



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE COMPUTO

Practica: Algoritmo de Huffman

Los últimos:

**Torres Trejo Victor Federico
Sotelo Padrón Lara Leilani
Sánchez Flores Guillermo**

PROFESOR

Edgardo Adrián Franco Martínez

ASIGNATURA

Análisis y Diseño de Algoritmos

15 de noviembre de 2021

Objetivo

Implementar un algoritmo de codificación voraz ideado por David Huffman, este algoritmo permite encontrar un código binario eficiente para un tipo de información en un bajo orden de complejidad

Definición del problema

- Implementar el algoritmo de codificación de Huffman para codificar archivos de cualquier tipo bajo Lenguaje C.
 - Implementar codificación voraz de Huffman
 - Implementar el algoritmo de codificación
- Medir y comprobar las ventajas de tamaño de los archivos una vez realizadas diferentes codificaciones de archivos.
- Medir los tiempos de ejecución de las implementaciones (codificador y decodificador).
- Analizar y determinar una cota de la complejidad de la codificación y decodificación

Entorno experimental

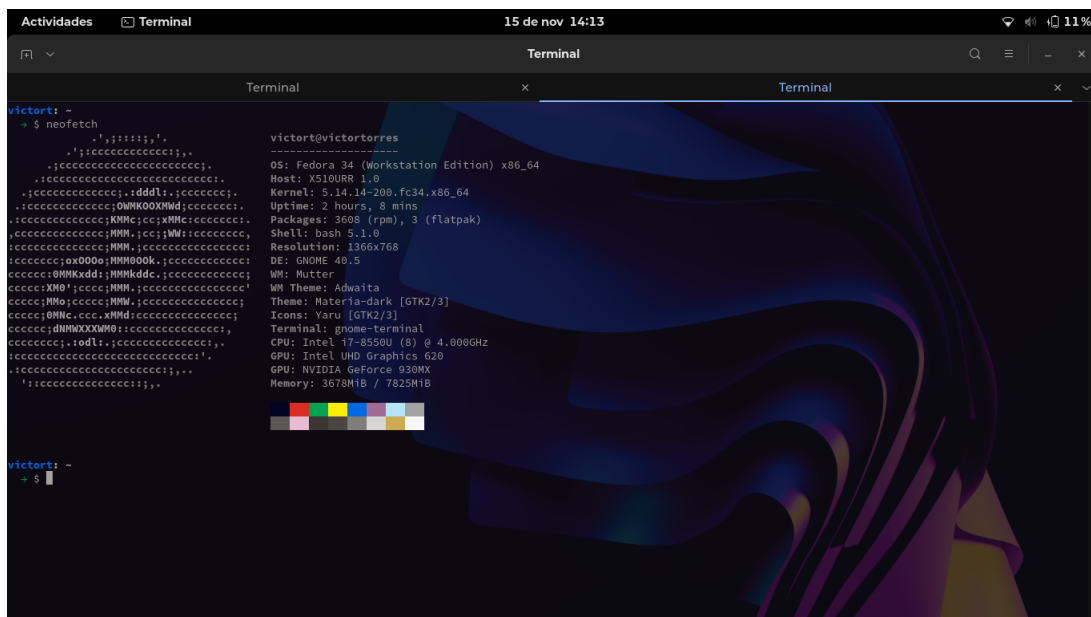


Figura 1

Descripción de la solución

Codificación

Para este código lo primero que se hizo fue leer los bytes del archivo original, con ayuda de la función `fread` se logra, para guardar la frecuencia de repetición de cada byte, se le hacía un enmascaramiento del byte a su valor en entero, esto sabíamos que iba a ser de 0 – 255 bytes, por lo que pudimos aplicar hash, ya que conocemos que el valor hash de cada byte, será único, por lo que podemos hacer uso de esta estructura, así entonces en su valor correspondiente aumentamos la frecuencia en 1 cada vez que detectamos el byte y guardamos que byte es en la posición correspondiente del arreglo. Al final guardamos también una cadena con todos los bytes leídos, esto para después poder hacer la codificación correspondiente.

Ya después insertamos en un arreglo de árboles de Huffman, todos los bytes cuya frecuencia hayan sido mayor a 0, ya que esto significa que aparecieron en el archivo original, así mismo, cada vez que guardamos un byte en un nodo, formamos dicho nodo en una cola de prioridad usando montículos, de esta manera el montículo ordena cada nodo de acuerdo a su frecuencia, una vez guardado esto, unimos todos los árboles de cada byte aparecido en un árbol de Huffman principal, esto se hace sacando el primer elemento de la cola de prioridad, sacando el segundo y re-insertarlos en el montículo pero ahora con los dos nodos unidos, este ciclo se repite hasta que el tamaño del montículo sea 1, indicando que ya tenemos el árbol de Huffman principal.

Una vez que tenemos el árbol, leemos las codificaciones correspondientes de los bits apoyándonos del recorrido in-order, si nos vamos a la izquierda aumentamos un 0, y si nos vamos a la derecha un 1 a una cadena de bits, usando corrimientos hasta que por fin llegamos un nodo sin algún hijo, después de ahí, preguntamos si es un nodo hoja, porque solo los nodos hoja, son aquellos que traen un bit y su frecuencia válido, los demás solo traen la suma de frecuencias de dos nodos hijos, llegado a este punto, aplicamos igual hash con el enmascaramiento del byte a entero, y guardamos la cadena de bits que llevábamos hasta el momento con corrimientos y añadiendo 0 o 1 si nos íbamos a la izquierda o a la derecha, guardamos su byte correspondiente y guardamos el tamaño de los bits correspondiente, esto es porque si bien guardamos la cadena de bits correspondiente, no podemos guardar solo esos bits, y como las guardamos en un entero, añade 0 para formar sus 32 bits, entonces guardando el tamaño de los bits, le decimos, solo queremos los últimos n bits.

