гинзбурга-Ландау и одного из уравнений Максвелла можно получить следующее уравнение для сверхпроводящего тока куперовских пар в зависимости от приложенного поля, являющееся обобщением уравнения Лондонов:

$$\mathbf{j}_s = -\frac{i\hbar e}{2m_e}(\Psi^* \nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*) - \frac{2e^2}{m_e}\mathbf{A}|\Psi|^2. \tag{1.2}$$

Подставляя сюда $\Psi(\mathbf{r})$ из определения (1.1), получим:

$$\mathbf{j}_s = \frac{1}{\Lambda}\left(\frac{\Phi_0}{2\pi}\nabla\theta(\mathbf{r}) - \mathbf{A}\right), \tag{1.3}$$

где $\Lambda = \dfrac{m_e}{n_s e^2}$, $\Phi_0 = \dfrac{h}{2e}$. Вторая константа, как будет показано далее, является *квантом магнитного потока*, и имеет важное значение в данной работе.

2 Эффект Джозефсона

2.1 Уравнения Джозефсона

Эффект Джозефсона[20] – это эффект установления одной макроскопической фазы в двух сверхпроводниках, соединенных через так называемую "слабую связь". Слабые связи многообразны: это могут быть тонкие слои диэлектрика, сужения, точечные контакты, прослойки из металла в нормальном состоянии или из ферромагнетика. В случае, если фазы не равны, то через слабую связь будет течь бездиссипативный ток, и будет выполнено некоторое *фазо-токовое соотношение* между током и скачком фазы на переходе. Часто, хотя и не всегда,[21] оно оказывается синусоидальным:

$$I_s = I_c \sin(\theta_2 - \theta_1) = I_c \sin\varphi. \tag{2.1}$$

Из этой формулы видно, что сверхпроводящий ток I_s не может превысить некоторого значения I_c. Это так называемый *критический ток* джозефсоновского перехода, при превышении которого бездиссипативность нарушается, и на переходе устанавливается напряжение V. В этом случае выполнено второе уравнение Джозефсона:

$$\hbar\frac{\partial\varphi}{\partial t} = 2eV, \tag{2.2}$$

и наблюдаются осцилляции разности фаз между сверхпроводниками. Величина критического тока рассчитывается из микроскопической теории, например, для перехода SIS верна формула Амбегаокара-Баратова:

$$I_c = \frac{\pi\Delta(T)}{2eR_n}\,\mathrm{th}\left(\frac{\Delta(T)}{2k_bT}\right), \tag{2.3}$$

где через R_n обозначено сопротивление контакта в отсутствие сверхпроводимости, $R_n = \rho\frac{d}{S}$, где ρ-удельное сопротивление I-слоя, а d и S - его толщина и площадь.

2.2 RCSJ-модель

Для упрощения описания динамики джозефсоновского контакта применяется модель RCSJ (Resistively and Capacitively Shunted Junction), работающая для маленьких переходов со слоем изолятора, когда изменения фазы на размере контакта пренебрежимо малы и присутствует ненулевая геометрическая емкость.

Принципиальная схема изображена на Рис. 1. В случае, когда ток через систему не превышает критического I_c, резистор на схеме может быть опущен. В силу параллельности соединения выполнено также соотношение $\dfrac{\hbar}{2e}\dfrac{\partial\varphi}{\partial t} = U_C$ между напряжениями

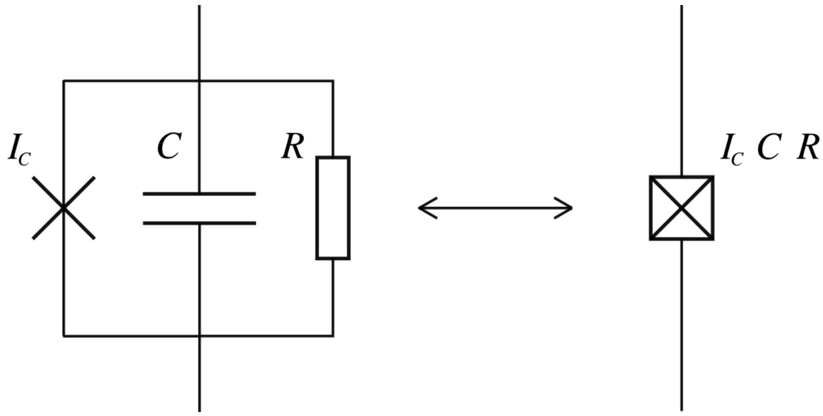


Рис. 1: Схема RCSJ в виде параллельного соединения идеального джозефсоновского перехода с конденсатором и резистором.

на переходе и на конденсаторе, которое устанавливает аналогию между неидеальным переходом и колебательным контуром с нелинейной индуктивностью.

