Lr2

# Обучение сетей — правило Уидроу-Хоффа (II)

## Сеть ADALINE – 1

Сеть **ADALINE** в целом подобна **персептрону Розенблатта**, за исключением активационных функций в них (***пороговая*** функция в персептроне, ***линейная*** — в ADALINE).

**Обучающее правило LMS** более эффективное, чем правило обучения персептрона.

**Общее ограничение** персептрона и ADALINE — они могут работать только с ***линейно разделимыми классами***.

**Выход сети:**

$$\mathbf{a} = \mathrm{purelin}(\mathbf{Wp} + \mathbf{b}) = \mathbf{Wp} + \mathbf{b}$$

$$a_i = purelin(n_i) =$$

$$= purelin(\mathbf{w}_i^T \mathbf{p} + b_i) = \mathbf{w}_i^T \mathbf{p} + b_i$$

Здесь вектор $\mathbf{w}_i^T$ сформирован из элементов $i$-го столбца матрицы весов $\mathbf{W}$:

$$\mathbf{w}_i = \begin{bmatrix} w_{i,1} \\ w_{i,2} \\ \vdots \\ w_{i,R} \end{bmatrix}$$

**Обучение**

**LMS** (Least Mean Square) — алгоритм **обучения с учителем**, предназначенный для обучения сети ADALINE на заданном обучающем наборе.

**Обучающий набор и выходы сети:**

$$\{\langle \mathbf{p}^1, \mathbf{t}^1\rangle, \langle \mathbf{p}^2, \mathbf{t}^2\rangle, \ldots, \langle \mathbf{p}^k, \mathbf{t}^k\rangle, \ldots, \langle \mathbf{p}^L, \mathbf{t}^L\rangle\}$$

$\mathbf{p}^k$ — $k$-й входной вектор, $y^k$ — текущий выход сети; $\mathbf{p}^k \to y^k$

$t^k$ — эталонный (желаемый) выход, отвечающий вектору $\mathbf{p}^k$

**Общая идея алгоритма LMS:**

**Алгоритм LMS** подстраивает **веса и смещения** сети ADALINE таким образом, чтобы минимизировать **среднеквадратическую ошибку**, характеризующую уклонение ***текущего выхода*** сети (при данном текущем значении ее весов и смещений) и ***целевого значения*** этого выхода.

**используем квадрат**

**Квадратичная ошибка сети для примера** $\langle \mathbf{p}^k, \mathbf{t}^k\rangle$:

$$E = \frac{1}{2}(E^k)^2 = \frac{1}{2}(t^k - y^k)^2$$

**Градиент функции ошибки:**

$$\nabla E = \left[\frac{\partial E}{\partial w_1} \ \frac{\partial E}{\partial w_2} \ \ldots \ \frac{\partial E}{\partial w_n} \ \frac{\partial E}{\partial b}\right]^T$$

Правило Уидроу-Хоффа базируется на градиентном спуске в пространстве весов w и смещений нейронной сети.

**Алгоритм**

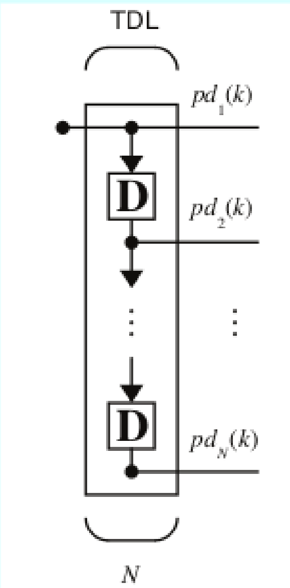
1. Задаются **скорость обучения** $\alpha$, $(0 < \alpha < 1)$ и **минимальная ошибка** сети $E_{min}$, которой необходимо достичь в процессе обучения.
2. Весовые коэффициенты $\mathbf{W}$ и смещения $\mathbf{b}$ сети инициализируются **случайным образом**.
3. На входы сети поочередно подаются **входные векторы** $\mathbf{p}^k$ из обучающего набора, преобразуемые в **выходные сигналы** $a^k$.
4. Весовые коэффициенты $\mathbf{W}$ и смещения $\mathbf{b}$ сети **корректируются** согласно дельта-правилу

$$\mathbf{W}^{k+1} = \mathbf{W}^k + \alpha \mathbf{E}^k (\mathbf{p}^k)^T$$

$$\mathbf{b}^{k+1} = \mathbf{b}^k + \alpha \mathbf{E}^k$$

5. Процедура выполняется до тех пор, пока ошибка сети не станет меньше заданной, т.е. $E \leqslant E_{min}$.

**Адаптивная фильтрация (1)**




**Линия задержки с отводами**
**TDL** — Tapped Delay Line
**TDL** — Time-Delay Line

**Вход TDL** — отсчет $y(k)$ входного сигнала $y(t)$ в момент времени $t = k$

**Выход TDL** — $N$**-мерный вектор:**

$$pd_1(k) = y(k)$$

$$pd_2(k) = y(k-1)$$

$$\dots$$

$$pd_N(k) = y(k-N+1)$$

ADALINE в сочетании с TDL широко используется в **адаптивной фильтрации**.

Использовать линейную нейронную сеть с задержками для аппроксимации функции. В качестве метода обучения использовать адаптацию.

Выполнить адаптацию с числом циклов равным 50. Поскольку сеть имеет задержки, то в функцию адаптации необ-

ходимо отдельно передать первые 5 элементов входной последовательности для инициализации
задержек (входной параметр Pi). В противном случае задержки будут инициализированы нуля-
ми, что приведет к увеличению ошибки обучения при выполнении адаптации. В дальнейшем
использовать входную и выходную последовательности, начиная с 6 элемента.

***ГРАФИК***

2. Обучение тоже самое. Сформировать набор данных для выполнения прогноза: продлить временную последо-
вательность с заданным шагом на 10 отсчетов. Использовать полученный набор данных для
выполнения прогноза: рассчитать выход сети.

***ГРАФИК***

3. Обучение тоже, но Эталонный выходной сигнал соответствует входному сигналу, измененному по амплитуде и смещенному по фазе, поэтому диапазон значений
и шаг для сигналов совпадают.