Para escribir el código binario correspondiente, igual haremos uso de corrimientos, leemos de acuerdo a la cadena de bytes originalmente leída, el byte en el que vamos, y de eso obtenemos los bits que le corresponden de la codificación junto con su tamaño, dependiendo del tamaño, tenemos 3 casos:

- si su tamaño de bits es de 8, solo le hacemos un enmascaramiento a esos 8 bits, para que se eliminen los bits innecesarios y que no nos importan y solo tomemos los 8, y después escribimos en el `dat` correspondiente.
- si es mayor a 8, entonces guardamos los últimos tamaño de bits – 8 bits que no podemos escribir pero que tenemos que escribir la siguiente vez, le hacemos un corrimiento a bits del mismo tamaño de los bits que guardamos para eliminarlos y el enmascaramiento mencionado en el primer caso de los primeros 8 bits que si podemos escribir. Los bits

no escritos y su tamaño se almacenan en una variable temporal.

- si es menor a 8, significa que no podemos escribir, por lo que guardamos los bits y su tamaño en una variable temporal

Si hay byte por escribir lo hacemos, si no es así, no escribimos nada en el dat.

En la siguiente iteración después de obtener los bits y su tamaño del byte original leído, verificamos si guardamos algo en variables temporales, esto sucede en 2 de los 3 casos descritos. Si hay algo, entonces esos bits, van primero, ya que es lo primero que tenemos que escribir, así que con corrimiento los mandamos al principio y después los bits del byte en el que vamos, restablecemos estas variables auxiliares, indicando que ya las usamos, dejándolas vacías por si se vuelven a ocupar.

Con el fin de evitar desbordamientos en las variables temporales, tenemos un ciclo while, donde vemos si a pesar que ya escribimos una vez, tenemos en la variable temporal 8 o mas bits, si es así, entonces escribiremos los primeros 8, guardamos el exceso y se lo asignamos de nuevo a la variable temporal, siendo ese exceso el valor de la variable temporal. Esto se repetirá hasta que el tamaño de los bits de la variable temporal sea menor a 8.

Al final de escribir todos los bytes en su codificación, preguntamos si hay bits que no escribimos, si es así, los escribimos y guardamos cuantos bits extras escribimos, ya que si teníamos x bits, necesitamos de $8 - x$ bits extra para poder escribirlo en el dat, en el ultimo byte del dat, escribimos precisamente cuantos bits extra no correspondientes a la codificación, escribimos, esto para poder leerlo y descomprimirlo bien.

Como salida extra escribimos en un txt la tabla de frecuencias de aparición de cada byte junto con el tamaño del archivo original.

Decodificación

Como primer paso, leemos la tabla de frecuencias, esto con el fin de rearmar el árbol, las frecuencias de bytes, el armado del árbol de Huffman y la obtención de la codificación de cada byte, se hacen de la misma manera descrita en la codificación. Una vez con el árbol, leemos todos los bytes del dat que generemos en la compresión, y ya con todo esto, escribimos de vuelta el archivo original. Primero, del ultimo byte escrito en el dat, lo leemos, ya que ese byte nos indica cuantos bits extra escribimos. Ahora recorremos cada byte leído excepto el ultimo.

Esto se hace que a cada byte leído, recorremos el árbol como nos va indicando, si en el byte en el primer bit hay un 1, se va a la derecha y si lee un 0, a la izquierda, esto lo hace preguntando si el nodo actual es nodo hoja, si no lo es, checa que la posición del bit leído no se haya desbordado, ya que sus limites son de 7 a 0, y consulta que bit hay en esa posición del byte que esta leyendo actualmente, como ya mencionamos hacia donde se va dependiendo si es 1 o 0. Si el nodo es hoja, significa que llegamos a un byte correspondiente, así que retorna el byte a escribir en el archivo original, junto con la posición de bit donde se quedo.

Ya que tenemos que byte debemos escribir, lo hacemos, aumentamos nuestro tamaño de archivo original y verificamos que la posición en bits no se haya desbordado, después de la primera iteración, debemos cuidar que no escribamos mas bytes de los que tenía el archivo original, por ello tenemos ese conteo y ademas cuidamos que no escribamos los bits de mas,

esto es, si estamos en el penúltimo byte leído y además, nuestra posición en bits, corresponde al complemento de los bits extra, entonces ya acabamos de escribir.