В рамках RCSJ-модели энергия перехода состоит из энергии, запасенной в нелинейной индуктивности идеального перехода, и энергии конденсатора:

$$E = E_{ind} + E_{cap} \tag{2.4}$$

$$\begin{aligned} E_{ind} = \int I_J V_J \, dt = I_c \frac{\hbar}{2e} \int_0^T \sin(\phi(t)) \frac{d\phi(t)}{dt} dt \\ = E_J \int_0^\varphi \sin\phi \, d\phi = E_J[1 - \cos\varphi] \end{aligned} \tag{2.5}$$

$$E_{cap} = \frac{1}{2} C U_C^2 = \frac{1}{2} C \left(\frac{\Phi_0}{2\pi}\right)^2 \dot{\varphi}^2 = \frac{\hbar^2}{4E_C} \dot{\varphi}^2, \ E_C = \frac{(2e)^2}{2C}. \tag{2.6}$$

2.3 Фазо-потоковое соотношение

Рассмотрим замкнутый сверхпроводящее кольцо конечной толщины, быть может, прерванный конечным числом джозефсоновских переходов $\{J_1..J_n\}$. Рассмотрим применительно к данному случаю уравнение (1.3). Проведем контур C внутри кольца так, чтобы он нигде не приближался к стенкам на расстояние, меньшее глубины проникновения магнитного поля (Рис. 2). Тогда сверхток на всей его длине будет равен нулю, и, проинтегрировав по нему (1.3), мы получим следующее равенство:

$$\oint_C \mathbf{A} d\mathbf{l} = \frac{\Phi_0}{2\pi} \oint_C \nabla\theta d\mathbf{l}.$$

Руководствуясь Рис. 2, соображениями однозначности волновой функции (1.1) при обходе вокруг контура и теоремой Стокса для rot **A**, можем написать:

$$\Phi = \frac{\Phi_0}{2\pi}\left(\sum_i \varphi_n + 2\pi k\right)$$
$$\sum_i \varphi_n = 2\pi\left(\frac{\Phi}{\Phi_0} - k\right),\ k \in \mathcal{Z}. \tag{2.7}$$

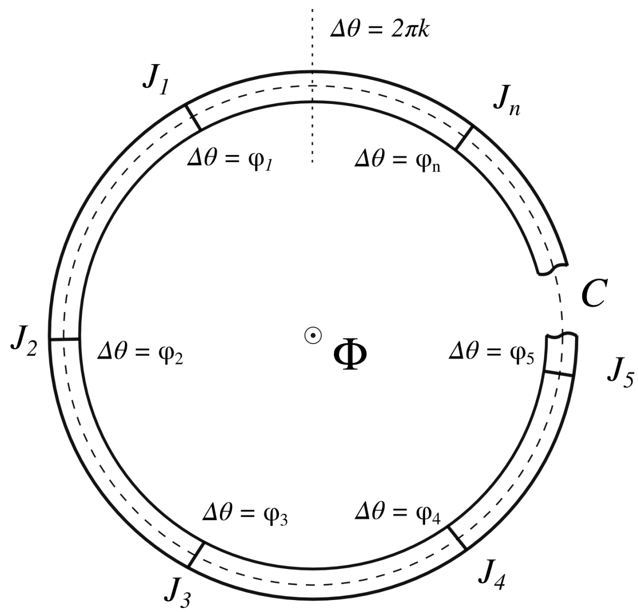


Рис. 2: К выводу фазо-потокового соотношения. Пунктиром обозначен контур интегрирования C. Через φ_i обозначены скачки фаз на джозефсоновских контактах, а точками - место разрешенного накопления фазы при полном обходе вокруг кольца $2\pi k,\ k \in \mathcal{Z}$.

Таким образом, получено фазо-потоковое соотношение. Видно, что в случае отсутствия в кольце джозефсоновских переходов полученное уравнение (2.7) опишет равенство магнитного потока Φ, проходящего через сверхпроводящее кольцо, целому числу k квантов потока Φ_0, обосновывая определение этой константы в (1.3).

3 Теория изолированного Flux-кубита

Flux-кубит, или потоковый трехконтактный сверхпроводящий кубит, был предложен впервые в 1999 году[12] и представляет собой сверхпроводящий контур, прерванный в трех местах джозефсоновскими переходами (Рис. 3), два из которых одинаковы, а третий отличается по площади в α раз. Под *изолированным* в данном разделе понимается одиночный кубит, не взаимодействующий с окружением ни диссипативным, ни консервативным образом. Единственным внешним фактором является при таком рассмотрении постоянное магнитное поле, проходящее через контур.

