Диплом

Федоров Глеб, 125

8 декабря 2014 г.

Содержание

Введение

Квантовый компьютер – это устройство, хранящее и обрабатывающее информацию в группе квантовых систем, причем обработка информации происходит в результате когерентных взаимодействий систем внутри группы.[1] Каждая квантовая система, как правило, является двухуровневой и носит название “квантовый бит” или “кубит” (англ. “qubit” – quantum bit). Для осуществления квантового расчета необходимо уметь реализовывать связь между кубитами, управлять состоянием кубитов, сохраняя его чистоту, определять состояние каждого из кубитов в группе и, наконец, изолировать кубиты от окружающей среды, следовательно, в качестве кубитов могут быть использованы любые достаточно изолированные двухуровневые системы, поддающиеся контролю и способные взаимодействовать друг с другом.[2–4] В качестве примера можно привести фотоны,[5] ионы в ионных ловушках,[6] ядерные спины,[7] атомы в электромагнитных резонаторах,[8] электрические системы[9] и т.п.

Последние являются одними их самых заманчивых кандидатов на эту роль, если только окажутся подчинены квантовой механике.[10] К счастью, явление сверхпроводимости и эффект Джозефсона позволяют наблюдать квантовые эффекты в контурах даже мезоскопического масштаба и создавать так называемые сверхпроводящие (джозефсоновские) кубиты.[11] В данной работе проводится исследование одного из них – потокового сверхпроводящего кубита (впервые предложен в статье[12] и назван Flux-кубитом).

Джозефсоновские кубиты имеют два значительных недостатка и одно значительное преимущество в сравнении с микроскопическими кубитами. Первый недостаток касается шума и нарушения чистоты состояния - в силу больших размеров, джозефсоновские кубиты сильнее связываются со средой, что требует дополнительных изысканий в области их изоляции; второй недостаток заключается в том, что в то время как микроскопические кубиты, например, атомы, идентичны друг другу, сверхпроводящие кубиты могут иметь отличия из-за неточностей производства. Для борьбы с этим требуется либо создавать заведомо нечувствительные к дефектам схемы, либо проводить калибровку, в процессе которой параметры цепей измеряются и компенсируются.

Преимущество джозефсоновских кубитов в их гибкости: они могут быть произвольным образом расположены относительно друг друга, а их параметры легко и непрерывно изменяемы в широких пределах. Эта гибкость вместе с некоторыми фундаментальными эффектами[13] может быть использована для борьбы с первым недостатком, а также предоставляет много вариантов для подстройки параметров, что в значительной степени нивелирует второй недостаток. Далее, накопленный опыт человечества в области изготовления интегральных схем позволит упростить переход к производству реальных устройств, что является очевидным преимуществом в сравнении с другими типами кубитов. Таким образом, скорее всего именно джозефсоновские кубиты и будут применены в первом квантовом компьютере, и именно их следует изучать.

Важно отметить, что сверхпроводящие кубиты могут применяться не только для непосредственного использования в квантовом компьютере, так как по сути являются рукотворными атомами. Они могут быть пригодны для создания метаматериалов,[14] проведения высокоточных измерений полей,[15] использоваться в качестве активной среды,[16] для квантовой криптографии и телепортации[17] и т.п.

Часть I

Теоретические сведения

Данный раздел содержит теоретическое описание явлений, наблюдаемых в экспериментальной части работы. Далее будут кратко рассмотрена теория сверхпроводимости, эффект Джозефсона, затем произведено рассмотрение теории изолированного Flux-кубита, теории его взаимодействия с окружающей средой и, наконец, вопросы измерения и контроля.