Cola de prioridad

Usamos un montículo o montón para la cola de prioridad, donde sus funciones son las siguientes:

- Insert, insertará nodos a el montón.
- Bottom up lo que hará es recorrer el montón de arriba hacia abajo
- Top bottom es ordenara de abajo hacia arriba y buscará el de mayor prioridad y lo colocará hasta arriba ya usado el de mayor prioridad le hará un pop y volvemos a hablar a top bottom para que busque al de mayor prioridad y lo coloque hasta arriba
- Pop eliminara el primer elemento, el de menor frecuencia de todos los nodos en la cola

Análisis de complejidad

Codificación de Huffman

```
int main(int argc, char *argv[])
{
    //*****
    //Variables a usar en el programa

    //Variables para el control de tiempo
    double utime0, stime0, wtime0, utime1, stime1, wtime1;
    //Arreglo para almacenar la frecuencia de bytes
    struct data *bytesfrequency = malloc(256 * sizeof(struct data));
    //Arreglo para almacenar la codificación de Huffman
    struct bits *bytesCode = malloc(256 * sizeof(struct bits));
    //Arreglo para almacenar el byte y frecuencia en cada nodo del arbol
    struct node *roots = (struct node *)malloc(256 * sizeof(struct node));
    //Arbol de Huffman ya unificado
    struct node *HuffmanTree;
    //Cadena de bytes leídos del archivo original
    unsigned char *bytesRead;
    //Cola de prioridad
    Heap *heap = CreateHeap(511);
    //Variable para almacenar el tamaño del archivo y del comprimido
    int fileSize, compressedFileSize;

    puts("\nComprimir archivos usando el algoritmo de Huffman.\n");
    //*****
    // Iniciar el conteo del tiempo para las evaluaciones de rendimiento
    //*****
    uswttime(&stime0, &stime0, &wtime0);

    //Guardamos en un arreglo todos los bytes leídos
    bytesRead = readFile(argv[1], bytesfrequency, &fileSize);
    //formar en el arbol las frecuencias y formar esos arboles en la cola
    insertTree(bytesfrequency, roots, heap);
    //unir los arboles en el arbol de Huffman
    HuffmanTree = mergeTrees(heap);
    //Obtener los bits que vale cada byte
    getBits(HuffmanTree, bytesCode, 0, 0);
    //escribir el .dat con los bits de cada byte correspondiente
    writeBinaryCode(bytesRead, HuffmanTree, bytesCode, fileSize, &compressedFileSize);
    //escribir la tabla de frecuencias y el tamaño
    writeFrequencyTable(bytesfrequency, fileSize);

    //*****
    // Evaluar los tiempos de ejecución
    //*****
    uswttime(&stime1, &stime1, &wtime1);

    printf("Tamaño de %s: %d bytes\n", argv[1], fileSize);
    printf("Tamaño del archivo comprimido: %d bytes\n", compressedFileSize);
    printf("Porcentaje de compresión alcanzado: %.2f%%\n", ((float)fileSize / (float)compressedFileSize) * 100);
    printf("Tiempo real de Ejecución: %.10e s\n\n", wtime1 - wtime0);

    return 0;
}
```

Por jerarquías:
la complejidad es de $O(n^2)$

$O(n)$

$O(n^2)$

$O(n \log n)$

$O(n^2)$

$O(n^2)$

$O(n)$

Figura 2

```

Heap *CreateHeap(int capacity){
    Heap *heap = (Heap *)malloc(sizeof(Heap));
    heap->count = 0;
    heap->capacity = capacity;
    heap->arrayOfNodes = (struct node**)malloc(capacity * sizeof(struct node));
    return heap;
}

```

Figura 3

```

unsigned char *readFile(const char *fileToOpen, struct data bytesFrequency[], int *fileSize)
{
    int i;
    FILE *file;
    unsigned char c;

    //Abrimos y verificamos que si se abrio correctamente
    file = fopen(fileToOpen, "rb");
    if (file == NULL)
    {
        puts("The file could not be opened.\n");
        exit(1);
    }

    //Obtenemos el tamaño del archivo.
    fseek(file, 0L, SEEK_END);
    (*fileSize) = ftell(file);
    rewind(file);

    //Reservamos memoria para la cadena de bytes leídos
    unsigned char *bytesRead = malloc((*fileSize) * sizeof(unsigned char));

    //Guardamos los bytes leídos y su frecuencia con su valor en decimal
    for (i = 0; i < (*fileSize); i++)
    {
        fread(&c, sizeof(unsigned char), 1, file);
        bytesRead[i] = c;
        bytesFrequency[c].byte = c; // Enmascaramiento
        bytesFrequency[c].frequency++; // frecuencia de apariciones
    }
    fclose(file);
    return bytesRead;
}

```

Figura 4

```

//*****
//funciones con el arbol y heap
//*****
//formar en el arbol las frecuencias y formar esos arboles en la cola
void insertTree(struct data bytesFrequency[], struct node roots[], Heap* heap){
    int i;
    for(i = 0; i < 256; i++){
        if(bytesFrequency[i].frequency > 0){
            pushTree(&roots[i], bytesFrequency[i].byte, bytesFrequency[i].frequency);
            insert(heap, &roots[i]);
        }
    }
}

```

Handwritten annotations for Figure 5:

- $O(1)$ next to the loop condition `i < 256`.
- $O(1)$ next to the `if` condition.
- $O(1)$ next to the `pushTree` call.
- $O(1)$ next to the `insert` call.
- A bracket on the right side of the loop body indicates a total complexity of $O(n^2)$.

Figura 5

```

void pushTree(struct node* root, unsigned char byte, int frequency){
    root->data.frequency = frequency;
    root->data.byte = byte;
    root->left = NULL;
    root->right = NULL;
}

```

Handwritten annotation for Figure 6:

- $O(1)$ next to the function body.

