

课程名称: 线性系统理论 学时: 48 卷面总分: 100 分
 考试时长: 120 分钟 考试开卷: 笔试闭卷: 其它 _____ 不可用口
 考试方式: 笔试闭卷 口试 其它 _____
 辅助工具: 计算机 工具名称: _____

考试内容:

第一部分: 判断题 (共 10 分, 各 2 分)

请分别判断以下描述正确与否 (对或错):

- × 1、状态变量是一组描述系统信息个数最少且线性相关的变量。
 √ 2、互为对偶的两个系统, 一个系统的可控性等价于另一个系统的可观性。
 × 3、状态可控的系统是指所有状态在所有时刻均可控。
 × 4、系统受扰后的状态轨迹有界但不能收敛于平衡状态, 则该系统不稳定。
 ✓ 5、当控制域属于有界闭集时, 不一定存在使目标泛函取得极值的最优控制。

第二部分: 分析计算题 (共 65 分)

- 1、已知 $J[x] = x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3 - 3$, 若 x_1, x_2, x_3 均为 t 的函数, 求 $\delta J, J$ 的极值与极值点 x_1^*, x_2^*, x_3^* 。 (5 分)

- 2、已知系统的输入输出描述为: $\ddot{y} + 4\dot{y} + 3y + 2y = \dot{u} + 2u$,

- ①写出系统的一种状态空间表达式。
 ②判断系统的可控性、可观性。

- 3、已知系统的状态方程为 $\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} u$, 系统的输出为

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \text{ 初始状态为 } x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \text{ 输入量为 } u(t) = 1(t).$$

- ①求系统的传递函数矩阵 $G(s) = Y(s)/U(s)$ 。
 ②求系统的输出响应 $y(t)$ 。

4、设系统状态方程及初始条件为 $\dot{x}(t) = -x(t) + u(t), x(0) = 0$, 性能指标为 $J = \int_0^{t_f} (x^2 + u^2) dt$, 其中 $x(t_f) = 1, t_f$ 待定。试确定使 J 取得极值的最优控制 $u^*(t)$ 、最优轨迹 $x^*(t)$ 及最优终端时刻 t_f 。 (15 分)

5、假设神州飞船返回舱的质量(含燃料)为 $m(t)$, 离地球表面的高度为 $h(t)$, 垂直速度为 $v(t)$, 发动机推力为 $u(t)$, 返回过程中返回舱的质量变化规律为

$\dot{m}(t) = -ku(t)$, 其中地球表面重力加速度为常数 g , $h(0) = h_0$, $v(0) = v_0$, $m(0) = M$, 要求返回舱在地球表面着陆时, $h(t_f) = v(t_f) = 0$, t_f 为着陆时刻(待定)。发动机的推力 $0 \leq u(t) \leq \alpha, t \in [0, t_f]$, k, α, M 均为正的常数。

- ①写出返回舱系统的状态方程;
 ②确定最优控制 $u^*(t)$, 使返回舱软着陆时的燃料消耗 $J = -m(t_f)$ 最小。

(10 分)

第三部分: 设计题 (共 25 分)

- 1、设二阶系统动态方程为 $\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = 2x_1 + \alpha x_2 \end{cases}$, 试确定系统的平衡状态, 并用李雅普诺夫稳定性理论设计出系统大范围渐进稳定的 α 的取值范围。 (10 分)

2、设有线性定常系统 $\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx$, 其中 $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$, $BK = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ K_1 & K_2 \end{bmatrix}$

- ①设计使系统闭环极点为 -3 及 -3 的状态反馈增益 K 。
 ②设计极点全部为 -6 的全维状态观测器反馈增益 G 。