1 Явление сверхпроводимости

Сверхпроводимость – это сложное коллективное явление, свойство некоторых материалов обладать строго нулевым электрическим сопротивлением при достижении ими температуры ниже определенного значения. В настоящий момент доминирующей теорией сверхпроводимости является теория БКШ,[18] согласно которой электроны в сверхпроводнике при переходе через критическую температуру объединяются в так называемые куперовские пары и претерпевают бозе-конденсацию. Спаривание электронов происходит в результате взаимодействия через фононы, приводящего к эффективному притяжению между ними и образованию связанного состояния на уровне Ферми, отделенного от уровней квазичастичных возбуждений энергетической щелью. Полное описание данного эффекта в рамках микроскопической теории невозможно в данной работе, поэтому мы будем далее пользоваться феноменологической теорией Гинзбурга-Ландау.[19] Сверхпроводящее состояние в рамках этой теории может быть описано параметром порядка или, иначе, модулем так называемой "макроскопической волновой функции куперовских пар":

$$\Psi(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{n_s}{2}} e^{i\theta(\mathbf{r})}, \tag{1.1}$$

где n_s – концентрация сверхпроводящих электронов в сверхпроводнике. Важно подчеркнуть, что она не является настоящей волновой функцией, но тем не менее позволяет получить практически важные результаты. Мы далее считаем, что в изолированном невозмущенном полями сверхпроводнике и модуль, и фаза волновой функции (1.1) постоянны.

Из минимизации функционала Гинзбурга-Ландау и одного из уравнений Максвелла можно получить следующее уравнение для сверхпроводящего тока куперовских пар в зависимости от приложенного поля, являющееся обобщением уравнения Лондонов:

$$\mathbf{j}_s = -\frac{i\hbar e}{2m_e}(\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*) - \frac{2e^2}{m_e}\mathbf{A}|\Psi|^2. \tag{1.2}$$

Подставляя сюда $\Psi(\mathbf{r})$ из определения (1.1), получим:

$$\mathbf{j}_s = \frac{1}{\Lambda}\left(\frac{\Phi_0}{2\pi}\nabla\theta(\mathbf{r}) - \mathbf{A}\right), \tag{1.3}$$

где $\Lambda = \dfrac{m_e}{n_s e^2}$, $\Phi_0 = \dfrac{h}{2e}$. Вторая константа, как будет показано далее, является *квантом магнитного потока*, и имеет важное значение в данной работе.

2 Эффект Джозефсона

2.1 Уравнения Джозефсона

Эффект Джозефсона[20] – это эффект установления одной макроскопической фазы в двух сверхпроводниках, соединенных через так называемую “слабую связь”. Слабые связи многообразны: это могут быть тонкие слои диэлектрика, сужения, точечные контакты, прослойки из металла в нормальном состоянии или из ферромагнетика. В случае, если фазы не равны, то через слабую связь будет течь бездиссипативный ток, и будет выполнено некоторое *фазо-токовое соотношение* между током и скачком фазы на переходе. Часто, хотя и не всегда,[21] оно оказывается синусоидальным:

$$I_s = I_c \sin(\theta_2 - \theta_1) = I_c \sin\varphi. \tag{2.1}$$

Из этой формулы видно, что сверхпроводящий ток I_s не может превысить некоторого значения I_c. Это так называемый *критический ток* джозефсоновского перехода, при превышении которого бездиссипативность нарушается, и на переходе устанавливается напряжение V. В этом случае выполнено второе уравнение Джозефсона:

$$\hbar\frac{\partial\varphi}{\partial t} = 2eV, \tag{2.2}$$

и наблюдаются осцилляции разности фаз между сверхпроводниками. Величина критического тока рассчитывается из микроскопической теории, например, для перехода SIS верна формула Амбегаокара-Баратова:

$$I_c = \frac{\pi\Delta(T)}{2eR_n}\,\mathrm{th}\left(\frac{\Delta(T)}{2k_bT}\right), \tag{2.3}$$

где через R_n обозначено сопротивление контакта в отсутствие сверхпроводимости, $R_n = \rho\frac{d}{S}$, где ρ-удельное сопротивление I-слоя, а d и S - его толщина и площадь.

