

# Vypracované otázky k MSZ pro rok 2022

Specializace NNET

# Specializace Počítačové sítě – NNET

- 1. Architektura superskalárních procesorů a algoritmy zpracování instrukcí mimo pořadí, predikce skoků.
- 2. Paměťová konzistence a předbíhání operací čtení a zápisu, podpora virtuálního adresového prostoru.
- 3. Datový paralelismus SIMD, HW implementace a SW podpora.
- 4. Architektury se sdílenou pamětí UMA a NUMA, zajištění lokality dat.
- 5. Problém koherence pamětí cache na systémech se sdílenou pamětí, protokol MSI.
- 6. Paralelní zpracování v OpenMP: Smyčky, sekce a tasky a synchronizační prostředky.
- 7. Pravděpodobnost, podmíněná pravděpodobnost, nezávislost.
- 8. Náhodná proměnná, typy náhodné proměnná, funkční a číselné charakteristiky, významná rozdělení pravděpodobnosti.
- 9. Bodové a intervalové odhady parametrů, testování hypotéz o parametrech.
- 10. Vícevýběrové testy, testy o rozdělení, testy dobré shody.
- 11. Regresní analýza.
- 12. Markovské řetězce a základní techniky pro jejich analýzu.
- 13. Randomizované algoritmy (Monte Carlo a Las Vegas algoritmy).
- 14. Problém generalizace strojového učení a přístup k jeho řešení (trénovací, validační a testovací sada, regularizace, předtrénování, multi-task learning, augmentace dat, dropout, ...)
- 15. Generativní modely a diskriminativní přístup ke klasifikaci (gaussovský klasifikátor, logistická regrese, ...)
- 16. Neuronové sítě a jejich trénování (metoda gradientního sestupu, účelová (loss) funkce, výpočetní graf, aktivační funkce, zápis pomocí maticového násobení, ...)
- 17. Neuronové sítě pro strukturovaná data (konvoluční a rekurentní sítě, motivace, základní vlastnosti, použití)
- 18. Prohledávání stavového prostoru (informované a neinformované metody, lokální prohledávání, prohledávání v nejistém prostředí, hraní her, CSP úlohy)
- 19. Klasifikace formálních jazyků (Chomského hierarchie), vlastnosti formálních jazyků a jejich rozhodnutelnost.
- 20. Konečné automaty (jazyky přijímané KA, varianty KA, minimalizace KA, Mihill-Nerodova věta).
- 21. Regulární množiny, regulární výrazy a rovnice nad regulárními výrazy.
- 22. Zásobníkové automaty (jazyky přijímané ZA, varianty ZA).
- 23. Turingovy stroje (jazyky přijímané TS, varianty TS, lineárně omezené automaty, vyčíslitelné funkce).
- 24. Nerozhodnutelnost (problém zastavení TS, princip diagonalizace a redukce, Postův korespondenční problém).
- 25. Časová a paměťová složitost (třídy složitosti, úplnost, SAT problém).
- 26. Postrelační a rozšířené relační databáze (objektový a objektově relační databázový model struktura a operace; podpora práce s XML a JSON dokumenty v databázích).
- 27. NoSQL databáze (porovnání relačních a NoSQL; CAP věta a ACID/BASE principy; typy NoSQL databází; dotazování v NoSQL databázích; agregace dat pomocí Map-Reduce a agregační pipeline).
- 28. Získávání znalostí z dat (pojem znalost; typické zdroje dat; základní úlohy získávání znalostí; analytické projekty a proces získávání znalostí z dat).

- 29. Porozumění datům (důvod a cíl; popisné charakteristiky dat a vizualizační techniky; korelační analýza).
- 30. Prostorové DB (problematika mapování prostoru, ukládání, indexace; využití).
- 31. Indexace (nejen) v prostorových DB (kD-Tree a Grid File (a jejich varianty), R-Tree).
- 32. Lambda kalkul (definice všech pojmů, operací...).
- 33. Práce v lambda kalkulu (demonstrace reprezentace čísel a pravdivostních hodnot a operací nad nimi).
- 34. Haskell lazy evaluation (typy v jazyce včetně akcí, uživatelské typy, význam typových tříd, demonstrace lazy evaluation).
- 35. Prolog způsob vyhodnocení (základní princip, unifikace, chování vestavěných predikátů, operátor řezu vhodné a nevhodné užití).
- 36. Prolog změna DB/programu za běhu (demonstrace na prohledávání stavového prostoru, práce se seznamy).
- 37. Model PRAM, suma prefixů a její aplikace.
- 38. Distribuované a paralelní algoritmy algoritmy nad seznamy, stromy a grafy.
- 39. Interakce mezi procesy a typické problémy paralelismu (synchronizační a komunikační mechanismy).
- 40. Distribuované a paralelní algoritmy předávání zpráv a knihovny pro paralelní zpracování (MPI).
- 41. Distribuovaný broadcast, synchronizace v distribuovaných systémech.
- 42. Klasifikace a vlastnosti paralelních a distribuovaných architektur, základní typy jejich topologií.
- 43. Distribuované a paralelní algoritmy algoritmy řazení, select, algoritmy vyhledávání.
- 44. Bezdrátové lokální sítě (Wifi, Bluetooth).
- 45. Hledání minimální kostry obyčejného grafu (pojmy, stromy a kostry, Kruskalův algoritmus, Primův algoritmus).
- 46. Hledání nejkratších cest ze zdrojového uzlu do všech ostatních uzlů grafu (Bellman-Fordův algoritmus, Dijkstrův algoritmus).
- 47. Klasifikace algoritmů volby koordinátora, algoritmus Bully a jeho složitost.
- 48. Podmínky konsistentního globálního stavu distribuovaného systému.
- 49. Principy distribuovaného zpracování MapReduce, průběh a jednotlivé operace distribuovaného výpočtu pomocí MapReduce, jeho implementace v Apache Hadoop a Apache Spark.
- 50. Symetrická kryptografie. Vlastnosti, vlastnosti bezpečného algoritmu, délka klíče, útok silou, příklady symetrických algoritmů, Feistelovy šifry, DES, režimy činnosti, proudové šifry.
- 51. Asymetrická kryptografie, vlastnosti, způsoby použití, poskytované bezpečnostní funkce, elektronický podpis a jeho vlastnosti, hybridní kryptografie, algoritmus RSA, generování klíčů, šifrování, dešifrování.
- 52. Hašovací funkce, klíčovaný haš a MAC a jejich použití a vlastnosti.
- 53. Správa klíčů v asymetrické kryptografii (certifikáty X.509).
- 54. Základní architektury přepínačů, algoritmy pro plánování, řešení blokování, vícestupňové přepínací sítě.
- 55. Základní funkce směrovače, zpracování paketů ve směrovači, typy přepínání a architektur.
- 56. Metody pro výpočet směrování v sítích (Bellman-Ford, Dijkstra, Path vector, DUAL).
- 57. Řízení toku dat (flow-control) a prevence zahlcení (congestion-control) na transportní vrstvě (MP-TCP, QUIC, SCTP, DCCP).
- 58. Metody detekce síťových incidentů (signatury, statistické metody) a nástroje (IDS/IPS).
- 59. Sítě Peer-to-Peer: vlastnosti, chování, způsoby směrování. Strukturované a nestrukturované sítě.