Figura 6

```

void insert(Heap *heap, struct node* node){
    if(heap->count < heap->capacity){
        heap->arrayOfNodes[heap->count] = node;
        heapify_bottom_top(heap, heap->count);
        heap->count++;
    }
}

```

Handwritten annotations for Figure 7:

- $O(1)$ next to the `if` condition.
- $O(1)$ next to the assignment `heap->arrayOfNodes[heap->count] = node;`.
- $O(1)$ next to the `heapify_bottom_top` call.
- $O(1)$ next to the `heap->count++;` increment.
- A bracket on the right side of the `if` block indicates a total complexity of $O(1)$.

Figura 7

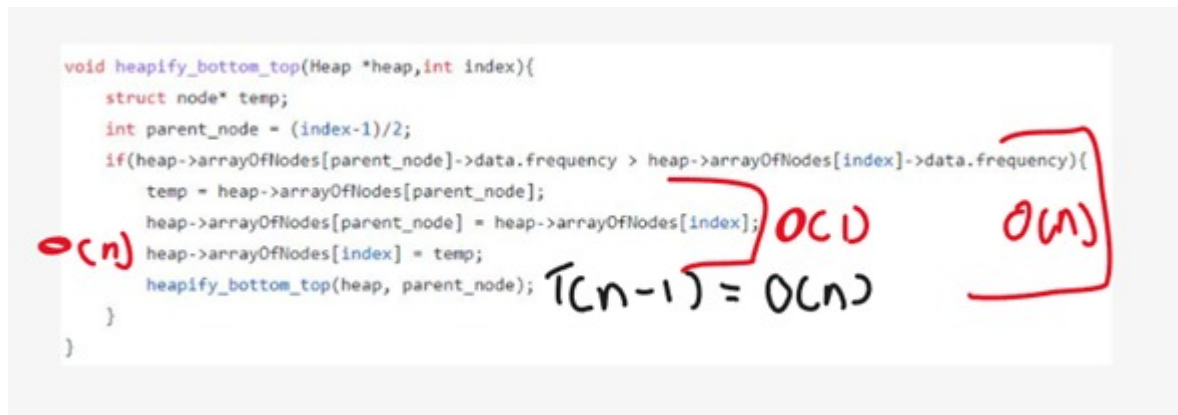


Figura 8

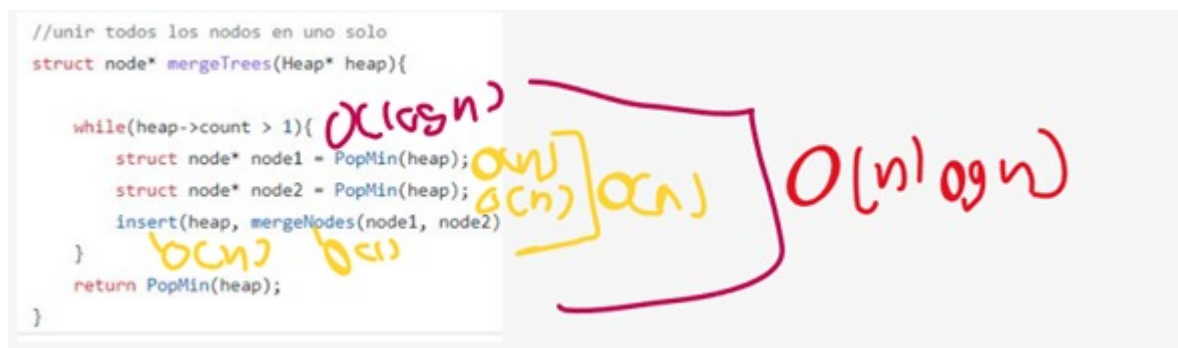


Figura 9

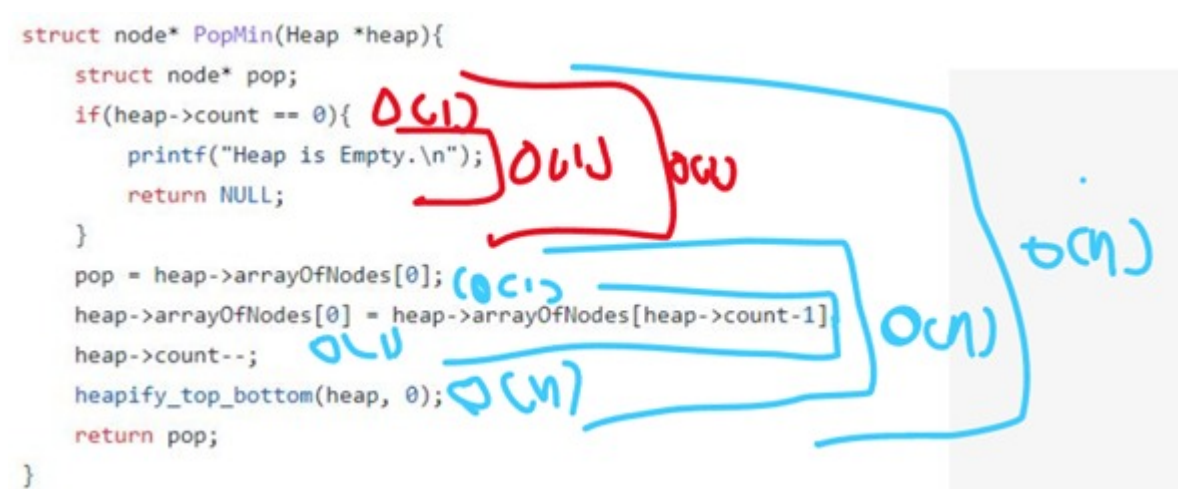


Figura 10


```

void getBits(struct node* HuffmanTree, struct bits bytesCode[], int bits, int sizeBits){
    if(!isEmpty(HuffmanTree)){//if not empty
        getBits(HuffmanTree->left, bytesCode, (bits << 1), sizeBits + 1); //irte al nodo izq, sumandole un 0
        if(isLeaf(HuffmanTree)){
            int hashKey = HuffmanTree->data.byte;
            bytesCode[hashKey].bits = bits;
            bytesCode[hashKey].byte = HuffmanTree->data.byte;
            bytesCode[hashKey].sizeBits = sizeBits;
        }
        getBits(HuffmanTree->right, bytesCode, (bits<<1) + 1, sizeBits + 1); //irte al nodo der sumandole un 1
    }
}

```

Handwritten annotations for Figure 13:

- Blue: $T(n-1) = O(n)$
- Orange: $O(n)$ (multiple instances)
- Green: $T(n-1) = O(n)$
- Red: $O(n)$

Figura 13

```

void writeFrequencyTable(struct data bytesFrequency[], int fileSize)
{
    int i;
    FILE *frequencyTable;
    //Abrimos y verificamos que si se abrió correctamente
    frequencyTable = fopen("frequencyTable.txt", "wt");
    if (frequencyTable == NULL)
    {
        puts("The file could not be opened.\n");
        exit(1);
    }

    //Escribimos el tamaño original al inicio del txt
    fprintf(frequencyTable, "%d\n", fileSize);
    for (i = 0; i < 256; i++)
    {
        if (bytesFrequency[i].frequency > 0) //Si el símbolo apareció en el archivo, escríbelo
            fprintf(frequencyTable, "%d %d\n", bytesFrequency[i].byte, bytesFrequency[i].frequency);
    }
    fclose(frequencyTable);
}

```

Handwritten annotations for Figure 14:

- Blue: Por jerarquía $O(n)$
- Orange: $O(n)$ (multiple instances)
- Red: $O(n)$

Figura 14

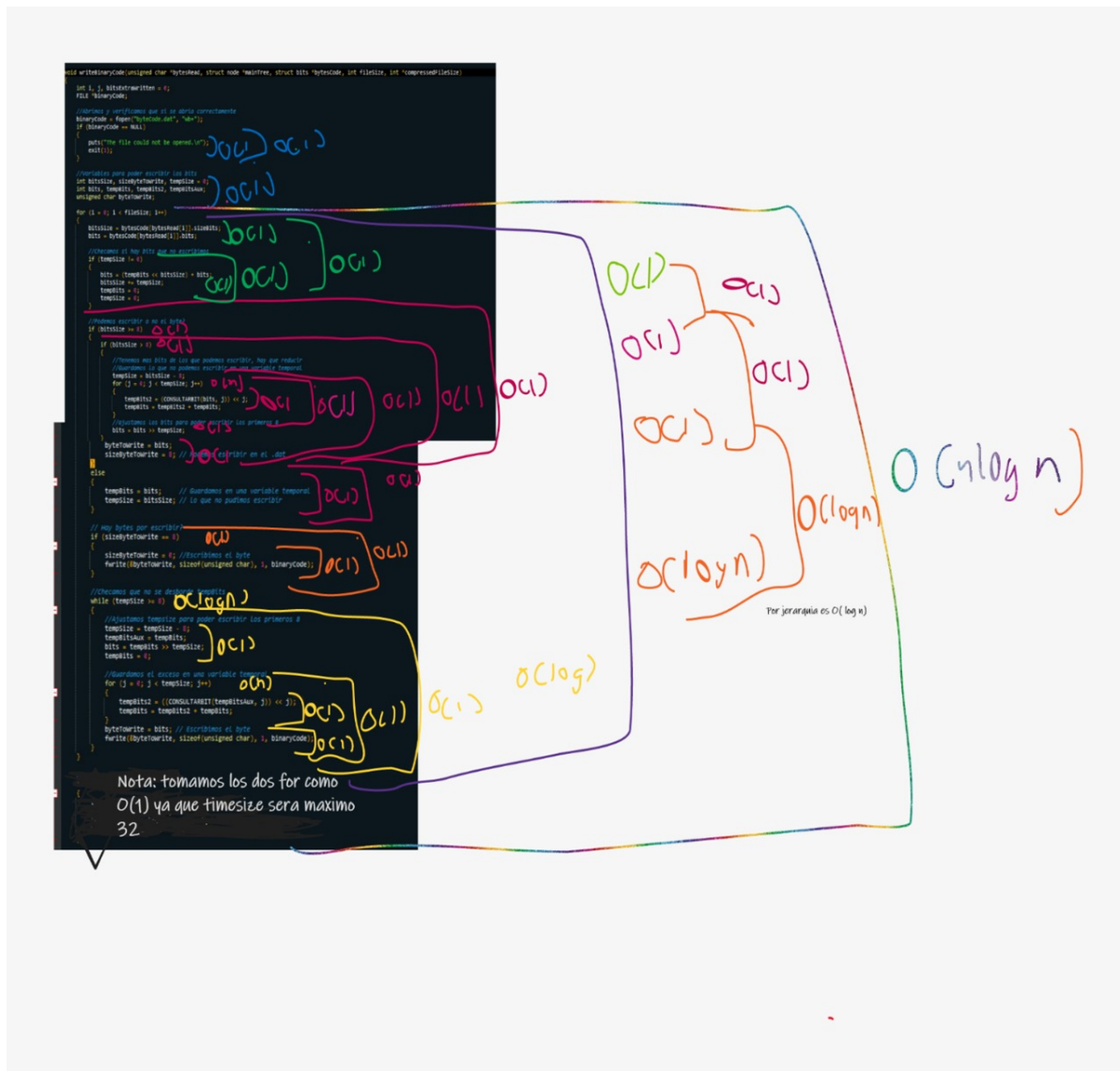


Figura 15

Decodificación de Huffman

```
int main(int argc, char* argv[]){
    //*****
    //Variables a usar en el programa
    //*****
    //Variables para el control de tiempo
    double utime0, stime0, wtime0, utime1, stime1, wtime1;
    //Arreglo para almacenar la frecuencia de bytes
    struct data* bytesFrequency = malloc(256 * sizeof(struct data));
    //Arreglo para almacenar la codificación de Huffman
    struct bits* bytesCode = malloc(256 * sizeof(struct bits));
    //Arreglo para almacenar el byte y frecuencia en cada nodo del arbol
    struct node* roots = (struct node*)malloc(256 * sizeof(struct node));
    //Arbol de Huffman ya unificado
    struct node* HuffmanTree;
    //Cadena de bytes leídos del archivo original
    unsigned char* bytesRead;
    //Cola de prioridad
    Heap* heap = CreateHeap(511);
    //Variables para almacenar los tamaños de archivos
    int fileSize = 0, byteFileSize = 0;

    puts("\nDescomprimir archivos usando el algoritmo de Huffman\n");
    //*****
    // Iniciar el conteo del tiempo para las evaluaciones de rendimiento
    //*****
    uswtime(&utime0, &stime0, &wtime0);

    //Leer la tabla de frecuencias
    readFrequencyTable(bytesFrequency, &fileSize);
    //hacer el arbol con la tabla de frecuencias
    insertTree(bytesFrequency, roots, heap);
    //unir los arboles en uno solo
    HuffmanTree = mergeTrees(heap);
    //Obtener el código de bits de cada byte
    getBits(HuffmanTree, bytesCode, 0, 0);
    //Leer el .dat generado en la compresión
    bytesRead = readByteCode(&byteFileSize);
    //sustituir la cadena de .dat por su valor de arbol
    writeFile(bytesRead, HuffmanTree, argv[1], byteFileSize, &fileSize);