2.2 RCSJ-модель

Для упрощения описания динамики джозефсоновского контакта применяется модель RCSJ (Resistively and Capacitively Shunted Junction), работающая для маленьких переходов со слоем изолятора, когда изменения фазы на размере контакта пренебрежимо малы и присутствует ненулевая геометрическая емкость.

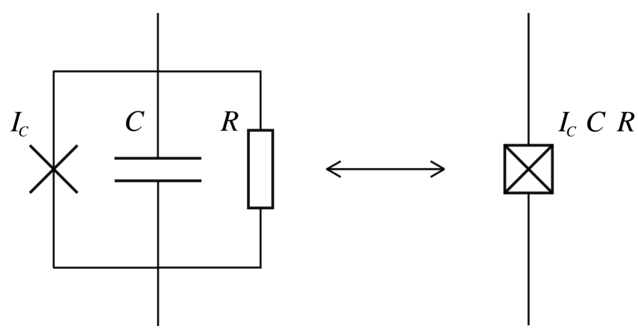

Рис. 1: Схема RCSJ в виде параллельного соединения идеального джозефсоновского перехода с конденсатором и резистором

Принципиальная схема изображена на Рис. 1. В случае, когда ток через систему не превышает критического I_c, резистор на схеме может быть опущен. В силу параллельности соединения выполнено также соотношение $\dfrac{\hbar}{2e}\dfrac{\partial\varphi}{\partial t} = U_C$ между напряжениями на переходе и на конденсаторе, которое устанавливает аналогию между неидеальным переходом и колебательным контуром с нелинейной индуктивностью.

В рамках RCSJ-модели энергия перехода состоит из энергии, запасенной в нелинейной индуктивности идеального перехода, и энергии конденсатора:

$$E = E_{ind} + E_{cap} \tag{2.4}$$

$$E_{ind} = \int I_J V_J\,dt = I_c \frac{\hbar}{2e}\int_0^T \sin(\phi(t))\frac{d\phi(t)}{dt}dt \tag{2.5}$$

$$= E_J \int_0^{\varphi} \sin\phi\,d\phi = E_J[1-\cos\varphi]$$

$$E_{cap} = \frac{1}{2}CU_C^2 = \frac{1}{2}C\left(\frac{\Phi_0}{2\pi}\right)^2\dot{\varphi}^2 = E_C\dot{\varphi}^2. \tag{2.6}$$

2.3 Фазо-потоковое соотношение

Рассмотрим замкнутый сверхпроводящее кольцо конечной толщины, быть может, прерванный конечным числом джозефсоновских переходов $\{J_1..J_n\}$. Рассмотрим применительно к данному случаю уравнение (1.3). Проведем контур C внутри кольца так, чтобы он нигде не приближался к стенкам на расстояние, меньшее глубины проникновения магнитного поля (Рис. 2). Тогда сверхток на всей его длине будет равен нулю, и, проинтегрировав по нему (1.3), мы получим следующее равенство:

$$\oint\limits_C \mathbf{A}d\mathbf{l} = \frac{\Phi_0}{2\pi}\oint\limits_C \nabla\theta d\mathbf{l}.$$

Руководствуясь Рис. 2, соображениями однозначности волновой функции (1.1) при обходе вокруг контура и теоремой Стокса для rot $\mathbf{A}$, можем написать:

$$\Phi = \frac{\Phi_0}{2\pi}\left(\sum_i \varphi_n + 2\pi k\right)$$

$$\sum_i \varphi_n = 2\pi\left(\frac{\Phi}{\Phi_0} - k\right),\ k \in \mathcal{Z}. \tag{2.7}$$