- 60. Události v JavaScriptu (smyčka událostí, asynchronní programování, klientské události, obsluha událostí)
- 61. Přenos a distribuce webových dat (URI, protokol HTTP, proudy HTTP, CDN, XHR)
- 62. Bezpečnost webových aplikací (SOP, XSS, CSRF, bezpečnostní hlavičky HTTP)

# Obsah

| 1 | Bez   | drátové lokální sítě (Wifi, Bluetooth).                                     | 5              |
|---|---|---|----------------|
|   | 1.1   | Metadata  | 5              |
|   | 1.2   | Úvod a kontext  | 5              |
| 2 | Hled  | lání minimální kostry obyčejného grafu (pojmy, stromy a kostry, Kruskalův   |                |
|   |   | ritmus, Primův algoritmus).   | 6              |
|   | 2.1   | Metadata  | 6              |
|   | 2.2   | Úvod a kontext  | 6              |
|   | 2.3   | Generický algoritmus  | 8              |
|   | 2.4   | Kruskalův algoritmus  | 10             |
|   | 2.5   | Primův-Jarníkův algoritmus  | 13             |
| 3 | Hledání nejkratších cest ze zdrojového uzlu do všech ostatních uzlů grafu (Bellman- |   |                |
|   |   | lův algoritmus, Dijkstrův algoritmus).                                      | 16             |
|   | 3.1   | Metadata  | 16             |
|   | 3.2   | Úvod a kontext  | 16             |
|   | 3.3   | Pomocné funkce  | $17^{-3}$      |
|   | 3.4   | Bellman-Fordův algoritmus   | 18             |
|   | 3.5   | Dijkstrův algoritmus  | 21             |
| 4 | Klasifikace algoritmů volby koordinátora, algoritmus Bully a jeho složitost.        |   |                |
|   | 4.1   | Metadata  | $\frac{1}{25}$ |
|   | 4.2   | Úvod a kontext  | 25             |
|   | 4.3   | Problém volby koordinátora  | 25             |
|   | 4.4   | Bully algoritmus  | 26             |
|   | 4.5   | Ring Algoritmus   | 27             |
|   | 4.6   | Algoritmus pro obecnou topologii  | 28             |
|   | 4.0   | Algorithus pro obechou topologii  | 20             |
| 5 | Podmínky konsistentního globálního stavu distribuovaného systému.                   |   | 31             |
|   | 5.1   | Úvod a kontext  | 31             |
|   | 5.2   | Model komunikace  | 32             |
|   | 5.3   | Konzistentní globální stav  | 32             |
| 6 | Prin  | cipy distribuovaného zpracování MapReduce, průběh a jednotlivé operace dis- |                |
|   | $\operatorname{trib}_{i}$   | uovaného výpočtu pomocí MapReduce, jeho implementace v Apache Hadoop        |                |
|   | a Aj  | pache Spark.  | 35             |
|   | 6.1   | Metadata  | 35             |
|   | 6.2   | Úvod a kontext  | 35             |

# Bezdrátové lokální sítě (Wifi, Bluetooth).

# 1.1 Metadata

- Předmět: Bezdrátové a mobilní sítě (BMS)
- Přednáška:
  - [[todo]]
- Záznam:
  - [[todo]]

# 1.2 Úvod a kontext

[[todo]]

# Hledání minimální kostry obyčejného grafu (pojmy, stromy a kostry, Kruskalův algoritmus, Primův algoritmus).

# 2.1 Metadata

- Předmět: Grafové algoritmy (GAL)
- Přednáška:
  - 5) Stromy, minimální kostry, Jarníkův a Borůvkův algoritmus.
  - 6) Růst minimální kostry, algoritmy Kruskala a Prima.
- Záznam:
  - 2020-10-22
  - -2020-10-29

# 2.2 Úvod a kontext

**Orientovaný graf** Orientovaný graf je dvojice G = (V, E), kde V je konečná množina uzlů a  $E \subseteq V \times V$  je množina hran.

Neorientovaný graf Neorientovaný graf je dvojice G=(V,E), kde V je konečná množina uzlů a  $E\subseteq \binom{V}{2}$  je množina hran. (Hrana je tedy dvouprvková množina, avšak běžně se držíme stejného značení jako u orientovaných grafů a používáme dvojici.)

**Ohodnocený graf** Ohodnocený graf je takový graf, jehož každá hrana má přiřazenou nějakou hodnotu, typicky definovanou pomocí váhové funkce  $w: E \mapsto \mathbb{R}$ .

**Podgraf** Graf G' = (V', E') je podgraf grafu G = (V, E) jestliže  $V' \subseteq V$  a  $E' \subseteq E$ .

**Sled** Posloupnost uzlů  $\langle v_0, v_1, \dots, v_k \rangle$ , kde  $(v_{i-1}, v_i) \in E$  pro  $i = 1, \dots, k$  se nazývá sled délky  $k \neq v_0$  do  $v_k$ .

**Uzavřený sled** Sled  $\langle v_0, v_1, \dots, v_k \rangle$  se nazývá uzavřený, pokud existuje hrana  $(v_0, v_k)$ .

**Dosažitelnost** Pokud existuje sled s z uzlu u do uzlu v, říkáme, že v je dosažitelný z u sledem s, značeno  $u \stackrel{s}{\Rightarrow} v$ .

**Tah** Tah je sled ve kterém se neopakují hrany.

Cesta je sled ve kterém se neopakují uzly.

**Souvislý graf** Neorientovaný graf se nazývá souvislý, pokud mezi libovolnými dvěma uzly existuje cesta.

Kružnice Uzavřená cesta se nazývá kružnice.

Cyklus Orientovaná kružnice se nazývá cyklus (první a poslední uzel je shodný).

Prostý graf Orientovaný graf bez cyklů se nazývá prostý.

Acyklický graf Graf je bez cyklů, resp. kružnic, se nazývá acyklický.

**Strom** Graf, který je souvislý a acyklický, se nazývá strom.

**Kostra** Strom, který tvoří podgraf souvislého grafu na množině všech jeho vrcholů, se nazývá kostra (*spanning tree*).

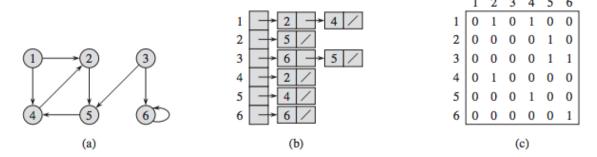
**Minimální kostra** Necht' G=(V,E) je souvislý neorientovaný graf s váhovou funkcí  $w:E\mapsto\mathbb{R}$ . Minimální kostra (MST, minimum spanning tree) je strom G'=(V,E'), kde  $E'\subseteq E$  a

$$w(E') = \sum_{(u,v)\in T} w(u,v)$$

je minimální ze všech možných alternativních koster.

