Demostraciones utilizando el principio del palomar

Albert Callisaya Condori

May 5, 2025

Problema 1: Distribución de 100 objetos en 7 cajas

Demostramos que si se distribuyen 100 objetos en 7 cajas, entonces al menos una de las cajas tendrá como mínimo 15 objetos. Para ello, aplicamos el principio del palomar.

Enunciado: Si se distribuyen 100 objetos en 7 cajas, entonces al menos una de las cajas tendrá como mínimo 15 objetos.

Demostración: Supongamos que ninguna caja tiene 15 o más objetos. En ese caso, cada caja tendría como máximo 14 objetos. Si distribuimos los objetos de esta manera, el número total de objetos en las 7 cajas sería:

$$7 \times 14 = 98$$

Sin embargo, tenemos 100 objetos, lo que es mayor que 98. Por lo tanto, es imposible distribuir los 100 objetos de manera que ninguna caja tenga 15 o más objetos. En consecuencia, al menos una de las cajas debe contener al menos 15 objetos.

```
% Número de objetos y cajas
n = 100;
k = 7;
m = 14;

% Comprobamos si el número de objetos supera el máximo posible si ninguna
if n > k * m
    disp('Al menos una caja tendra mas de 14 objetos.');
else
    disp('Es posible distribuir los objetos sin que ninguna caja tenga ma
end

% Opcional: distribución de objetos aleatoria en cajas (para ilustrar)
objetos = zeros(1, k);  % Vector que representa el número de objetos en c
objetos(1:mod(n, k)) = floor(n / k) + 1;  % Distribución más justa, balan
objetos(mod(n, k)+1:end) = floor(n / k);

% Mostrar la distribución
disp('Distribucion de objetos en las cajas:');
disp(objetos);
```

```
Al menos una caja tendra mas de 14 objetos.
Distribucion de objetos en las cajas:
   15   15   14   14   14   14   14
```

Problema 2: Suma de dígitos de 28 números

Demostramos que si se tienen 28 números enteros positivos menores o iguales que 1000, entonces al menos dos de ellos tienen la misma suma de dígitos.

Enunciado: Se tiene un conjunto de 28 números enteros positivos menores o iguales que 1000. Probar que hay al menos 2 números cuyo valor de la suma de sus dígitos es el mismo.

Demostración: Primero, observamos que la suma de los dígitos de cualquier número menor o igual a 1000 puede variar entre 1 y 27. Esto se debe a que el número más grande, 999, tiene una suma de dígitos de $9 + 9 + 9 = 27$.

Entonces, el conjunto de sumas de dígitos posibles tiene 27 valores posibles, es decir, los valores de la suma de dígitos van de 1 a 27.

Por otro lado, tenemos 28 números, y solo 27 posibles valores para la suma de sus dígitos. De acuerdo con el principio del palomar, si tenemos más objetos (28 números) que casilleros (27 posibles sumas de dígitos), al menos dos de los números deben compartir la misma suma de dígitos.

Por lo tanto, hemos demostrado que siempre habrá al menos dos números con la misma suma de dígitos.

```matlab
% Generar 28 enteros aleatorios entre 1 y 1000
n = 28; % Número de enteros
numeros = randi([1, 1000], 1, n); % Generamos los números aleatorios

% Calcular la suma de los dígitos de cada número
suma_digitos = arrayfun(@(x) sum(arrayfun(@(d) str2double(d), num2str(x)

% Mostrar los números y sus sumas de dígitos
disp('Numeros generados y sus sumas de digitos:');
disp(table(numeros', suma_digitos'));

% Verificar si hay duplicados en la suma de dígitos
[unique_sumas, idx] = unique(suma_digitos);

if length(unique_sumas) < n
    disp('¡Hay al menos dos numeros con la misma suma de digitos!');
else
    disp('No hay numeros con la misma suma de digitos.');
end
```