    //*****
    // Evaluar los tiempos de ejecución
    //*****
    uswtime(&utime1, &stime1, &wtime1);

    printf("Tamaño de %s: %d bytes\n", argv[1], fileSize);
    printf("Tiempo real de Ejecución: %.10e s\n\n", wtime1 - wtime0);
    return 0;
}
```

$O(\log n)$

$O(n^2)$

$O(n \log n)$

$O(n)$

$O(n)$

$O(n^2)$

$O(n)$

Por jerarquía la complejidad es

Figura 16


```

//*****
//Funciones con el arbol y heap
//*****
//formar en el arbol las frecuencias y formar esos arboles en la cola
void insertTree(struct data bytesFrequency[], struct node roots[], Heap* heap){
    int i;
    for(i = 0; i < 256; i++){
        if(bytesFrequency[i].frequency > 0){
            pushTree(&roots[i], bytesFrequency[i].byte, bytesFrequency[i].frequency);
            insert(heap, &roots[i]);
        }
    }
}

```

Handwritten annotations for Figure 19:

- $O(1)$ next to `for(i = 0; i < 256; i++)`
- $O(n)$ next to `pushTree`
- $O(n)$ next to `insert`
- $O(n^2)$ next to the `for` loop, with a bracket indicating the overall complexity of the function.

Figura 19

```

void pushTree(struct node* root, unsigned char byte, int frequency){
    root->data.frequency = frequency;
    root->data.byte = byte;
    root->left = NULL;
    root->right = NULL;
}

```

Handwritten annotation for Figure 20:

- $O(1)$ next to the function body, indicating constant time complexity.

Figura 20

```

void insert(Heap *heap, struct node* node){
    if(heap->count < heap->capacity){
        heap->arrayOfNodes[heap->count] = node;
        heapify_bottom_top(heap, heap->count);
        heap->count++;
    }
}

```

Handwritten annotations for Figure 21:

- $O(1)$ next to `if(heap->count < heap->capacity)`
- $O(n)$ next to `heapify_bottom_top`
- $O(1)$ next to `heap->count++`