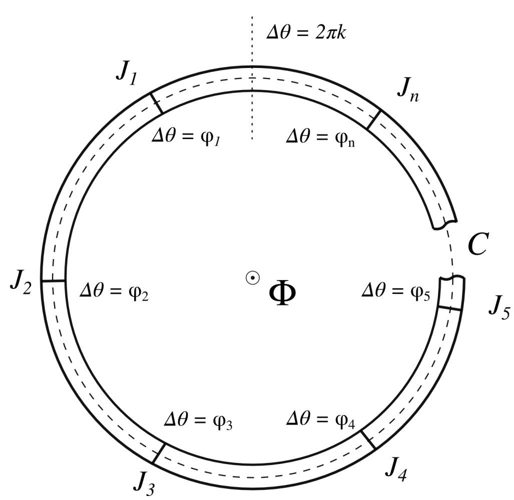

Рис. 2: К выводу фазо-потокового соотношения. Пунктиром обозначен контур интегрирования С. Через φ_i обозначены скачки фаз на джозефсоновских контактах, а точками - место разрешенного накопления фазы при полном обходе вокруг кольца $2\pi k,\ k \in \mathcal{Z}$

Таким образом, получено фазо-потоковое соотношение. Видно, что в случае отсутствия в кольце джозефсоновских переходов полученное уравнение (2.7) опишет равенство магнитного потока Φ, проходящего через сверхпроводящее кольцо, целому числу k квантов потока Φ_0, обосновывая определение этой константы в (1.3).

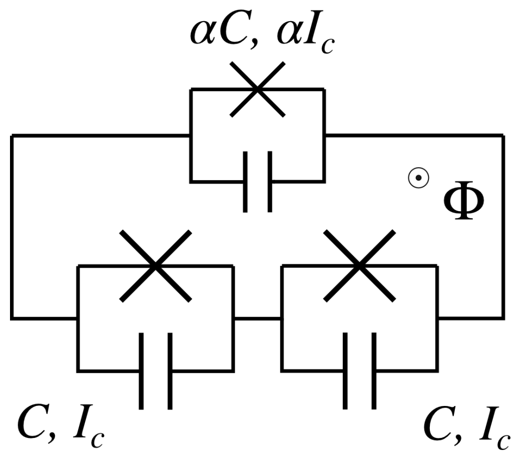

Рис. 3: Принципиальная схема Flux-кубита в рамках RSCJ-модели. Два из трех переходов по площади одинаковы, площадь третьего по сравнению с ними в α раз отличается (параметры отличаются в то же число раз согласно формулам для емкости конденсатора и (2.3)). Φ – поток, пронизывающий контур. Резисторы не изображены, так как рабочий ток переходов меньше I_c

3 Теория изолированного Flux-кубита

Flux-кубит, или потоковый трехконтактный сверхпроводящий кубит, был предложен впервые в 1999 году[12] и представляет собой сверхпроводящий контур, прерванный в трех местах джозефсоновскими переходами (Рис. 3), два из которых одинаковы, а третий отличается по площади в α раз. Под *изолированным* в данном разделе понимается одиночный кубит, не взаимодействующий с окружением ни диссипативным, ни консервативным образом. Единственным внешним фактором является при таком рассмотрении постоянное магнитное поле, проходящее через контур.

3.1 Построение гамильтониана

Для того, чтобы провести квантово-механическое рассмотрение кубита, требуется записать его гамильтониан. Для этого прежде всего нужно понять, какими независимыми степенями свободы он обладает. Вообще говоря, состояние одиночного джозефсоновского перехода, в силу того, что в параллельном соединении RCSJ-модели $U = \frac{\hbar}{2e}\dot{\varphi}$, целиком описывается своей разностью фаз. Для трех невзаимодействующих переходов таких разностей будет три, и их и следует выбрать в качестве обобщенных координат системы. Однако в случае замкнутого контура дополнительно накладывается фазо-потоковое соотношение (2.7):

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 2\pi \left(\frac{\Phi}{\Phi_0} - k \right), \; k \in \mathcal{Z}. \tag{3.1}$$