**Seznam sousedů** Seznam sousedů (Adj, adjacency list) je reprezentace grafu v paměti. Jde o preferovanou variantu pro řídké grafy – kde  $m << n^2$ . Pro každý uzel máme definovaný seznam jeho sousedů.

Matice sousednosti (adjacency matrix) je reprezentace grafu v paměti. Jde o preferovanou variantu pro husté grafy – kde m je skoro  $n^2$ .



Obrázek 2.1: Příklad reprezentace grafu pomocí seznamu sousedů a matice sousednosti.

# 2.3 Generický algoritmus

Hledání minimální kostry je problém, který lze řešit algoritmy, které spadají do kategorie tzv. hladových (greedy) deterministických algoritmů. Spočívají v tom, že průběžně odhadují kostru přidáváním dalších hran a nikdy se nemusejí vracet (neprovádí se backtracking). Generický algoritmus tvoří jakousi základní kostru pro další, už konkrétní, algoritmy.

**Řez** Nechť G = (V, E) je graf. Řez grafu G je dvojice (S, V - S), kde  $\emptyset \subseteq S \subseteq V$ .

**Křížení** Hrana  $(u, v) \in E$  kříží řez (S, V - S), pokud jeden její konec je v S a druhý v V - S.

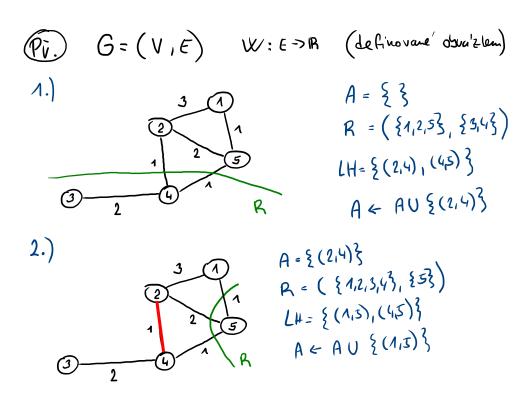
**Respektování** Nechť  $A\subseteq E$  je množina hran. Řez (S,V-S) respektuje množinu hran A, pokud žádná hrana v A nekříží řez (S,V-S).

**Lehkost** Nechť (S, V - S) je řez a B je množina hran, která ho kříží. Hrana z množiny B s nejmenší hodnotou se nazývá lehká.

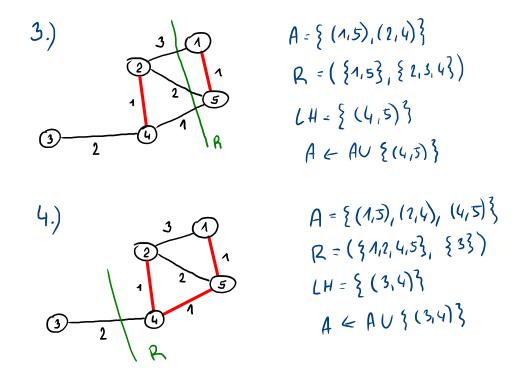
**Bezpečnost** Necht' G=(V,E) je souvislý neorientovaný graf s reálnou váhovou funkcí w. Necht'  $A\subseteq E$  je součástí nějaké minimální kostry G. Necht' (S,V-S) je řez, který respektuje A. Necht' (u,v) je lehká hrana křížící (S,V-S). Pak hrana (u,v) je bezpečná pro A.

```
1
   def generic_mst(G):
2
      # G je graf
3
      A = {}# A je mnozina hran rozpracovane minimalni kostry
       while netvori kostru(A, G):
4
5
          for hrana in G.E:
6
              if je_bezpecna(A, hrana):
7
                  A += {hrana}
8
      return A
```

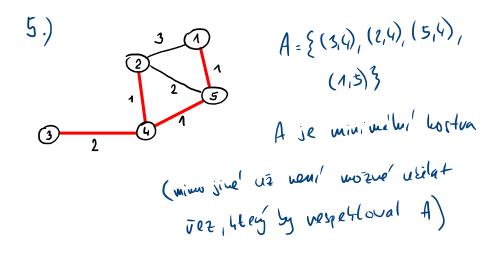
Výpis 2.1: Generický algoritmus. Před každou iterací algoritmu je množina A podmnožinou nějaké minimální kostry. Hrana  $(u, v) \in E$  je bezpečná pro A, pokud  $A \cup \{(u, v)\}$  je podmnožinou nějaké minimální kostry.



Obrázek 2.2: Příklad, část 1.



Obrázek 2.3: Příklad, část 2.



Obrázek 2.4: Příklad, část 3.

# 2.4 Kruskalův algoritmus

Kruskalův a Primův algoritmus se liší v tom, jakým způsobem vybírají bezpečnou hranu. Kruskalův algoritmus nahlíží na A jako na les a hledá hranu s nejmenším ohodnocením, která spojuje stromy v lese. Na konci je A jeden strom.

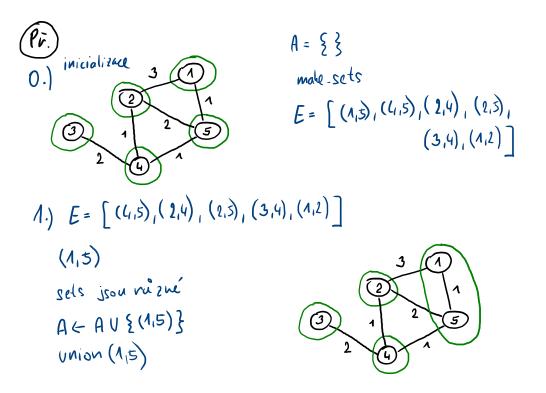
```
def kruskal_mst(G):
1
2
       # G je graf
3
       # inicializace, kazdy uzel je ve sve mnozine
4
5
       A = {}# A je mnozina hran rozpracovane minimalni kostry
6
       for v in G.V:
7
           make_set(v)
8
       # seradit vzestupne podle w
9
10
       E = sort(G.E, G.w)
11
12
       for (u, v) in E:
13
           if find set(u) != find set(v):
14
               A += \{(u, v)\}
               union(u, v)
15
16
17
       return A
```

Výpis 2.2: Kruskalův algoritmus. Funkce  $\mathtt{make\_set(v)}$  vytvoří množinu obsahující v,  $\mathtt{find\_set(v)}$  vrátí reprezentanta množiny ve které se nachází v,  $\mathtt{union(u, v)}$  sjednotí  $\mathtt{dve}$  množiny obsahující u a v.