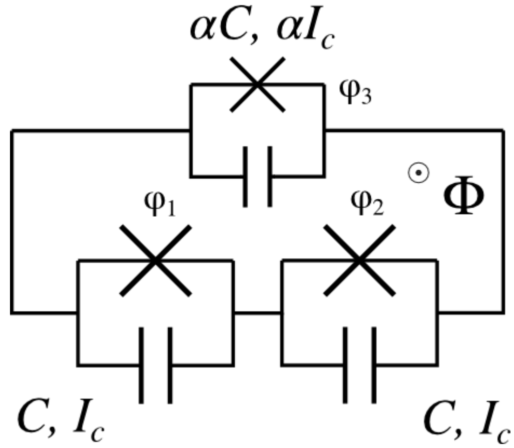


Рис. 3: Принципиальная схема Flux-кубита в рамках RCSJ-модели. Два из трех переходов по площади одинаковы, площадь третьего по сравнению с ними в α раз отличается (параметры отличаются в то же число раз согласно формулам для емкости конденсатора и (2.3)). Φ – поток, пронизывающий контур. Резисторы не изображены, так как рабочий ток переходов меньше I_c.

3.1 Построение гамильтониана

Для того, чтобы провести квантово-механическое рассмотрение кубита, требуется записать его гамильтониан. Для этого прежде всего нужно понять, какими независимыми степенями свободы он обладает. Вообще говоря, состояние одиночного джозефсоновского перехода, в силу того, что в параллельном соединении RCSJ-модели $U = \frac{\hbar}{2e}\dot{\varphi}$, целиком описывается своей разностью фаз. Для трех невзаимодействующих переходов таких разностей будет три, и их и следует выбрать в качестве обобщенных координат системы. Однако в случае замкнутого контура дополнительно накладывается фазо-потоковое соотношение (2.7):

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 2\pi\left(\frac{\Phi}{\Phi_0} - k\right),\ k \in \mathcal{Z}. \tag{3.1}$$

Таким образом, в контуре на Рис. 3 остаются независимыми только две разности фаз из трех. Введя их в качестве обобщенных координат, можно понять, что является аналогом кинетической, а что – потенциальной энергии системы. В уравнениях (2.4)-(2.6) энергия перехода зависит непосредственно от φ, а емкостная от $\dot{\varphi}$. Таким образом, переход запасает потенциальную, а емкость кинетическую энергию. Энергия магнитного поля, возникающего при течении тока в кольце, считается малой в силу малости геометрической индуктивности кубита по сравнению с джозефсоновской индуктивностью переходов, а поток $\Phi = \Phi_{ext}$ (подробное описание данной процедуры см. в статье[22]). Теперь можно записать лагранжиан системы, используя все те же уравнения (2.4)-(2.6) и выражая разность фаз φ_3 отличающегося перехода через разности фаз φ_1 и φ_2 одинаковых переходов при помощи (3.1):

$$\mathcal{L} = \mathcal{T} - \mathcal{U},$$

$$\mathcal{T} = E_{cap} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3} C_i V_i^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\Phi_0}{2\pi}\right)^2 \left[C(\dot{\varphi}_1)^2 + \alpha C\left(\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2\right)^2 + C(\dot{\varphi}_2)^2\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{\Phi_0}{2\pi}\right)^2 \begin{pmatrix}\dot{\varphi}_1 & \dot{\varphi}_2\end{pmatrix} C \begin{pmatrix}1+\alpha & \alpha \\ \alpha & 1+\alpha\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2\end{pmatrix},$$

$$\mathcal{U} = E_{ind} = E_J\left[2 + \alpha + \cos\varphi_1 + \cos\varphi_2 + \alpha\cos\left(2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0} - \varphi_1 - \varphi_2\right)\right].$$

Строить гамильтониан системы из такого лагранжиана не очень удобно, поэтому предварительно произведем замену координат $\phi = \dfrac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$, $\theta = \dfrac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}$:

$$\mathcal{T} \overset{\varphi_1,\varphi_2\to\phi,\theta}{=} C\left(\frac{\Phi_0}{2\pi}\right)^2 \begin{pmatrix}\dot{\phi} & \dot{\theta}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1+2\alpha & 0 \\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\dot{\phi} \\ \dot{\theta}\end{pmatrix},$$

$$\mathcal{U} \overset{\varphi_1,\varphi_2\to\phi,\theta}{=} E_J\left[2 + \alpha - 2\cos(\phi)\cos(\theta) - \alpha\cos\left(2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0} - 2\phi\right)\right]. \tag{3.2}$$

Теперь, стандартным образом вводя обобщенный импульс $\mathbf{p}^T = \begin{pmatrix}p_\phi & p_\theta\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{\phi}} & \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{\theta}}\end{pmatrix}$ и производя преобразование Лежандра, получим итоговый гамильтониан системы:

$$\mathcal{H} = \frac{p_\phi^2}{2M_\phi} + \frac{p_\theta^2}{2M_\theta} + E_J\left[2 + \alpha - 2\cos(\phi)\cos(\theta) - \alpha\cos\left(2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0} - 2\phi\right)\right],$$

