UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

Instituto de Física

Thereza Cristina de Lacerda Paiva

Métodos Computacionais em Física II

LISTA 1

para 19/09/22

1. Faça um programa utilizando o método de Euler, outro com o de Euler-Cromer e outro com o de Runge-Kutta para estudar o pêndulo simples, não-amortecido e não forçado, no limite de oscilções pequenas. Utilize, como condições iniciais θ_0=0,15 radianos e ω_0=0,0 radianos/s. Considere g =9,8 m/s^2 e $l = 9,8$ m. Use como intervalo de tempo $\Delta t = 0,04$ s.

   (a) Faça um gráfico mostrando θ como função do tempo ao longo de 5 períodos usando cada um dos três métodos. Discuta seus resultados.

   (b) Faça o mesmo para a velocidade angular ω. Discuta.

   (c) Faça o mesmo para a energia cinética, a energia potencial e a energia total. Discuta seus resultados.

   (d) Como se comparam os 3 métodos?

2. Considere agora o pêndulo forçado, amortecido e não-linear:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l} sen(\theta) - q\frac{d\theta}{dt} + \alpha sen(\Omega_D t)$$

   Utilize θ_0 =0,2, $\omega_0 = 0$, g =9,8 e l =9,8 $\Omega_D = 2/3$ e q =0,5, todos em unidades do S.I. Faça um programa usando um método adequado e escolha Δt.

   (a) Informe qual método e qual Δt escolheu e justifique suas escolhas.

   (b) Para $\alpha = 0.5$ e $\alpha = 1.2$ faça gráficos da trajetória do pêndulo no espaço de fase.

   (c) Vamos agora construir uma seção de Poincaré para cada um dos valores de α acima. Isso é feito construindo a trajetória no espaço de fases e mostrando apenas os pontos em fase com a força externa, ou seja, você só deve colocar no gráfico pontos para os quais $\Omega_D t = 2n\pi$ onde n é inteiro. Ao constuir esse gráfico numericamente, você deve ter cuidado e lembrar que o tempo cresce em intervalos Δt. Assim sendo, utilize pontos para os quais $|t - 2n\pi/\Omega_D| < \Delta t/2$.

   (d) Repita o item (c) para as mesmas condições iniciais, mas outro valor de Ω_D a sua escolha.

   (e) O que você aprende observando as seções de Poincaré dos itens anteriores?

3. Para o movimento harmônico simples, a forma geral da equação de movimento é

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -kx^\alpha,$$

   com $\alpha = 1$.

   (a) Modifique o programa da questão (1) para encontrar $x(t)$ usando o método de Euler-Cromer para resolver a equação de movimento para $\alpha = 1$. Para simplificar, considere $k = 1$. Qual deve ser a unidade de k? Faça o(s) gráfico(s) que considerar necessários e discuta seus resultados.

   (b) Considere agora oscilações anarmônicas, fazendo $\alpha = 3$. Calcule $x(t)$ para diferentes valores da posição inicial (no intervalo $0.2 \leq x \leq 1$) e mostre que o período depende da amplitude. Faça o(s) gráfico(s) que considerar necessários e discuta seus resultados.

   (c) Dê um argumento físico que explique a dependência do período com a amplitude.