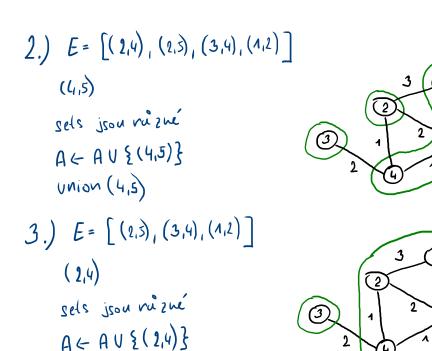
# Složitost

- Řádek 5 O(1)
- Řádek 6-7 n-krát složitost  $make\_set$  (n je počet uzlů).
- Řádek  $10 O(m \cdot \log(m))$  (m je počet hran).
- Řádky 12-15 Závisí na implementaci find\_set a union.
  - Při implementaci seznamem s heuristickou celkem:  $O(m + n \cdot \log(n))$ .
  - Při stromové implementaci s váhami a zkratkami celkem:  $O((m+n) \cdot \alpha(n))$ . Kde  $\alpha$  je velmi pomalu rostoucí funkce  $(\alpha \leq 4)$ .
- Pro souvislý graf platí m > n. Proto množinové operace stojí  $O(m \cdot \alpha(n))$ . Jelikož  $\alpha(n) = O(\log(n)) = O(\log(m))$ , tak celková složitost je  $O(m \cdot \log(m))$ .
- Dále platí  $m < n^2$ , pak  $\log(m) = O(\log(n))$ , proto celkem:  $O(m \cdot \log(n))$ .

# Příklad

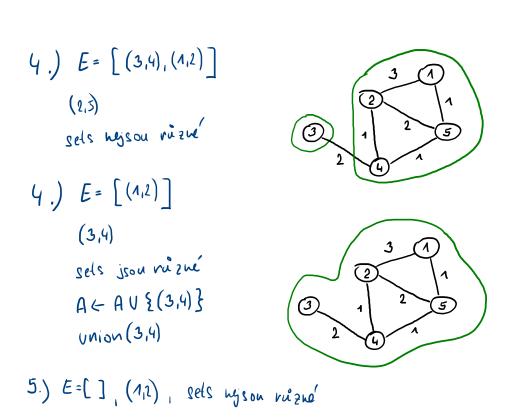


Obrázek 2.5: Příklad, část 1.



union (2,4)

Obrázek 2.6: Příklad, část 2.



Obrázek 2.7: Příklad, část 3.

# 2.5 Primův-Jarníkův algoritmus

Primův algoritmus buduje tzv. A strom. Má zadaný určitý uzel, ze kterého hledá nejbližší další uzel, který by připojil. A pak další a další.

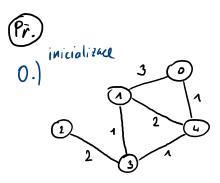
```
def prim mst(G, r):
 1
 2
       # G je graf
 3
       # r je vychozi uzel
 4
       for u in G.V:
 5
 6
           key[u] = INF # pole cen prechodu, kolik stoji prechod do vrcholu na indexu
 7
           pi[u] = NULL # pole predchudcu, kdo je predchudce vrcholu na indexu
 8
 9
       key[r] = 0
10
       Q = Queue(G.V) # prioritni fronta uzlu
11
12
       while not Q.empty():
           u = Q.extract_min(key) # vrati prvek z Q s nejmensi hodnotou v key
13
14
           # pro vsechny sousedy uzlu u (Adj je seznam sousedu)
15
16
           for v in Adj[u]:
17
               # pokud je levnejsi cesta a jeste to neni prozkoumany uzel
18
               if v in Q and w(u, v) < key(v):
19
                  pi[v] = u
20
                  key[v] = w(u, v)
21
                  Q.decrease key(key) # aktualizace prioritni fronty
22
23
       return pi
```

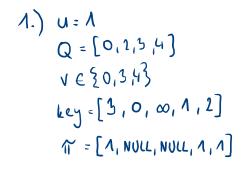
Výpis 2.3: Primův algoritmus.

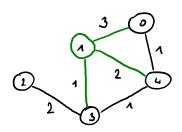
# Složitost

- Řádky 5-10 O(n) za použití binární haldy (n je počet uzlů).
- Řádky 12-13 While cyklus se provede n-krát a protože  $extract\_min$  stojí  $O(\log(n))$ , tak je celková složitost  $O(n \cdot \log(n))$ .
- Řádek 16 For cyklus se provede O(m) krát, protože dálka všech seznamů sousedů je dohromady 2m (m je počet hran).
- Řádek 18-20 O(1).
- Řádek  $21 O(\log(n))$ .
- Jelikož m > n, tak celkem  $O(n \cdot \log(n) + m \cdot \log(n)) = O(m \cdot \log(n))$ .

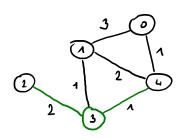
Příklad

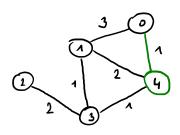




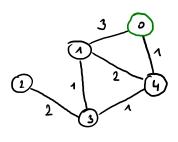


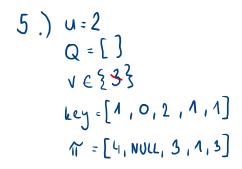
Obrázek 2.8: Příklad, část 1.

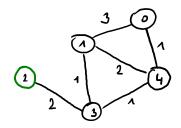




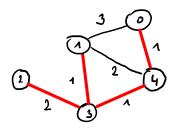
Obrázek 2.9: Příklad, část 2.







Obrázek 2.10: Příklad, část 3.



Obrázek 2.11: Příklad, část 4.

Hledání nejkratších cest ze zdrojového uzlu do všech ostatních uzlů grafu (Bellman-Fordův algoritmus, Dijkstrův algoritmus).

# 3.1 Metadata

- Předmět: Grafové algoritmy (GAL)
- Přednáška:
  - 7) Nejkratší cesty z jednoho vrcholu, Bellman-Fordův algoritmus, nejkratší cesta z jednoho vrcholu v orientovaných acyklických grafech.
  - 8) Dijkstrův algoritmus. Nejkratší cesty ze všech vrcholů.
- Záznam:
  - -2020-11-05

# 3.2 Úvod a kontext

Viz. "Úvod a kontext" v předchozí otázce.

**Cena cesty** Nechť G=(V,E) je ohodnocený graf s váhovou funkcí  $w:E\mapsto\mathbb{R}$ . Cena cesty  $p=\langle v_o,v_1,\ldots,v_k\rangle$  je suma

$$w(p) = \sum_{i=0}^{k} w(v_i, v_{i+1})$$

Cena nejkratší cesty z u do v je

$$\delta(u, v) = \begin{cases} \min(\{w(p) : u \stackrel{p}{\Rightarrow} v\}) \\ \infty \text{ pokud cesta neexistuje} \end{cases}$$

.

**Nejkratší cesta** Nejkratší cesta z u do v je pak libovolná cesta p taková, že  $w(p) = \delta(u, v)$ .

Cena cesty se záporným cyklem Pokud na cestě z u do v existuje záporný cyklus (cyklus jehož celková cena je záporná), pak  $\delta(u,v) = -\infty$ .

**Záporné ohodnocení hran** Pokud na cestě z u do v neexistuje záporný cyklus, tak algoritmy pracují dobře i se záporným ohodnocením hran.