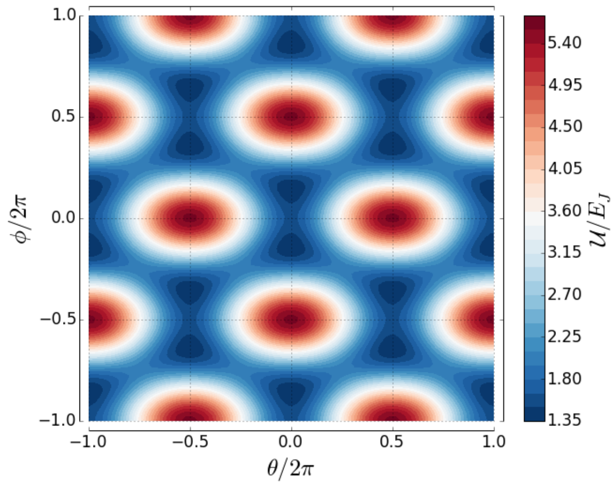
$$M_\phi = 2C\left(\frac{\Phi_0}{2\pi}\right)^2(1+2\alpha),\ M_\theta = 2C\left(\frac{\Phi_0}{2\pi}\right)^2.$$

Далее, осуществляя переход к операторному виду квантовой механики, можно получить оператор Гамильтона для сверхпроводящего потокового кубита в терминах исключительно E_C и E_J:

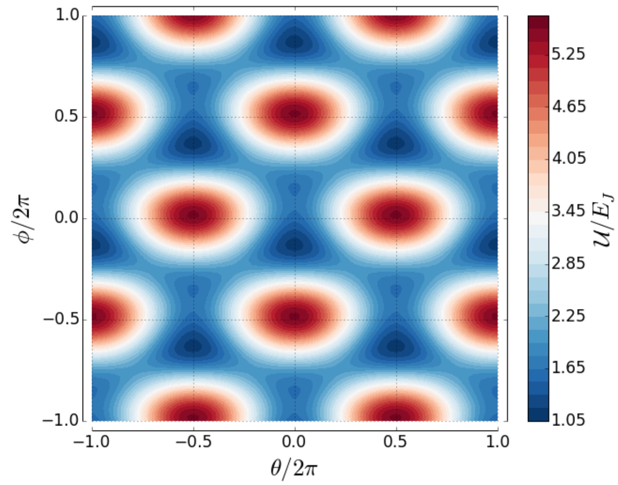
$$\hat{\mathcal{H}} = E_C\left[-\frac{1}{2(1+2\alpha)}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2} - \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\right] + E_J\left[2 + \alpha - 2\cos(\phi)\cos(\theta) - \alpha\cos\left(2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0} - 2\phi\right)\right]. \tag{3.3}$$

3.2 Квантово-механический анализ

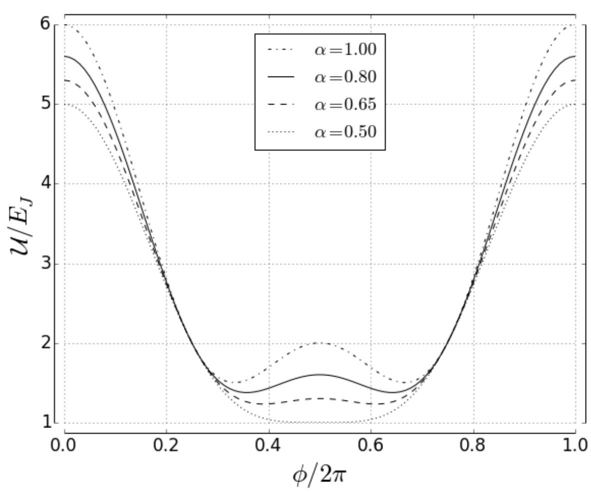
Анализ потенциала. Прежде всего рассмотрим потенциал $\mathcal{U}(\phi,\theta)$. На Рис. 4 представлены графики, демонстрирующие его структуру в случае $\Phi = \Phi_0/2$, или в так называемой *точке вырождения* по потоку. На Рис. 4 (a) можно видеть, что потенциал 2π-периодичен по каждой из переменных ϕ и θ и представляет собой бесконечную решетку из симметричных двойных ям, отделенных друг от друга диагональными барьерами. Каждая их ям, в свою очередь, делится на две части меньшим барьером. Его высота, как видно из Рис. 4 (c), определяется параметром α. Для того, чтобы структура оставалась



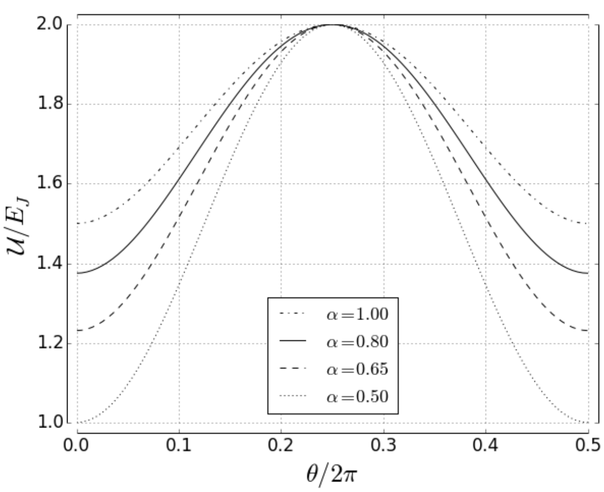
(a) Трехмерное изображение потенциала при $\Phi = \Phi_0/2$, $\alpha = 0.8$. Можно видеть 2π-периодическую решетку из двойных ям.



