

ДИПЛОМ

Федоров Глеб, 125

8 декабря 2014 г.

Содержание

Введение	2
I Теоретические сведения	3
1 Явление сверхпроводимости	3
2 Эффект Джозефсона	3
2.1 Уравнения Джозефсона	3
2.2 RCSJ-модель	4
2.3 Фазо-потокное соотношение	5
3 Теория изолированного Flux-кубита	6
II Экспериментальная часть	6
III Результаты	6
IV Заключение	6

Введение

Квантовый компьютер - это устройство, хранящее и обрабатывающее информацию в группе квантовых систем, причем обработка информации происходит в результате когерентных взаимодействий систем внутри группы.¹ Каждая квантовая система, как правило, является двухуровневой и носит название “квантовый бит” или “кубит” (англ. “qubit” - quantum bit). Для осуществления квантового расчета необходимо уметь реализовывать связь между кубитами, управлять состоянием кубитов, сохраняя его чистоту, определять состояние каждого из кубитов в группе и, наконец, изолировать кубиты от окружающей среды, следовательно, в качестве кубитов могут быть использованы любые достаточно изолированные двухуровневые системы, поддающиеся контролю и способные взаимодействовать друг с другом.²⁻⁴ В качестве примера можно привести фотоны,⁵ ионы в ионных ловушках,⁶ ядерные спины,⁷ атомы в электромагнитных резонаторах,⁸ электрические системы⁹ и т.п.

Последние являются одними из самых заманчивых кандидатов на эту роль, если только окажутся подчинены квантовой механике.¹⁰ К счастью, явление сверхпроводимости и эффект Джозефсона позволяют наблюдать квантовые эффекты в контурах даже мезоскопического масштаба и создавать так называемые сверхпроводящие (джозефсоновские) кубиты.¹¹ В данной работе проводится исследование одного из них - потокового сверхпроводящего кубита (впервые предложен в статье¹² и назван Флук-кубитом).

Джозефсоновские кубиты имеют два значительных недостатка и одно значительное преимущество в сравнении с микроскопическими кубитами. Первый недостаток касается шума и нарушения чистоты состояния - в силу больших размеров, джозефсоновские кубиты сильнее связываются со средой, что требует дополнительных изысканий в области их изоляции; второй недостаток заключается в том, что в то время как микроскопические кубиты, например, атомы, идентичны друг другу, сверхпроводящие кубиты могут иметь отличия из-за неточностей производства. Для борьбы с этим требуется либо создавать заведомо нечувствительные к дефектам схемы, либо проводить калибровку, в процессе которой параметры цепей измеряются и компенсируются.

Преимущество джозефсоновских кубитов в их гибкости: они могут быть произвольным образом расположены относительно друг друга, а их параметры легко и непрерывно изменяемы в широких пределах. Эта гибкость вместе с некоторыми фундаментальными эффектами¹³ может быть использована для борьбы с первым недостатком, а также предоставляет много вариантов для подстройки параметров, что в значительной степени нивелирует второй недостаток. Далее, накопленный опыт человечества в области изготовления интегральных схем позволит упростить переход к производству реальных устройств, что является очевидным преимуществом в сравнении с другими типами кубитов. Таким образом, скорее всего именно джозефсоновские кубиты и будут применены в первом квантовом компьютере, и именно их следует изучать.

Важно отметить, что сверхпроводящие кубиты могут применяться не только для непосредственного использования в квантовом компьютере, так как по сути являются рукотворными атомами. Они могут быть пригодны для создания метаматериалов,¹⁴ проведения высокоточных измерений полей,¹⁵ использоваться в качестве активной среды,¹⁶ для квантовой криптографии и телепортации¹⁷ и т.п.

Часть I

Теоретические сведения

Данный раздел содержит теоретическое описание явлений, наблюдаемых в экспериментальной части работы. Далее будут кратко рассмотрена теория сверхпроводимости, эффект Джозефсона, затем произведено рассмотрение теории изолированного Flux-кубита, теории его взаимодействия с окружающей средой и, наконец, вопросы измерения и контроля.