Reprezentace cesty Cestu reprezentujeme pomocí pole předchůdců  $\pi$ .

Hledání nejkratších cest ze všech uzlů do jednoho Tento problém lze řešit stejnými algoritmy. Graf se transponuje (převrácení orientace hran), provede se algoritmus pro problém "hledání nejkratších cest ze jednoho uzlu do všech ostatních uzlů" a poté se transponuje zpět.

Reprezentace nejkratší cesty Nejkratší cestu grafu G=(V,E) reprezentujeme pomocí pole předchůdců  $\pi$ , kde  $\pi[v]$  označuje předchůdce uzlu  $v\in V$  na nejkratší cestě. Podgraf předchůdců pak je  $G_{\pi}=(V_{\pi},E_{\pi}),\,V_{\pi}=\{v\in V:\pi[v]\neq \text{NULL}\}\cup\{s\},\,E_{\pi}=\{(\pi[v],v)\in E:v\in V_{\pi}-\{s\}.$  V okamžiku dokončení algoritmu výpočtu nejkratších cest je  $G_{\pi}$  strom nejkratších cest. Tj. kořenový strom obsahující nejkratší cesty ze zdroje s do všech ostatních uzlů.

### 3.3 Pomocné funkce

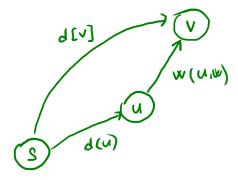
Představené algoritmy pracují z důvodu efektivity se sledy a nikoliv s cestami (bylo by nutné stále kontrolovat, zda nebyla porušena podmínka cesty), ačkoliv je problém nazývá hledání nejkratší cesty.

```
1 def initialize_single_source(G, s):
2  # G je graf
3  # s je vychozi uzel
4  for v in G.V:
5     d[v] = INF # d je pole vzdalenosti
6     pi[v] = NULL # pi je pole predchudcu
7  d[s] = 0
```

Výpis 3.1: Pomocná inicializační funkce. Složitost je  $\Theta(n)$ , kde n je počet uzlů.

```
1 def relax(u, v, w):
2     # u a v jsou uzly grafu
3     # w je vahova funkce
4     if d[v] > d[u] + w(u, v):
5          d[v] = d[u] + w(u, v)
6     pi[v] = u
```

Výpis 3.2: Pomocná funkce relax. Složitost je O(1).



Obrázek 3.1: Ukázka činnosti funkce relax.

# 3.4 Bellman-Fordův algoritmus

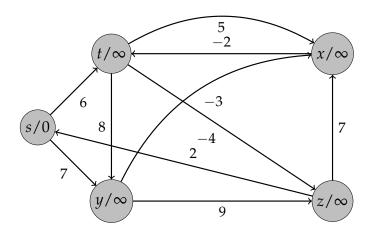
Slouží pro řešení v obecných grafech, mohou obsahovat cykly a záporné hrany. Záporné cykly je však nutné detekovat a vrátit specifickou hodnotu. V podstatě se jedná o brute force algoritmus, provede se relaxace n-1-krát pro každou hranu.

```
1
   def bellman_ford(G, s, w):
2
       # G je graf
3
       # s je vychozi uzel
4
       # w je vahova funkce
5
6
       # faze inicializace
7
       initialize_single_source(G, s)
       n = len(G.V) # pocet uzlu
8
9
10
       # faze relaxace: provedeni (n-1) * m relaxaci (m je pocet hran)
11
       for _ in range(0, n-1):
12
           for u, v in G.E:
13
               relax(u, v, w)
14
15
       # faze detekce zaporneho cyklu
16
       for u, v in G.E:
           if d[u] > d[v] + w(u, v):
17
               return NULL
18
19
20
       return pi
```

Výpis 3.3: Algoritmus Bellman-Ford. Pročn-1 iterací? Protože mezi libovolnými dvěma uzly v grafu, existuje cesta o maximálním počtu hran n-1.

### Složitost

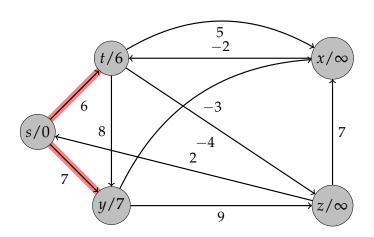
- Řádek 7, 8  $\Theta(1)$ .
- Řádky 11, 12, 13  $(n-1)\cdot\Theta(m)=\Theta(n\cdot m)$ , kde n je počet uzlů a m je počet hran grafu.
- Řádek 16, 17, 18  $\Theta(m)$ .
- Celkem  $\Theta(n \cdot m)$ .



Obrázek: Práce algoritmu Bellman-Ford.

- Pokud  $(u,v) \in E$  je označená, pak  $\pi[v] = u$
- ► Hrany se relaxují v tomto pořadí:
  (t,x), (t,y), (t,z), (x,t), (y,x), (y,z), (z,x), (z,s), (s,t), (s,y).

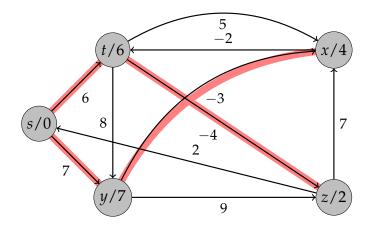
Obrázek 3.2: Příklad, část 1.



Obrázek: Práce algoritmu Bellman-Ford.

- $lackbox{ Pokud }(u,v)\in E$  je označená, pak  $\pi[v]=u$
- ► Hrany se relaxují v tomto pořadí: (t,x), (t,y), (t,z), (x,t), (y,x), (y,z), (z,x), (z,s), (s,t), (s,y)

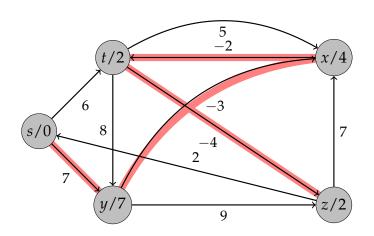
Obrázek 3.3: Příklad, část 2.



Obrázek: Práce algoritmu Bellman-Ford.

- Pokud  $(u,v) \in E$  je označená, pak  $\pi[v] = u$
- ► Hrany se relaxují v tomto pořadí: (t,x), (t,y), (t,z), (x,t), (y,x), (y,z), (z,x), (z,s), (s,t), (s,y)

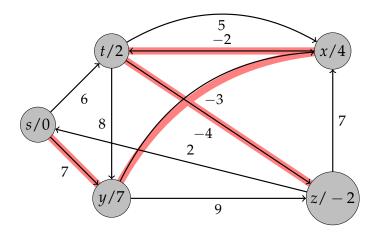
Obrázek 3.4: Příklad, část 3.



Obrázek: Práce algoritmu Bellman-Ford.

- $lackbox{ Pokud }(u,v)\in E$  je označená, pak  $\pi[v]=u$
- ► Hrany se relaxují v tomto pořadí: (t,x), (t,y), (t,z), (x,t), (y,x), (y,z), (z,x), (z,s), (s,t), (s,y)

Obrázek 3.5: Příklad, část 4.