Таким образом, в контуре на Рис. 3 остаются независимыми только две разности фаз из трех. Введя их в качестве обобщенных координат, можно понять, что является аналогом кинетической, а что – потенциальной энергии системы. В уравнениях (2.4)-(2.6) энергия перехода зависит непосредственно от φ, а емкостная от $\dot{\varphi}$. Таким образом, переход запасает потенциальную, а емкость кинетическую энергию. Энергия магнитного поля, возникающего при течении тока в кольце, считается малой в силу малости геометрической индуктивности кубита по сравнению с джозефсоновской индуктивностью переходов.[12] Теперь можно записать лагранжиан системы, используя все те же уравнения (2.4)-(2.6) и выражая разность фаз φ_3 отличающегося перехода через разности фаз φ_1 и φ_2 одинаковых переходов при помощи (3.1):

$$
\begin{aligned}
&\mathcal{L} = \mathcal{T} - \mathcal{U},\\
&\mathcal{T} = E_C = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3} C_i V_i^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\Phi_0}{2\pi}\right)^2 \left[C(\dot{\varphi}_1)^2 + \alpha C\left(\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2\right)^2 + C(\dot{\varphi}_2)^2\right]\\
&\quad = \frac{1}{2}\left(\frac{\Phi_0}{2\pi}\right)^2 \dot{\vec{\varphi}}^T C \begin{pmatrix} 1+\alpha & \alpha \\ \alpha & 1+\alpha \end{pmatrix} \dot{\vec{\varphi}},\ \dot{\vec{\varphi}} = \begin{pmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \end{pmatrix},\\
&\mathcal{U} = E_J\left[2 + \alpha + \cos\varphi_1 + \cos\varphi_2 + \alpha\cos\left(2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0} - \varphi_1 - \varphi_2\right)\right].
\end{aligned}
$$

Строить гамильтониан системы из такого лагранжиана не очень удобно, поэтому предварительно произведем замену координат $\phi = \dfrac{\varphi_1 + \varphi_2}{2},\ \theta = \dfrac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}$:

$$
\begin{aligned}
&\mathcal{T} \overset{\varphi_1,\varphi_2 \to \phi,\theta}{=} C\left(\frac{\Phi_0}{2\pi}\right)^2 \begin{pmatrix} \dot{\phi} & \dot{\theta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1+2\alpha & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix},\\
&\mathcal{U} \overset{\varphi_1,\varphi_2 \to \phi,\theta}{=} E_J\left[2 + \alpha - 2\cos(\phi)\cos(\theta) - \alpha\cos\left(2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0} - 2\phi\right)\right].
\end{aligned}
$$

Теперь, стандартным образом вводя обобщенный импульс $\vec{p} = \begin{pmatrix} p_\phi \\ p_\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}} \end{pmatrix}$ и производя преобразование Лежандра, получим итоговый гамильтониан системы:

$$
\begin{aligned}
&\mathcal{H} = \frac{p_\phi^2}{2M_\phi} + \frac{p_\theta^2}{2M_\theta} + E_J\left[2 + \alpha - 2\cos(\phi)\cos(\theta) - \alpha\cos\left(2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0} - 2\phi\right)\right],\\
&\qquad M_\phi = 2C\left(\frac{\Phi_0}{2\pi}\right)^2(1+2\alpha),\ M_\theta = 2C\left(\frac{\Phi_0}{2\pi}\right)^2.
\end{aligned}
$$

Далее, осуществляя переход к операторному виду квантовой механики, можно получить оператор Гамильтона для сверхпроводящего потокового кубита в терминах исключительно E_C и E_J:

$$
\hat{\mathcal{H}} = E_C\left[-\frac{2}{1+2\alpha}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2} - 2\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}\right] + E_J\left[2 + \alpha - 2\cos(\phi)\cos(\theta) - \alpha\cos\left(2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0} - 2\phi\right)\right]. \tag{3.2}
$$

Часть II

Экспериментальная часть

Часть III

Результаты

Часть IV

Заключение

Список литературы

[1] Lloyd S. A potentially realizable quantum computer. // Science (New York, N.Y.). — 1993. — Vol. 261. — P. 1569–1571.