1 Явление сверхпроводимости

Сверхпроводимость - это сложное коллективное явление, свойство некоторых материалов обладать строго нулевым электрическим сопротивлением при достижении ими температуры ниже определенного значения. В настоящий момент доминирующей теорией сверхпроводимости является теория БКШ,¹⁸ согласно которой электроны в сверхпроводнике при переходе через критическую температуру объединяются в так называемые куперовские пары и претерпевают бозе-конденсацию. Спаривание электронов происходит в результате взаимодействия через фононы, приводящего к эффективному притяжению между ними и образованию связанного состояния на уровне Ферми, отделенного от уровней квазичастичных возбуждений энергетической щелью. Полное описание данного эффекта в рамках микроскопической теории невозможно в данной работе, поэтому мы будем далее пользоваться феноменологической теорией Гинзбурга-Ландау.¹⁹ Сверхпроводящее состояние в рамках этой теории может быть описано параметром порядка или, иначе, модулем так называемой "макроскопической волновой функции куперовских пар":

$$\Psi(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{n_s}{2}} e^{i\theta(\mathbf{r})}, \quad (1.1)$$

где n_s - концентрация сверхпроводящих электронов в сверхпроводнике. Важно подчеркнуть, что она не является настоящей волновой функцией, но тем не менее позволяет получить практически важные результаты. Мы далее считаем, что в изолированном невозмущенном полями сверхпроводнике и модуль, и фаза волновой функции (1.1) постоянны.

Из минимизации функционала Гинзбурга-Ландау и одного из уравнений Максвелла можно получить следующее уравнение для сверхпроводящего тока куперовских пар в зависимости от приложенного поля, являющееся обобщением уравнения Лондонов:

$$\mathbf{j}_s = -\frac{i\hbar e}{2m_e}(\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*) - \frac{2e^2}{m_e} \mathbf{A} |\Psi|^2. \quad (1.2)$$

Подставляя сюда $\Psi(\mathbf{r})$ из определения (1.1), получим:

$$\mathbf{j}_s = \frac{1}{\Lambda} \left(\frac{\Phi_0}{2\pi} \nabla \theta(\mathbf{r}) - \mathbf{A} \right), \quad (1.3)$$

где $\Lambda = \frac{m_e}{n_s e^2}$, $\Phi_0 = \frac{h}{2e}$. Вторая константа, как будет показано далее, является *квантом магнитного потока*, и имеет важное значение в данной работе.

2 Эффект Джозефсона

2.1 Уравнения Джозефсона

Эффект Джозефсона²⁰ - это эффект установления одной макроскопической фазы в двух сверхпроводниках, соединенных через так называемую "слабую связь". Слабые связи многообразны: это

могут быть тонкие слои диэлектрика, сужения, точечные контакты, прослойки из металла в нормальном состоянии или из ферромагнетика. В случае, если фазы не равны, то через слабую связь будет течь бездиссипативный ток, и будет выполнено некоторое *фаза-токовое соотношение* между током и скачком фазы на переходе. Часто, хотя и не всегда,²¹ оно оказывается синусоидальным:

$$I_s = I_c \sin(\theta_2 - \theta_1) = I_c \sin \varphi. \quad (2.1)$$

Из этой формулы видно, что сверхпроводящий ток I_s не может превысить некоторого значения I_c . Это так называемый *критический ток* джозефсоновского перехода, при превышении которого бездиссипативность нарушается, и на переходе устанавливается напряжение V . В этом случае выполнено второе уравнение Джозефсона:

$$\hbar \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 2eV, \quad (2.2)$$

и наблюдаются осцилляции разности фаз между сверхпроводниками. Величина критического тока рассчитывается из микроскопической теории, например, для перехода SIS верна формула Амбегаокара-Баратова:

$$I_c = \frac{\pi \Delta(T)}{2eR_n} \text{th} \left(\frac{\Delta(T)}{2k_b T} \right). \quad (2.3)$$

2.2 RCSJ-модель

Для упрощения описания динамики джозефсоновского контакта применяется модель RCSJ (Resistively and Capacitively Shunted Junction), работающая для маленьких переходов со слоем изолятора, когда изменения фазы на размере контакта пренебрежимо малы и присутствует ненулевая геометрическая емкость.