(b) При отклонении потока от $\Phi_0/2$ появляется перекос внутри двойных ям, одна половина становится глубже, а другая мельче в зависимости от знака отклонения $\Delta\Phi$. Здесь $\Delta\Phi = -0.05\Phi_0$.



(c) Срез потенциала при $\Phi = \Phi_0/2$ по направлению $\theta = \pi$ (барьер внутри ям) в зависимости от α. При $\alpha = 0.5$ этот барьер пропадает, при $\alpha = 1$ он сравнивается с барьером между ямами (см. (d)).



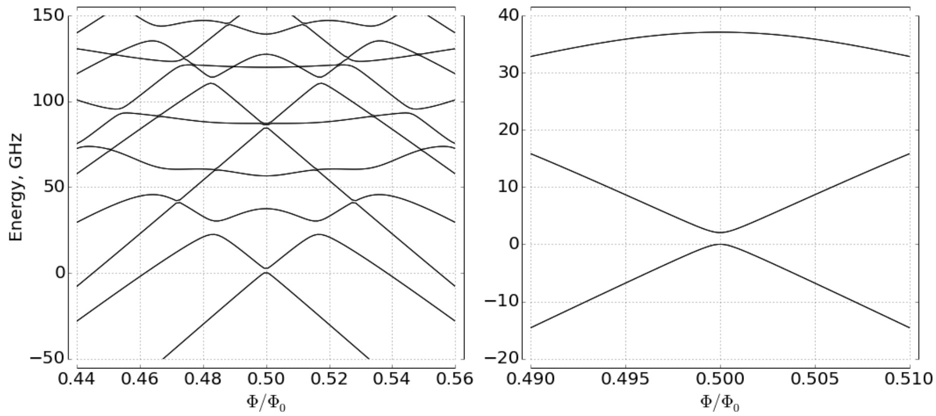
(d) Срез потенциала при $\Phi = \Phi_0/2$ по направлению $\phi = \left(1 - \frac{2}{\pi}\arccos\frac{1}{2\alpha}\right)\theta + \arccos\frac{1}{2\alpha}$ (барьер между ямами) в зависимости от α. Здесь крайние точки отвечают минимумам $\mathcal{U}$ при $\theta = 0$ (π), $\phi = \arccos\frac{1}{2\alpha}$ $\left(\pi - \arccos\frac{1}{2\alpha}\right)$.

Рис. 4: Графическое изображение периодического потенциала Flux-кубита в зависимости от относительного размера отличающегося перехода α и пронизывающего потока Φ.

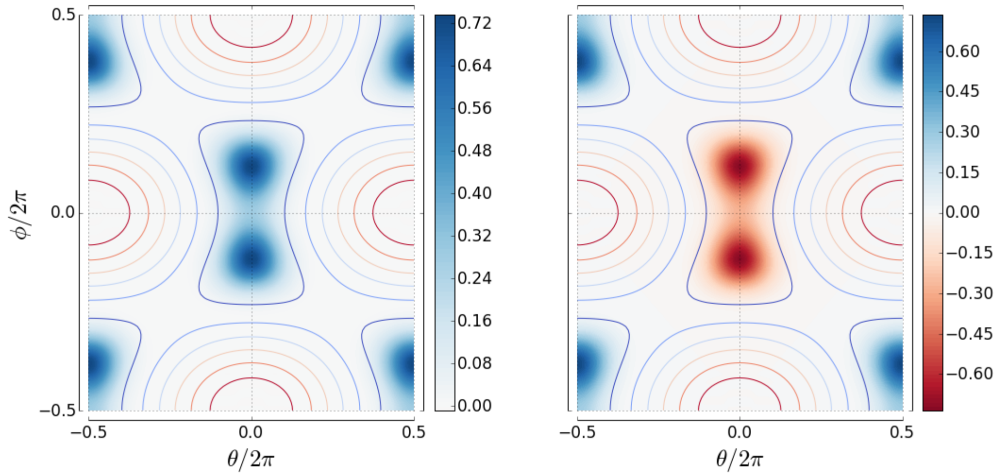
подобной изображенной на Рис. 4 (a), требуется, чтобы $\alpha \in (0.5,\ 1)$: при нарушении этого условия либо совсем пропадает внутренний барьер, либо внешний барьер сравнивается с внутренним по высоте, и ямы перестают быть качественно отделены друг от друга (Рис. 4 (d)). Минимумы $\mathcal{U}$ находятся в точках $\theta = \pi k,\ \phi = \pm \arccos \frac{1}{2\alpha} + \pi n,\ k,\ n \in \mathcal{Z}$, причем в точке вырождения все минимумы имеют одинаковую энергию, а при отходе от нее в зависимости от знака отклонения одна половина двойных ям становится мельче, а другая глубже, и вырождение внутри каждой ямы снимается (Рис. 4 (b)).