Figura 21

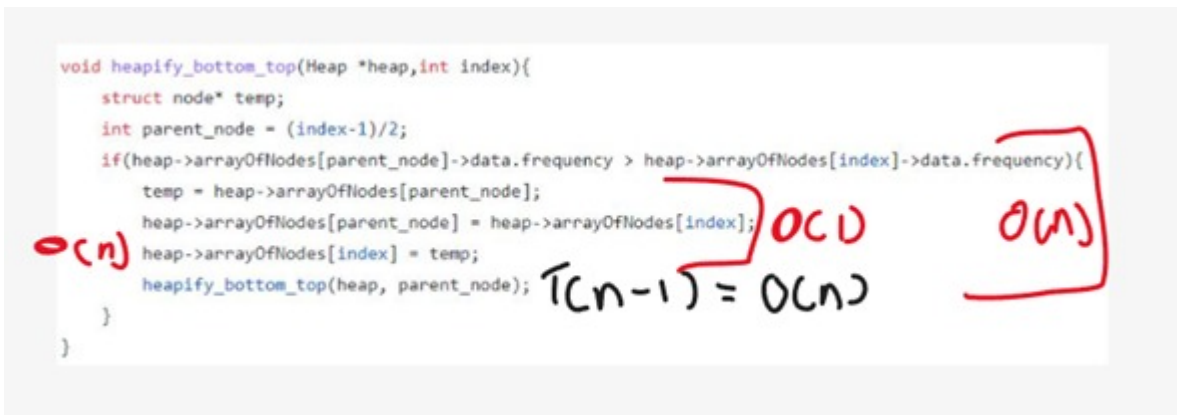


Figura 22



Figura 23

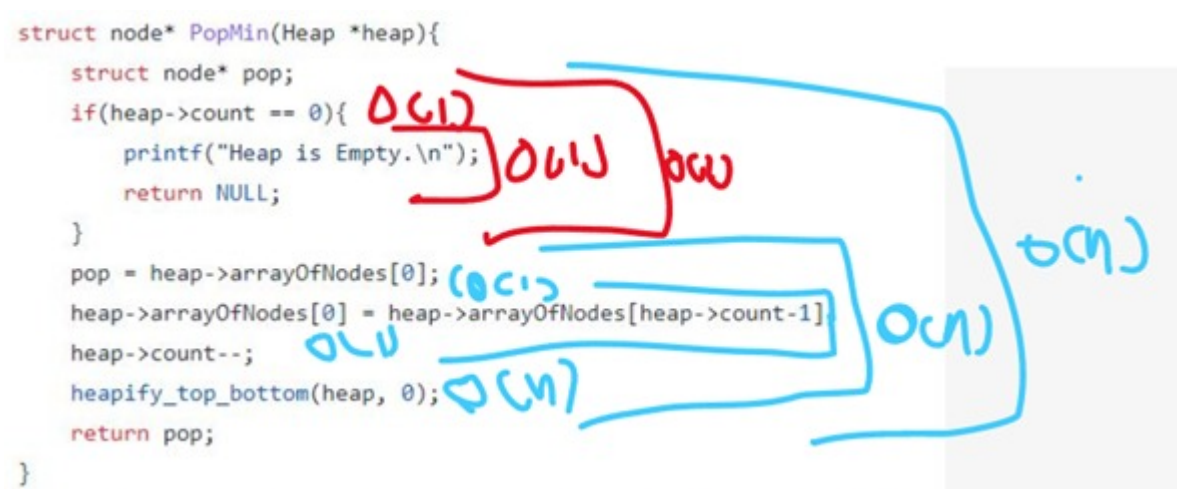


Figura 24


```

void getBits(struct node* HuffmanTree, struct bits bytesCode[], int bits, int sizeBits){
    if(!isEmpty(HuffmanTree)){//if not empty
        getBits(HuffmanTree->left, bytesCode, (bits << 1), sizeBits + 1); //irte al nodo izq, sumandole un 0
        if(isLeaf(HuffmanTree)){
            int hashKey = HuffmanTree->data.byte;
            bytesCode[hashKey].bits = bits;
            bytesCode[hashKey].byte = HuffmanTree->data.byte;
            bytesCode[hashKey].sizeBits = sizeBits;
        }
        getBits(HuffmanTree->right, bytesCode, (bits<<1) + 1, sizeBits + 1); //irte al nodo der sumandole un 1
    }
}

```

Handwritten notes on Figure 27:

- Blue: $T(n-1) = O(n)$
- Orange: $O(n)$ (multiple instances)
- Green: $T(n-1) = O(n)$

Figura 27

```

unsigned char* readByteCode(int* byteFileSize){
    unsigned char c;
    int i;
    FILE* file;

    //Abrimos y verificamos que si se abrio correctamente
    file = fopen("byteCode.dat", "rb");
    if(file == NULL){
        puts("Open file Failed");
        exit(1);
    }

    //Obtenemos el tamaño del archivo .dat
    fseek(file, 0L, SEEK_END);
    (*byteFileSize) = ftell(file);
    rewind(file);

    //Reservamos memoria donde guardaremos los bytes leidos
    unsigned char* bytesRead = malloc((*byteFileSize) * sizeof(unsigned char));

    //Leemos los bytes del .dat y los guardamos en un arreglo
    for(i = 0; i < (*byteFileSize); i++){
        fread(&c, sizeof(unsigned char), 1, file);
        bytesRead[i] = c;
    }
    fclose(file);
    return bytesRead;
}

```

Handwritten notes on Figure 28:

- Green: $O(n)$
- Purple: $O(n)$
- Yellow: $O(n)$
- Red: $O(n)$
- Text: "por jerarquia $O(n)$ "