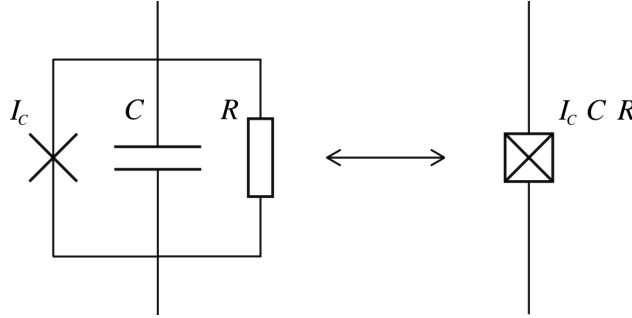


Рис. 1: Схема RCSJ в виде параллельного соединения идеального джозефсоновского перехода с конденсатором и резистором

Принципиальная схема изображена на Рис. 1. В случае, когда ток через систему не превышает критического I_c , резистор на схеме может быть опущен. В силу параллельности соединения выполнено также соотношение $\frac{\hbar}{2e} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = U_C$ между напряжениями на переходе и на конденсаторе, которое устанавливает аналогию между неидеальным переходом и колебательным контуром с нелинейной индуктивностью.

В рамках RCSJ-модели энергия перехода состоит из энергии, запасенной в нелинейной индуктив-

ности идеального перехода, и энергии конденсатора:

$$E = E_{ind} + E_{cap} \quad (2.4)$$

$$E_{ind} = \int I_J V_J dt = I_c \frac{\hbar}{2e} \int_0^T \sin(\phi(t)) \frac{d\phi(t)}{dt} dt \quad (2.5)$$

$$= E_J \int_0^\varphi \sin \phi d\phi = E_J [1 - \cos \varphi]$$

$$E_{cap} = \frac{1}{2} C U_C^2 = \frac{1}{2} C \left(\frac{\Phi_0}{2\pi} \right)^2 \dot{\varphi}^2 = E_C \dot{\varphi}^2. \quad (2.6)$$

2.3 Фазо-потокное соотношение

Рассмотрим замкнутый сверхпроводящее кольцо конечной толщины, быть может прерванный конечным числом джозефсоновских переходов $\{J_1 \dots J_n\}$. Рассмотрим применительно к данному случаю уравнение (1.3). Проведем контур C внутри кольца так, чтобы он нигде не приближался к стенкам на расстояние, меньшее глубины проникновения магнитного поля (Рис. 2). Тогда сверхток на всей его длине будет равен нулю, и, проинтегрировав по нему (1.3), мы получим следующее равенство:

$$\oint_C \mathbf{A} d\mathbf{l} = \frac{\Phi_0}{2\pi} \oint_C \nabla \theta d\mathbf{l}.$$

Руководствуясь Рис. 2, соображениями однозначности волновой функции (1.1) и теоремой Стокса для $\text{rot } \mathbf{A}$, можем написать:

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{\Phi_0}{2\pi} \left(\sum_n \varphi_n + 2\pi k \right) \\ \sum_n \varphi_n &= 2\pi \left(\frac{\Phi}{\Phi_0} - k \right), \quad k \in \mathbb{Z}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Таким образом, мы получили фазо-потокное соотношение. Видно, что в случае отсутствия в кольце джозефсоновских переходов полученное уравнение (2.7) описет равенство магнитного потока Φ , проходящего через сверхпроводящее кольцо, целому числу k квантов потока Φ_0 , обосновывая определение этой константы в (1.3).

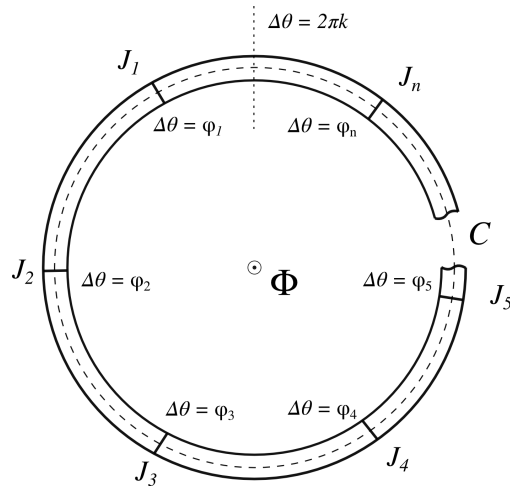


Рис. 2: К выводу фазо-потокного соотношения. Здесь обозначены скачки фаз на джозефсоновских контактах и разрешенное накопление фазы при полном обходе вокруг кольца