Стационарные состояния. Прежде, чем начинать поиск стационарных состояний для гамильтониана (3.3), важно не упустить одну особенность. Строго говоря, в силу того, что потенциал (3.2) является периодическим, решениями уравнения Шредингера будут являться *блоховские функции*, а спектр энергий будет иметь зонную структуру. Таким образом, как это ни удивительно, один Flux-кубит представляет собой модель частицы в идеальной периодической решетке двумерного твердого тела. Однако в случае, когда $E_J \gg E_C$, можно использовать модель сильной связи (о чем говорится и в оригинальной статье[12]). Основное соображение состоит в том, что пока волновая функция сильно локализована в ямах, можно считать спектр энергий дискретным для нижних уровней и применять метод сведения задачи к задаче на собственные значения матрицы.

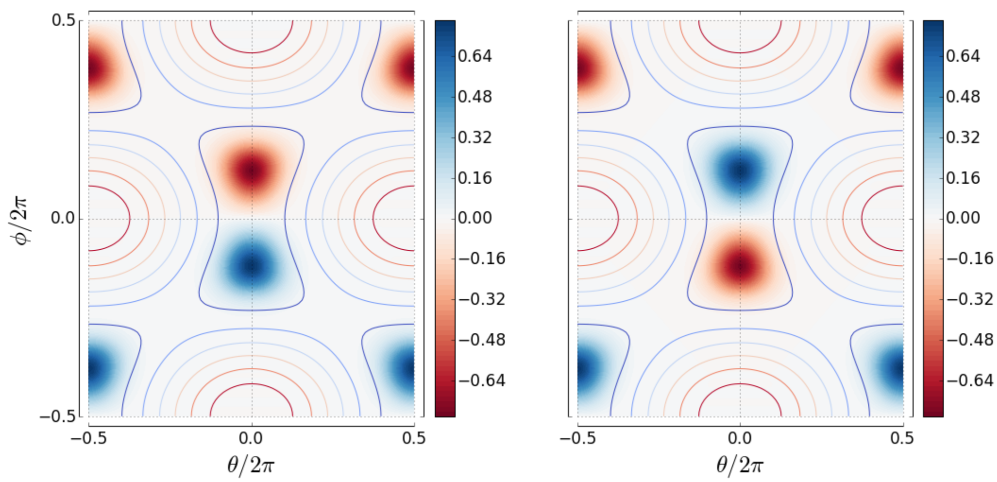
Для нахождения стационарных состояний гамильтониана (3.3) может быть применен метод, изложенный в работе.[23] Используя периодичность, можно разложить в ряд Фурье и потенциал, и искомую волновую функцию, ограничиваясь $2N+1$ начальными слагаемыми в разложении, и подставить их в уравнение Шредингера с гамильтонианом (3.3), что после определенных преобразований сведет задачу к поиску собственных значений и векторов матрицы $(2N+1)^2$ на $(2N+1)^2$. Результаты такого вычисления для $N = 20$ представлены на Рис. 5. Спектр энергий состоит из дублетов (на рисунке они сливаются в синглеты), причем расщепление в дублетах обусловлено разными периодическими конфигурациями волновой функции при фиксированной четности ее внутри ям, а расстояния между дублетами изменением четности внутри ям. Можно провести прямую аналогию с одномерным случаем, когда номер уровня совпадал с числом нулей волновой функции. Также это можно объяснить с позиции туннелирования через внутриямный барьер (большие разности энергий) и через межъямный (дублеты),[22] хотя это объяснение довольно туманно. В зависимости от поля спектр ведет себя, как показано на Рис. 5 (a), неравномерно: в окрестности $\Phi_0/2$ четные пары уровней сдвигаются вниз, нечетные вверх, а на большем удалении магнитного потока от полкванта картина вообще теряет порядок из-за значительного числа квазипересечений. На Рис. 5 (b) и (c) изображены соответственно нулевое и первое дублетные состояния в точке вырождения. Видно, что четные конфигурации волновой функции имеют меньшую энергию, а нечетные большую. Далее мы будем пренебрегать тем, что первые четыре состояния являются дублетами, так как расщепления внутри них примерно в 10^5 раз меньше, чем расстояния между ними, и назовем верхнюю по энергии пару “$|e\rangle$-состоянием”, а нижнюю “$|g\rangle$-состоянием”.