[2] DiVincenzo D. P. Quantum Computation // Science. — 1995. — Vol. 270, no. 5234. — P. 255–261. — URL: http://www.sciencemag.org/content/270/5234/255.abstract.

[3] DiVincenzo D.P. Prospects for quantum computing. — 2000. — P. 12–15.

[4] Spiller T. P. Quantum information processing: cryptography, computation, and teleportation // Proceedings of the IEEE. — 1996. — Vol. 84.

[5] Milburn G J. Photons as qubits // Physica Scripta. — 2009. — Vol. 2009, no. T137. — P. 14003. — URL: http://stacks.iop.org/1402-4896/2009/i=T137/a=014003.

[6] Cirac J. I., Zoller P. Quantum computations with cold trapped ions // Physical review letters. — 1995. — Vol. 74, no. 20. — P. 4091.

[7] Kane B. E. A silicon-based nuclear spin quantum computer // Nature. — 1998. — Vol. 393. — P. 133–137.

[8] Rempe G. Cavity QED with single atomic and photonic qubits // Conference on Quantum Electronics and Laser Science (QELS) - Technical Digest Series. — 2008.

[9] Devoret M. H., Martinis J. M. Implementing qubits with superconducting integrated circuits // Experimental Aspects of Quantum Computing. — 2005. — P. 163–203.

[10] Devoret M. H. Quantum fluctuations in electrical circuits // Les Houches, Session LXIII. — 1995. — URL: http://www.physique.usherb.ca/tremblay/cours/PHY-731/Quantum_circuit_theory-1.pdf.

[11] Clarke J., Wilhelm F. K. Superconducting quantum bits. // Nature. — 2008. — Vol. 453, no. 7198. — P. 1031–42. — URL: http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/18563154.

[12] Superconducting persistent-current qubit / T. Orlando, J. Mooij, Lin Tian et al. // Physical Review B. — 1999. — Vol. 60, no. 22. — P. 15398–15413. — URL: http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.60.15398.

[13] Charge insensitive qubit design derived from the Cooper pair box / J. Koch, T. M. Yu, J. Gambetta et al. — 2007. — P. 21. — 0703002.

[14] Implementation of a quantum metamaterial using superconducting qubits. / P. Macha, G. Oelsner, J.-M. Reiner et al. // Nature communications. — 2014. — Vol. 5. — P. 5146. — URL: http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/25312205.

[15] Clarke J., Braginski A. I. The SQUID Handbook. — 2006. — Vol. 2. — P. 1–634. — ISBN: 9783527404087.

[16] Resonance Fluorescence of a Single Artificial Atom / O. Astafiev, A. M. Zagoskin, A. A. Abdumalikov et al. // Science. — 2010. — Vol. 327, no. 5967. — P. 840–843.

[17] Xia K., Vanner M. R., Twamley J. An opto-magneto-mechanical quantum interface between distant superconducting qubits. // Scientific reports. — 2014. — Vol. 4. — P. 5571. — arXiv:1407.2324v1.

[18] Schrieffer J. R., Tinkham M. Superconductivity // Reviews Of Modern Physics. — 1999. — Vol. 71. — P. S313–S317.

[19] Ginzburg V.L., Landau L.D. On the theory of superconductivity // Zh. Eksp. Teor. Fiz. 20, 1064. — 1950.

[20] Josephson B. Coupled Superconductors // Rev. Mod. Phys. — 1964. — Vol. 36. — P. 216–220.

[21] Golubov A. A., Kupriyanov M. Y., Il'Ichev E. The current-phase relation in Josephson junctions // Reviews of Modern Physics. — 2004. — Vol. 76. — P. 411–469.