3 Теория изолированного Flux-кубита

Под изолированным

Часть II

Экспериментальная часть

Часть III

Результаты

Часть IV

Заключение

Список литературы

- ¹ Lloyd S. A potentially realizable quantum computer. // Science (New York, N.Y.). — 1993. — Vol. 261. — P. 1569–1571.
- ² DiVincenzo D. P. Quantum Computation // Science. — 1995. — Vol. 270, no. 5234. — P. 255–261. — URL: <http://www.sciencemag.org/content/270/5234/255.abstract>.
- ³ DiVincenzo D.P. Prospects for quantum computing. — 2000. — P. 12–15.
- ⁴ Spiller T. P. Quantum information processing: cryptography, computation, and teleportation // Proceedings of the IEEE. — 1996. — Vol. 84.
- ⁵ Milburn G J. Photons as qubits // Physica Scripta. — 2009. — Vol. 2009, no. T137. — P. 14003. — URL: <http://stacks.iop.org/1402-4896/2009/i=T137/a=014003>.
- ⁶ Cirac J. I., Zoller P. Quantum computations with cold trapped ions // Physical review letters. — 1995. — Vol. 74, no. 20. — P. 4091.
- ⁷ Kane B. E. A silicon-based nuclear spin quantum computer // Nature. — 1998. — Vol. 393. — P. 133–137.
- ⁸ Rempe G. Cavity QED with single atomic and photonic qubits // Conference on Quantum Electronics and Laser Science (QELS) - Technical Digest Series. — 2008.
- ⁹ Devoret M. H., Martinis J. M. Implementing qubits with superconducting integrated circuits // Experimental Aspects of Quantum Computing. — 2005. — P. 163–203.
- ¹⁰ Devoret M. H. Quantum fluctuations in electrical circuits // Les Houches, Session LXIII. — 1995. — URL: http://www.physique.usherb.ca/tremblay/cours/PHY-731/Quantum_circuit_theory-1.pdf.
- ¹¹ Clarke J., Wilhelm F. K. Superconducting quantum bits. // Nature. — 2008. — Vol. 453, no. 7198. — P. 1031–42. — URL: <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/18563154>.
- ¹² Superconducting persistent-current qubit / T. Orlando, J. Mooij, Lin Tian et al. // Physical Review B. — 1999. — Vol. 60, no. 22. — P. 15398–15413. — URL: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.60.15398>.

- ¹³ Charge insensitive qubit design derived from the Cooper pair box / J. Koch, T. M. Yu, J. Gambetta et al. — 2007. — P. 21. — 0703002.
- ¹⁴ Implementation of a quantum metamaterial using superconducting qubits. / P. Macha, G. Oelsner, J.-M. Reiner et al. // Nature communications. — 2014. — Vol. 5. — P. 5146. — URL: <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/25312205>.
- ¹⁵ Clarke J., Braginski A. I. The SQUID Handbook. — 2006. — Vol. 2. — P. 1–634. — ISBN: 9783527404087.
- ¹⁶ Resonance Fluorescence of a Single Artificial Atom / O. Astafiev, A. M. Zagoskin, A. A. Abdumalikov et al. // Science. — 2010. — Vol. 327, no. 5967. — P. 840–843.
- ¹⁷ Xia K., Vanner M. R., Twamley J. An opto-magneto-mechanical quantum interface between distant superconducting qubits. // Scientific reports. — 2014. — Vol. 4. — P. 5571. — arXiv:1407.2324v1.
- ¹⁸ Schrieffer J. R., Tinkham M. Superconductivity // Reviews Of Modern Physics. — 1999. — Vol. 71. — P. S313–S317.
- ¹⁹ Ginzburg V.L., Landau L.D. On the theory of superconductivity // Zh. Eksp. Teor. Fiz. 20, 1064. — 1950.
- ²⁰ Josephson B. Coupled Superconductors // Rev. Mod. Phys. — 1964. — Vol. 36. — P. 216–220.
- ²¹ Golubov A. A., Kupriyanov M. Y., Il'Ichev E. The current-phase relation in Josephson junctions // Reviews of Modern Physics. — 2004. — Vol. 76. — P. 411–469.