Obrázek: Práce algoritmu Bellman-Ford.

- ▶ Pokud  $(u,v) \in E$  je označená, pak  $\pi[v] = u$
- ► Hrany se relaxují v tomto pořadí: (t,x), (t,y), (t,z), (x,t), (y,x), (y,z), (z,x), (z,s), (s,t), (s,y)

Obrázek 3.6: Příklad, část 5.

# 3.5 Dijkstrův algoritmus

Slouží pro řešení v acyklických grafech bez záporných hran. Pro takto omezený problém existují rychlejší algoritmy než pro problém v obecných grafech.

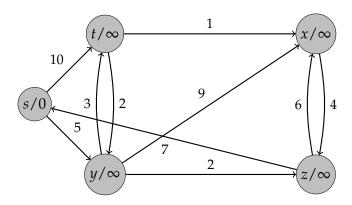
```
def dijkstra(G, s, w):
 1
 2
       # G je graf
 3
       # s je vychozi uzel
       # w je vahova funkce
 4
 5
 6
       # faze inicializace
 7
       initialize_single_source(G, s)
       Q = Queue(G.V) # prioritni fronta uzlu
 8
 9
       S = {}# mnozina uzlu, ktera uz byla prozkoumana
10
       # faze relaxace
11
       while not Q.empty():
12
           u = Q.extract_min(d) # vrati prvek z Q s nejmensi hodnotou v d
13
14
           # pro vsechny sousedy uzlu u (Adj je seznam sousedu)
15
           for v in Adj[u]:
16
17
               relax(u, v, w)
18
19
           Q.decrease_key(d) # aktualizace prioritni fronty
20
21
       return d, pi
```

Výpis 3.4: Algoritmus Dijkstra.

# Složitost

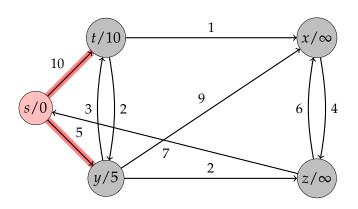
- Předpokládejme implementaci prioritní fronty pomocí pole.
- Řádek 8, 18 O(1).
- Řádek 11 While cyklus se provede n-krát, kde n je počet uzlů.
- Řádek 12 O(n), najítí minima v poli uzlů. Celkově (s cyklem)  $O(n^2)$ .
- Řádek 16 O(m), pro všechny hrany. Celkově (s cyklem)  $O(m \cdot n)$ .
- Celkem  $O(n^2 + m) = O(n^2)$ .
- Pro řídké grafy lze využít implementaci fronty pomocí binární haldy a získat tak  $O(m \cdot \log(n))$ .
- Při implementaci fronty pomocí Fibonacciho haldy dostaneme časovou složitost  $O(n \cdot \log(n) + m)$ .

# Příklad



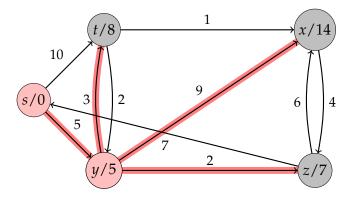
Obrázek: Práce Dijkstrova algoritmu. Označené uzly značí uzly z množiny S.

Obrázek 3.7: Příklad, část 1.



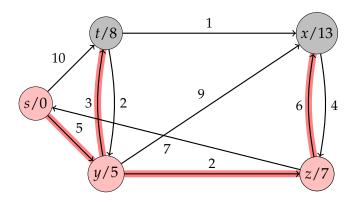
Obrázek: Práce Dijkstrova algoritmu. Označené uzly značí uzly z množiny S.

Obrázek 3.8: Příklad, část 2.



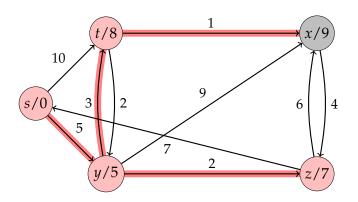
Obrázek: Práce Dijkstrova algoritmu. Označené uzly značí uzly z množiny S.

Obrázek 3.9: Příklad, část 3.



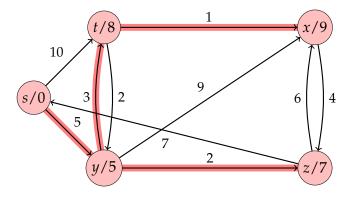
Obrázek: Práce Dijkstrova algoritmu. Označené uzly značí uzly z množiny S.

Obrázek 3.10: Příklad, část 4.



Obrázek: Práce Dijkstrova algoritmu. Označené uzly značí uzly z množiny S.

Obrázek 3.11: Příklad, část 5.



Obrázek: Práce Dijkstrova algoritmu. Označené uzly značí uzly z množiny S.

Obrázek 3.12: Příklad, část 6.

# Klasifikace algoritmů volby koordinátora, algoritmus Bully a jeho složitost.

# 4.1 Metadata

- Předmět: Prostředí distribuovaných aplikací (PDI)
- Přednáška:
  - 7) Synchronizace
- Záznam:
  - -2020-11-02

# 4.2 Úvod a kontext

- Mějme množinu procesů v rámci distribuovaného systému. Řešíme problém nalezení shody na nějaké věci (synchronizační problém). Problém můžeme rozdělit na dvě situace:
  - Problém volby koordinátora Výběr jednoho z procesů, který bude vedoucím procesem (koordinátor). Tento proces pak může vykonat určitou činnost nebo může sloužit ostatním procesům k realizaci význačné role v systému.
  - Problém vzájemného vyloučení Předpokládejme, že konkrétní zdroj může v daném okamžiku používat pouze jeden proces. Tento problém se běžně vyskytuje ve víceprocesorových systémech, ale také v distribuovaných systémech.
- Synchronizační problémy lze v rámci operačních systémů nebo multiprocesorových systémů řešit pomocí provádění atomických operací, sdílené paměti apod. (je pro ně podpora v rámci operačního systému nebo hardwaru). V distribuovaných systémech nic takového není z principu možné a proto se synchronizační problémy řeší pomocí zasílání zprav, resp. algoritmicky.

# 4.3 Problém volby koordinátora

• Předpokládáme:

- Každý proces má unikátní ID.
- Procesy neznají stav (běžící, neběžící) dalších procesů.
- Každý proces zná ID dalších procesů (záleží na topologii).
- Cíl:
  - Dosáhnutí shody mezi všemi procesy na procesu, který je koordinátor.
  - Kritérium výběru koordinátora může být různé. Např. na základě proces ID (proces s největším ID se stane koordinátorem).

# 4.4 Bully algoritmus

Pro topologii každý s každým – každý proces může komunikovat s každým dalším procesem. Používá tři druhy zpráv: ELECTION, OK, COORDINATOR.

