**Lemma 9.1** Pro neprázdné, konečné  $\Sigma$  je množina  $2^{\Sigma^*}$  nespočetná.

 $D\mathring{u}kaz$ .  $D\mathring{u}kaz$  provedeme tzv. diagonalizací (poprvé použitou Cantorem při důkazu rozdílné mohutnosti  $\mathbb{N}$  a  $\mathbb{R}$ ).

- Předpokládejme, že  $2^{\Sigma^*}$  je spočetná. Pak dle definice spočetnosti existuje bijekce  $f: \mathbb{N} \longleftrightarrow 2^{\Sigma^*}$ .
- Uspořádejme  $\Sigma^*$  do nějaké posloupnosti  $w_1, w_2, w_3, ...$ , např.  $\varepsilon, x, y, xx, xy, yx, yy, xxx, ...$  pro  $\Sigma = \{x, y\}$ . Nyní můžeme f zobrazit nekonečnou maticí:

- Uvažujme jazyk  $\overline{L} = \{w_i \mid a_{ii} = 0\}$ .  $\overline{L}$  se liší od každého jazyka  $L_i = f(i)$ ,  $i \in \mathbb{N}$ :
  - je-li  $a_{ii} = 0$ , pak  $w_i$  patří do jazyka,
  - je-li  $a_{ii} = 1$ , pak  $w_i$  nepatří do jazyka.
- Současně ale  $\overline{L} \in 2^{\Sigma^*}$ , f tudíž není surjektivní, což je spor.