

Věta 6.2 Třída bezkontextových jazyků je uzavřena vůči substituci.

Důkaz.

- Ve shodě s definicí substituce nechť $\Sigma = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ je abeceda bezkontextového jazyka L a L_a pro $a \in \Sigma$ libovolné bezkontextové jazyky. Nechť $G = (N, \Sigma, P, S)$ a $G_a = (N_a, \Sigma_a, P_a, S_a)$ pro $a \in \Sigma$ jsou gramatiky, pro které $L = L(G)$ a $L_a = L(G_a)$ pro $a \in \Sigma$.
- Předpokládejme, že $N \cap N_a = \emptyset$ a $N_a \cap N_b = \emptyset$ pro každé $a, b \in \Sigma$, $a \neq b$. Sestrojme gramatiku $G' = (N', \Sigma', P', S)$ takto:
 1. $N' = N \cup \bigcup_{a \in \Sigma} N_a$.
 2. $\Sigma' = \bigcup_{a \in \Sigma} \Sigma_a$.
 3. Nechť h je morfismus na $N \cup \Sigma$ takový, že
 - $h(A) = A$ pro $A \in N$ a
 - $h(a) = S_a$ pro $a \in \Sigma$a nechť $P' = \{A \rightarrow h(\alpha) \mid (A \rightarrow \alpha) \in P\} \cup \bigcup_{a \in \Sigma} P_a$.
- Uvažujme libovolnou větu $a_{i_1} a_{i_2} \dots a_{i_m} \in L$ a věty $x_j \in L_{a_j}$, $1 \leq j \leq m$. Pak $S \xRightarrow[G']{*} S_{a_{i_1}} S_{a_{i_2}} \dots S_{a_{i_m}} \xRightarrow[G']{*} x_1 S_{a_{i_2}} \dots S_{a_{i_m}} \xRightarrow[G']{*} \dots \xRightarrow[G']{*} x_1 x_2 \dots x_m$ a tedy $L' \subseteq L(G')$. Podobně $L(G') \subseteq L'$.

□