(a) Уровни энергии в зависимости от внешнего поля. Каждая линия на рисунке на самом деле является двойной.



(b) Волновые функции нулевого и первого уровней энергии ("$|g\rangle$-состояние" в точке вырождения). Внутри ям волновая функция четная.



(c) Волновые функции второго и третьего уровней энергии("$|e\rangle$-состояние" в точке вырождения). Внутри ям волновая функция нечетная.

Рис. 5: Результаты численного решения стационарного уравнения Шредингера с параметрами $\alpha = 0.7$, $E_J = 30E_C = 400$ GHz. Цветом обозначено значение волновой функции, нормированной на единицу в периоде потенциала.

Двухуровневое приближение. Следующим шагом будет приведение системы к двум нижним состояниям, пренебрегая всеми остальными. Это оправданно, так как третий дублет в точке вырождения лежит гораздо выше (почти в 20 раз) по энергии, чем состояние $|e\rangle$. Так же одновременно с этим мы явно выделим в гамильтониане член, отвечающий воздействию отклонения потока от полкванта, разложив в ряд Тейлора последнее слагаемое в потенциале. Это также оправданно потому, что, как видно из Рис. 5 (а), для большого изменения расстояния между уровнями годится даже малое отколнение от $\Phi_0/2$. Итак, записываем разложение потенциала и полный гамильтониан в матричной форме (в базисе из состояний $|g\rangle$ и $|e\rangle$ в точке вырождения):

$$\hat{\mathcal{U}} = E_J\left[2+\alpha-2\cos(\phi)\cos(\theta)-\alpha\cos\left(2\pi\frac{\Phi_0/2+\delta\Phi}{\Phi_0}-2\phi\right)\right]=$$

$$= E_J\left[2+\alpha-2\cos(\phi)\cos(\theta)-\alpha\cos(\pi-2\phi)\right]+\alpha E_J\sin(\pi-2\phi)\ 2\pi\frac{\delta\Phi}{\Phi_0}+\mathcal{O}(\delta\Phi^2),$$

$$\begin{pmatrix}\mathcal{H}_{11} & \mathcal{H}_{12}\\ \mathcal{H}_{21} & \mathcal{H}_{22}\end{pmatrix}=\hat{\mathcal{T}}+\hat{\mathcal{U}}+\alpha E_J\begin{pmatrix}\langle 0|\sin(\pi-2\phi)||0\rangle & \langle 0|\sin(\pi-2\phi)|1\rangle\\ \langle 1|\sin(\pi-2\phi)|0\rangle & \langle 1|\sin(\pi-2\phi)|1\rangle\end{pmatrix}2\pi\frac{\delta\Phi}{\Phi_0}=$$

$$=\frac{\varepsilon}{2}\hat{\sigma}_z+\frac{\delta}{2}\hat{\sigma}_x, |g\rangle_{\Phi_0/2}=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix},\ |e\rangle_{\Phi_0/2}=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}, \tag{3.4}$$

где ε – расстояние между уровнями, а $\delta = 4\pi\alpha E_J\delta\Phi/\Phi_0\cdot C$, $C = const$. Последнее равенство перед (3.4) верно, так как при $\Phi = \Phi_0/2$ диагональные матричные элементы равны нулю в силу нечетности оператора $\sin(\pi-2\phi)$ и симметрии волновых функций на Рис. 5, а элементы на побочной диагонали равны в силу самосопряженности этого оператора и действительности волновых функций как собственных для гамильтониана. Самосопряженность легко выводится из физического смысла данного оператора – это оператор тока через меньший переход $\hat{I}_3$. Равенство нулю его среднего значения в состояниях $|g\rangle$ и $|e\rangle$ при $\Phi = \Phi_0/2$ означает, что в точке вырождения в кубите не течет незатухающий ток. Этим объясняется ослабление в таком режиме его взаимодействия со средой – кубит не создает полей.

Сокращенный гамильтониан (3.4) можно просто привести к диагональному виду. Его собственные значения и их разность будут зависеть от δ, и, следовательно, от Φ следующим образом:

$$E_{1,2}=\pm\frac{1}{2}\sqrt{\varepsilon^2+\delta^2},\ \Delta E=h\nu_q=\sqrt{\varepsilon^2+\delta^2}, \tag{3.5}$$

где ν_q – это экспериментально наблюдаемая частота перехода между кубитными уровнями. Легко построить зависимость этой частоты от приложенного поля – это будет гипербола, причем по ее асимптотам можно вычислить

Часть II

Экспериментальная часть

Часть III

Результаты

Часть IV

Заключение

Список литературы

[1] Lloyd S. A potentially realizable quantum computer. // Science (New York, N.Y.). — 1993. — Vol. 261. — P. 1569–1571. (сслыка на стр. [2])