# Postup

- Proces P, který má podezření, že chybí koordinátor, může zahájit volby.
  - 1. Proces P odešle zprávu ELECTION všem procesům s větším ID.
  - 2. Pokud nikdo neodpoví, P vyhrává volby a stává se koordinátorem.
  - 3. Pokud některý z procesů s větším ID odpoví (zpráva OK), tak přebírá řízení a práce P je ukončena.
  - 4. Pokud P obdrží zprávu ELECTION od procesů s menším ID, pošle jim odpověď OK na zablokování procesů.
- Nakonec zůstane pouze P (nový koordinátor), který o tom informuje ostatní zasláním zprávy COORDINATOR.
- Pokud se proces probudí nebo je restartován, první akcí je vyvolání voleb.

# Složitost

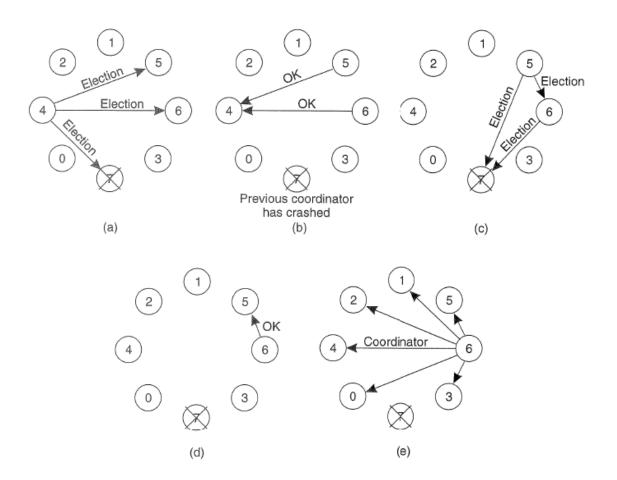
Složitost z hlediska počtu zpráv.

Nejhorší případ (iniciátor s nejmenším ID):

- (n-1) iterací
- $\bullet$  2(n-1) zpráv ELECTION a OK pro každou iteraci
- (n-1) zpráv COORDINATOR
- Celkem:  $(n-1) \times 2(n-1) + (n-1) \approx n^2$

Nejlepší případ (iniciátor s největším ID):

- (n-1) zpráv COORDINATOR
- Celkem: (n-1)



**Figure 5-11.** The bully election algorithm. (a) Process 4 holds an election. (b) Processes 5 and 6 respond, telling 4 to stop. (c) Now 5 and 6 each hold an election. (d) Process 6 tells 5 to stop. (e) Process 6 wins and tells everyone.

Obrázek 4.1: Příklad činnosti Bully algoritmu.

# 4.5 Ring Algoritmus

Pro kruhovou topologii – procesy jsou uspořádané do kruhu podle svého proces ID. Každý proces musí vědět nejenom o svém následovníkovi, ale také o jeho následníkovi, který funguje jako "záloha", v případě že by se přímý následník stal nedostupný. Používá dva druhy zpráv: ELECTION, COORDINATOR.

### Postup

- Proces P, který má podezření, že chybí koordinátor, může zahájit volby.
  - 1. Zašle zprávu ELECTION obsahující jeho ID dalšímu procesu (pokud další proces nereaguje, proces P zašle stejnou zprávu dalšímu v kruhu).
  - 2. Každý člen topologie přijme zprávu ELECTION, přidá do ní své ID a přepošle zprávu dalšímu procesu.

- Když se zpráva vrátí k procesu P, je zpráva převedena na zprávu COORDINATOR a poslána následujícímu procesu v topologii, aby bylo možné nahlásit:
  - 1. Novým koordinátorem se stává proces s nejvyšším ID.
  - 2. Členové sítě jsou stále aktivní.
- Po síti může obíhat více zpráv zároveň.

### Složitost

Složitost z hlediska počtu zpráv.

Vždy  $2n \approx n$  zpráv<br/>. Jedno kolečko "oběhne" zpráva ELECTION a druhé zpráva COORDINATOR.

### Příklad

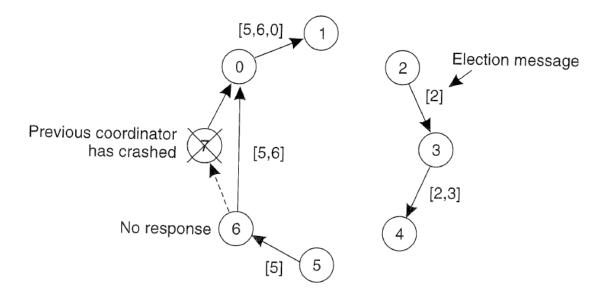


Figure 5-12. Election algorithm using a ring.

Obrázek 4.2: Příklad činnosti Ring algoritmu.

# 4.6 Algoritmus pro obecnou topologii

Předpokládáme, že nemáme ani kruhovou topologii ani spojení každý s každým. Např.: peer-to-peer sítě, sensorové sítě, . . .

### Postup

- V první iteraci se broadcastem posílá zpráva ELECTION.
- Každý uzel si uloží od kterého souseda dostal zprávu ELECTION jako první. Tím vzníká kostra grafu (spanning tree).

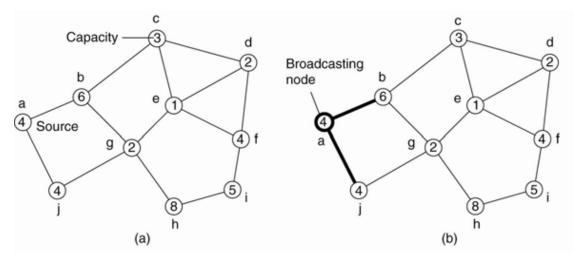
• Uložený soused je poté využijí pro zpětnou komunikaci. To znamená, že další komunikace už probíhá přes strom, nikoliv přes broadcast. Tím je ušetřena některé komunikace.

# Složitost

Složitost z hlediska počtu zpráv.

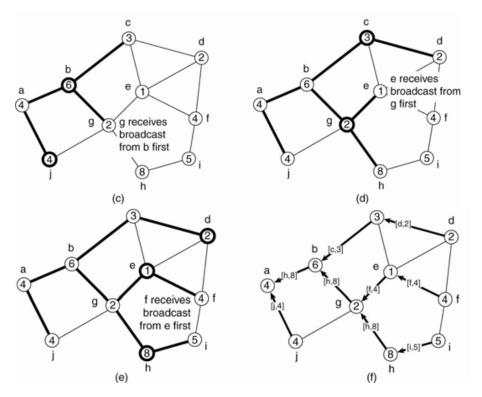
- Inicializační broadcast: počet hran grafu.
- Odpověď: počet hran kostry grafu.
- Result broadcast: počet hran kostry grafu.

# Příklad



Node a initiates an election.

Obrázek 4.3: Příklad činnosti algoritmu pro obecnou topologii, část 1.



In the end, source a notes that h is the best leader and broadcasts this info to all nodes.

Obrázek 4.4: Příklad činnosti algoritmu pro obecnou topologii, část 2.