Figura 28

```

void writeFile(unsigned char* bytesRead, struct node* mainTree, const char* file, int byteFileSize, int* fileSize){
    FILE* finalFile;

    //Abrimos y verificamos que si se abrio correctamente
    finalFile = fopen(file, "wb+");
    if(finalFile == NULL){
        puts("The file could not be opened.\n");
        exit(1);
    }

    //Variables para escribir en el archivo
    int i, posInBits = 7, bytesWritten = 0;
    unsigned char byteToWrite;

    //Leemos los bits extra que escribimos
    int bitsExtraWritten = bytesRead[byteFileSize-1];

    for(i = 0; i < byteFileSize - 1 && bytesWritten < (*fileSize);){
        posInBits = getCharacters(mainTree, bytesRead, &i, posInBits, &byteToWrite);
        //escribimos el byte correspondiente a los bits
        fwrite(&byteToWrite, sizeof(unsigned char), 1, finalFile);
        bytesWritten++; //conteo para no escribir de mas

        //Cuidamos no escribir los bits extra que escribimos al compilar
        if(i == (*fileSize) - 2 && 7 - posInBits == bitsExtraWritten){
            bytesWritten++;
        }

        //Checamos que no nos desbordamos de posicion de bits
        if(posInBits < 0){
            posInBits = 7;
            i++;
        }
    }
    (*fileSize) = bytesWritten;
    fclose(finalFile);
}

```

Handwritten annotations in red:

- Arrows pointing to `finalFile = fopen(file, "wb+");` and `exit(1);` with the label $O(1)$.
- A bracket around the `for` loop with the label $O(n)$.
- A bracket around the `if` statement inside the loop with the label $O(1)$.
- A bracket around the `if` statement after the loop with the label $O(1)$.
- A bracket around the `if` statement inside the loop with the label $O(1)$.
- A bracket around the `if` statement after the loop with the label $O(1)$.
- The text "por jerarquia $O(n)$ " is written next to the $O(n)$ label.

Figura 29

```

int getCharacters(struct node* HuffmanTree, unsigned char* cadena, int* posInString, int posInBits, unsigned char* byteToWrite){
    if(isLeaf(HuffmanTree)){
        *byteToWrite = HuffmanTree->data.byte;
        return posInBits;
    }
    else{
        if(posInBits < 0){
            (*posInString)++;
            posInBits = 7;
        }
        if(((int)CONSULTARBIT(cadena[*posInString]), (posInBits))) == 0){
            return getCharacters(HuffmanTree->left, cadena, posInString, (posInBits)-1, byteToWrite);
        }
        else{
            return getCharacters(HuffmanTree->right, cadena, posInString, posInBits-1, byteToWrite);
        }
    }
}

```

Handwritten annotations in yellow:

- A bracket around the `if(isLeaf(HuffmanTree))` block with the label $O(1)$.
- A bracket around the `if(posInBits < 0)` block with the label $O(1)$.
- A bracket around the `if` statement inside the `else` block with the label $O(1)$.
- A bracket around the `return` statements inside the `else` block with the label $O(n)$.
- The text $T(n-1) = O(n)$ is written next to the $O(n)$ label.
- The text $T(n-1) = O(n)$ is written next to the $O(n)$ label.
- The text $O(n)$ is written next to the $O(n)$ label.

Figura 30

Porcentajes de compresion

Tipo de archivo	% de compresión alcanzado
Txt	194.7 %
BMP	678 %
PNG	100 %
PDF	100 %
PPT	110.69 %
ZIP	100 %
RAR	102 %

Tiempos de ejecución

Tamaño	Tipo	tiempo comprimiendo	tiempo descomprimiendo
5 bytes	txt	$2.3698806763 \times 10^{-4}$	$1.0299682617 \times 10^{-4}$
15 bytes	txt	$1.9407272339 \times 10^{-4}$	$8.7022781372 \times 10^{-5}$
50 bytes	txt	$1.6713142395 \times 10^{-4}$	$1.0800361633 \times 10^{-4}$
700 bytes	rar	$2.3603439331 \times 10^{-4}$	$2.7418136597 \times 10^{-4}$
900 bytes	rar	$2.9397010803 \times 10^{-4}$	$3.4594535828 \times 10^{-4}$
1 kb	png	$2.6917457581 \times 10^{-4}$	$2.5701522827 \times 10^{-4}$
35.9 kb	txt	$2.1967887878 \times 10^{-3}$	$3.6909580231 \times 10^{-3}$
103 kb	pdf	$5.7950019836 \times 10^{-3}$	$1.5046119690 \times 10^{-2}$
115.5 kb	zip	$5.8871030807 \times 10^{-2}$	$4.9322843552 \times 10^{-2}$
142.8 kb	pdf	$8.2550048828 \times 10^{-3}$	$2.3307085037 \times 10^{-2}$
248.3 kb	ppt	$1.2196063995 \times 10^{-2}$	$2.9481887817 \times 10^{-2}$
512.6 kb	png	$2.1743059158 \times 10^{-2}$	$6.8802833557 \times 10^{-2}$
1 mb	txt	$4.3466091156 \times 10^{-2}$	$7.3101997375 \times 10^{-2}$
2.1 mb	txt	$7.6452016830 \times 10^{-2}$	$1.4342093468 \times 10^{-1}$
5 mb	png	$2.8373908997 \times 10^{-1}$	$6.7059397697 \times 10^{-1}$
10.7 mb	zip	$7.6861405373 \times 10^{-1}$	1.4399669170
11.6 mb	bmp	$9.0315604210 \times 10^{-1}$	$3.249371051 \times 10^{-1}$
105.3 mb	pdf	4.6418728828	1.3878057003×10^1
615 mb	zip	2.0849997044×10^1	8.0337167025×10^2
1 gb	txt	6.8174697876×10^1	1.2259612106×10^2

Cuestionario

Anexo