[2] DiVincenzo D. P. Quantum Computation // Science. — 1995. — Vol. 270, no. 5234. — P. 255–261. — URL: `http://www.sciencemag.org/content/270/5234/255.abstract`. (сслыка на стр. [2])

[3] DiVincenzo D.P. Prospects for quantum computing. — 2000. — P. 12–15. (сслыка на стр. [2])

[4] Spiller T. P. Quantum information processing: cryptography, computation, and teleportation // Proceedings of the IEEE. — 1996. — Vol. 84. (сслыка на стр. [2])

[5] Milburn G J. Photons as qubits // Physica Scripta. — 2009. — Vol. 2009, no. T137. — P. 14003. — URL: `http://stacks.iop.org/1402-4896/2009/i=T137/a=014003`. (сслыка на стр. [2])

[6] Cirac J. I., Zoller P. Quantum computations with cold trapped ions // Physical review letters. — 1995. — Vol. 74, no. 20. — P. 4091. (сслыка на стр. [2])

[7] Kane B. E. A silicon-based nuclear spin quantum computer // Nature. — 1998. — Vol. 393. — P. 133–137. (сслыка на стр. [2])

[8] Rempe G. Cavity QED with single atomic and photonic qubits // Conference on Quantum Electronics and Laser Science (QELS) - Technical Digest Series. — 2008. (сслыка на стр. [2])

[9] Devoret M. H., Martinis J. M. Implementing qubits with superconducting integrated circuits // Experimental Aspects of Quantum Computing. — 2005. — P. 163–203. (сслыка на стр. [2])

[10] Devoret M. H. Quantum fluctuations in electrical circuits // Les Houches, Session LXIII. — 1995. — URL: `http://www.physique.usherb.ca/tremblay/cours/PHY-731/Quantum_circuit_theory-1.pdf`. (ссылка на стр. [2])

[11] Clarke J., Wilhelm F. K. Superconducting quantum bits. // Nature. — 2008. — Vol. 453, no. 7198. — P. 1031–42. — URL: `http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/18563154`. (ссылка на стр. [2])

[12] Superconducting persistent-current qubit / T. Orlando, J. Mooij, Lin Tian et al. // Physical Review B. — 1999. — Vol. 60, no. 22. — P. 15398–15413. — URL: `http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.60.15398`. (ссылки на стр. [2, 7 и 11])

[13] Charge insensitive qubit design derived from the Cooper pair box / J. Koch, T. M. Yu, J. Gambetta et al. — 2007. — P. 21. — 0703002. (ссылка на стр. [2])

[14] Implementation of a quantum metamaterial using superconducting qubits. / P. Macha, G. Oelsner, J.-M. Reiner et al. // Nature communications. — 2014. — Vol. 5. — P. 5146. — URL: `http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/25312205`. (ссылка на стр. [2])

[15] Clarke J., Braginski A. I. The SQUID Handbook. — 2006. — Vol. 2. — P. 1–634. — ISBN: 9783527404087. (ссылка на стр. [3])

[16] Resonance Fluorescence of a Single Artificial Atom / O. Astafiev, A. M. Zagoskin, A. A. Abdumalikov et al. // Science. — 2010. — Vol. 327, no. 5967. — P. 840–843. (ссылка на стр. [3])

[17] Xia K., Vanner M. R., Twamley J. An opto-magneto-mechanical quantum interface between distant superconducting qubits. // Scientific reports. — 2014. — Vol. 4. — P. 5571. — arXiv:1407.2324v1. (ссылка на стр. [3])

[18] Schrieffer J. R., Tinkham M. Superconductivity // Reviews Of Modern Physics. — 1999. — Vol. 71. — P. S313–S317. (ссылка на стр. [4])

[19] Ginzburg V.L., Landau L.D. On the theory of superconductivity // Zh. Eksp. Teor. Fiz. 20, 1064. — 1950. (ссылка на стр. [4])

[20] Josephson B. Coupled Superconductors // Rev. Mod. Phys. — 1964. — Vol. 36. — P. 216–220. (ссылка на стр. [5])

[21] Golubov A. A., Kupriyanov M. Y., Il'Ichev E. The current-phase relation in Josephson junctions // Reviews of Modern Physics. — 2004. — Vol. 76. — P. 411–469. (ссылка на стр. [5])

[22] Quantum theory of three-junction flux qubit with non-negligible loop inductance: Towards scalability / T. Robertson, B. Plourde, P. Reichardt et al. // Physical Review B. — 2006. — Vol. 73, no. 17. — P. 174526. — URL: `http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.73.174526`. (ссылки на стр. [8 и 11])

[23] Johansson R. Reproduce: Orlando et al., Phys. Rev. B 60, 15398 (1999). — URL: `http://nbviewer.ipython.org/github/jrjohansson/reproduced-papers/blob/master/Reproduce-PRB-60-15398-1999-Orlando.ipynb`. (ссылка на стр. [11])