# Podmínky konsistentního globálního stavu distribuovaného systému.

### Metadata

- Předmět: Prostředí distribuovaných aplikací (PDI)
- Přednáška:
  - 4) Globální stav a snapshots
- Záznam:
  - -2020-10-12

# 5.1 Úvod a kontext

**Distribuovaný systém** Distribovaný systém je množina procesů  $p_1, p_2, \ldots, p_n$ , které jsou propojeny komunikačními kanály. V systému neexistuje žádná globální paměť ani globální hodiny. Procesy spolu komunikují pouze zasíláním zpráv skrze komunikačními kanály.

**Komunikační kanál** Komunikační kanál mezi procesy  $p_i$  a  $p_j$  značíme  $C_{ij}$ .

**Událost** Rozlišujeme tři typy událostí: interní událost procesu, zaslání zprávy a přijetí zprávy.

**Zpráva** Zpráva  $m_{ij}$  značí zprávu zaslanou procesem  $p_i$  procesu  $p_j$ .  $send(m_{ij})$  značí odeslání zprávy a  $recv(m_{ij})$  přijetí.

**Stav procesu** Lokální stav procesu  $p_i$  značíme  $LS_i$ . Lokální stav je definován jako sekvence všech událostí, o kterých proces $p_i$  ví. Nechť e je libovolná událost,  $e \in LS_i$  značí, že událost e patří do lokálního stavu procesu  $p_i$ ,  $e \notin LS_i$  značí, že událost e nepatří do lokálního stavu procesu  $p_i$ .

Stav komunikačního kanálu Stav komunikačního kanálu  $C_{ij}$  značíme  $SC_{ij}$  a je definován množinou zpráv, které obsahuje. Pro kanál  $C_{ij}$  můžeme definovat jeho stav na základě lokálních stavů procesů  $LS_i$  a  $LS_j$ :

$$transit(LS_i, LS_j) = \{m_{ij} \mid send(m_{ij}) \in LS_i \land rec(m_{ij}) \notin LS_j\}$$

5.2 Model komunikace

• FIFO – Komukační kanál funguje jako fronta zpráv first in, first out. Kanál tedy zachovává pořadí zpráv sám o sobě.

• non-FIFO – Komunikační kanál se chová jako datová struktura množina, do které odesílatel vkládá zprávy a příjemce je odebírá v náhodném pořadí.

• Causal ordering (kauzální uspořádání) – Systém, který podporuje kauzální doručení zpráv splňuje následující vlastnost. Pro jakékoliv dvě zprávy  $m_{ij}$  a  $m_{kj}$  platí, pokud  $send(m_{ij}) \rightarrow send(m_{kj})$ , pak i  $recv(m_{ij}) \rightarrow recv(m_{kj})$ .

5.3 Konzistentní globální stav

**Globální stav** Globální stav distribuovaného systému je kolekce lokálních stavů procesů a komunikačních kanálů.

 $GS = \left\{ \bigcup_{i} LS_{i}, \bigcup_{i,j} SC_{ij} \right\}$ 

.

**Časoprostorový diagram** Diagram pro vizualizaci komunikace procesů v distribuovaném systému. Viz obrázek 5.1 a 5.2.

Konzistentní globální stav Konzistentní globální stav (snapshot) je stav systému v určitém časovém okamžiku. Lze si jej představit jako řez v časoprostorovém diagramu, který rozděluje diagram na dvě části: minulost a budoucnost. Aby byl řez (globální stav) konzistentní, tak pokud je doručení nějaké zprávy v minulosti, musí být v minulosti i její odeslání. Formálně jde o globální stav, který splňuje nálsedující podmínky:

$$send(m_{ij}) \in LS_i \Rightarrow m_{ij} \in SC_{ij} \oplus recv(m_{ij}) \in LS_j$$

,

$$send(m_{ij}) \not\in LS_i \Rightarrow m_{ij} \not\in SC_{ij} \land recv(m_{ij}) \not\in LS_j$$

.

**K čemu je** *snapshot* Snapshot lze využít např. pro tvorbu záloh systému nebo při zotavování systému po chybách.

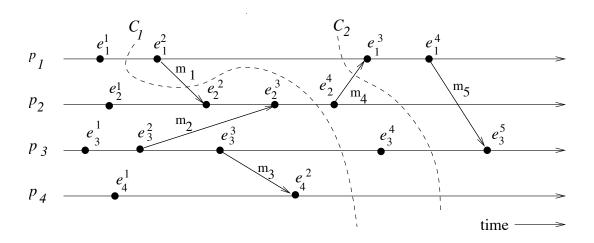
Jak lze snapshot vytvořit Absence globální sdílené paměti, globálních hodin a nepředvídatelná délka zpoždění v odesílání zpráv v distribuovaném systému činí problém vytváření snapshotů netriviálním. Způsob vytváření lze rozdělit do dvou kategorií: na základě algoritmů a na základě checkpointů.

**Problémy při zaznamenávání snapshotu** Jak rozlišit mezi zprávami, které mají být součástí snapshotu a které nikoliv?

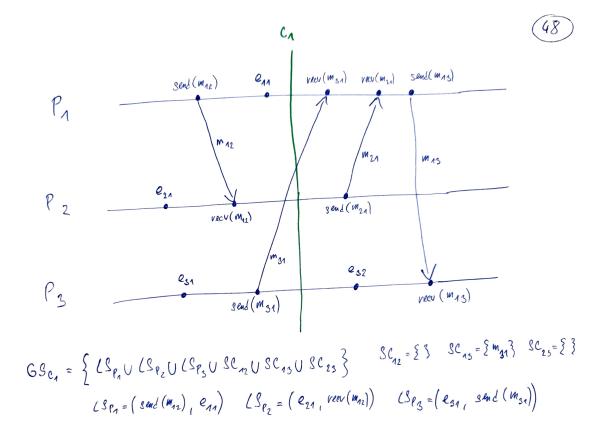
- Zprávy, které jsou odeslány procesem před zaznamenáním svého snapshotu, jsou zaznamenány do stavu.
- Zprávy, které jsouodeslány procesem po zaznamenání svého snapshotu, nejsou zaznamenány do stavu.

Jak rozpoznat okamžik, ve kterém má proces zaznamenat snapshot?

• Proces  $p_j$  musí zaznamenat svůj snapshot před zpracováním zprávy  $m_{ij}$ , která byla poslána procesem  $p_i$  po zaznamenání jeho snapshotu.



Obrázek 5.1: Příklad řezu v časoprostorovém diagramu. Řez  $C_1$  je nekonzistentní, kvůli zprávě  $m_1$ . Řez  $C_2$  je konzistentní a zpráva  $m_4$  je zachycena ve stavu kanálu  $Ch_{21}$ .



Obrázek 5.2: Příklad konzistentního globální stavu formálně.

Principy distribuovaného zpracování MapReduce, průběh a jednotlivé operace distribuovaného výpočtu pomocí MapReduce, jeho implementace v Apache Hadoop a Apache Spark.

# 6.1 Metadata

- Předmět: Prostředí distribuovaných aplikací (PDI)
- Přednáška:
  - [[todo]]
- Záznam:
  - [[todo]]

# 6.2 Úvod a kontext

[[todo]]