

ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET UNIVERZITETA
SARAJEVO

Diskretna Matematika

Zadaća 4

Student

Vedad Fejzagić

Broj indeksa

17336

Demonstrator

Šeila Bećirović

Grupa

RI2-2

January 12, 2018

Zadatak 1

Postavka:

Data su tri neusmjerena grafa:

$$G1 = x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7, x8, x1, x2, x1, x3, x1, x5, x1, x7, x2, x3, x2, x4, x2, x5, x3, x4, x3, x6, x4$$

$$G2 = x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7, x8, x1, x2, x1, x3, x1, x5, x1, x6, x2, x5, x2, x7, x2, x8, x3, x4, x3, x6, x3$$

$$G3 = x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7, x8, x1, x3, x1, x6, x1, x7, x1, x8, x2, x4, x2, x5, x2, x6, x2, x8, x3, x4, x5$$

Za ove grafove potrebno je uraditi sljedeće:

Predstavite ih pomoću matrica susjedstva i pomoću listi susjedstva.

Utvrdite ima li među ovim grafovima nekih koji su međusobno izomorfni. Ukoliko neka dva jesu izomorfna (ako takvih parova ima), prikažite kako glasi izomorfizam između njih. Ukoliko neka dva nisu izomorfna (ako takvih parova ima), argumentirano objasnite zašto nisu.

Utvrdite ima li među ovim grafovima planarnih grafova. Za one koji su planarni (ako ih ima), nacrtajte ih tako da im se grane ne presjecaju. Za one koji nisu planarni (ako ih ima), argumentirano objasnite zašto nisu.

Pronađite hromatske brojeve za ova tri grafa. Odgovor mora biti argumentiran.

Rješenje:

a) Matrica i lista susjedstva za graf G_1

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8
x1	-	1	1	-	1	-	1	-
x2	1	-	1	1	1	-	-	-
x3	1	1	-	1	-	1	-	-
x4	-	1	1	-	-	-	-	1
x5	1	1	-	-	-	-	1	1
x6	-	-	1	-	-	-	1	-
x7	1	-	-	-	1	1	-	1
x8	-	-	-	1	1	-	1	-

$$G_1 = (\{x_2, x_3, x_5, x_7\}, \{x_1, x_3, x_4, x_5\}, \{x_1, x_2, x_4, x_6\}, \{x_2, x_3, x_8\},$$

$$\{x_1, x_2, x_7, x_8\}, \{x_3, x_7\}, \{x_1, x_5, x_6, x_8\}, \{x_4, x_5, x_7\})$$

Matrica i lista susjedstva za graf G_2

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8
x1	-	1	1	-	1	1	-	-
x2	1	-	-	-	1	-	1	1
x3	1	-	-	1	-	1	1	-
x4	-	-	1	-	1	-	-	1
x5	1	1	-	1	-	1	-	-
x6	1	-	1	-	1	-	-	1
x7	-	1	1	-	-	-	-	-
x8	-	1	-	1	-	1	-	-

$$G_2 = (\{x2, x3, x5, x6\}, \{x1, x5, x7, x8\}, \{x1, x4, x6, x7\}, \{x3, x5, x8\}, \\ \{x1, x2, x4, x6\}, \{x1, x3, x5, x8\}, \{x2, x3\}, \{x2, x4, x6\})$$

Matrica i lista susjedstva za graf G_3

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8
x1	-	-	1	-	-	1	1	1
x2	-	-	-	1	1	1	-	1
x3	1	-	-	1	-	1	-	-
x4	-	1	1	-	1	-	-	-
x5	-	1	-	1	-	-	1	1
x6	1	1	1	-	-	-	-	1
x7	1	-	-	-	1	-	-	-
x8	1	1	-	-	1	1	-	-

$$G_3 = (\{x3, x6, x7, x8\}, \{x4, x5, x6, x8\}, \{x1, x4, x6\}, \{x2, x3, x5\}, \\ \{x2, x4, x7, x8\}, \{x1, x2, x3, x8\}, \{x1, x5\}, \{x1, x2, x5, x6\})$$

b)

Formiramo skupove stepena čvorova za svaki graf:

$$S_{G1} = \{4, 4, 4, 3, 4, 2, 4, 3\}$$

$$S_{G2} = \{3, 4, 4, 3, 4, 4, 2, 3\}$$

$$S_{G3} = \{4, 4, 3, 3, 4, 4, 2, 4\}$$

Vidimo da svaki graf ima jednak broj čvorova i grana, te su stepeni njihovih čvorova isti, pa je potreban uslov za izomorfizam zadovoljen.

c) Za početak koristimo Eulerovu teoremu m - broj grana, n - broj čvorova.
Za sva tri grafa vrijedi:

$$n = 8, m = 14$$

$$m \leq 3n - 6$$

$$14 \leq 18$$

Nejednakost je istinita, te svi grafovi mogu još uvijek biti planarni.

Lahko zaključujemo da su grafovi $G1$ i $G3$ planarni:

Graf $G2$ nije planaran jer kontrakcijom ivica dobijamo graf $K5$, tj. prema Wagnerovoj teoremi, nije planaran.

d)

Za graf $G1$:

$$x1 \rightarrow 4$$

$$x2 \rightarrow 1$$

$$x3 \rightarrow 2$$

$$x4 \rightarrow 3$$

$$x5 \rightarrow 2$$

$$x6 \rightarrow 1$$

$$x7 \rightarrow 3$$

$$x8 \rightarrow 1$$

Za graf $G2$:

$$x1 \rightarrow 1$$

$$x2 \rightarrow 2$$

$$x3 \rightarrow 3$$

$$x4 \rightarrow 1$$

$$x5 \rightarrow 3$$

$$x6 \rightarrow 2$$

$$x7 \rightarrow 1$$

Za graf G3:

$$x8 \rightarrow 3$$

$$x1 \rightarrow 4$$

$$x2 \rightarrow 1$$

$$x3 \rightarrow 1$$

$$x4 \rightarrow 2$$

$$x5 \rightarrow 3$$

$$x6 \rightarrow 3$$

$$x7 \rightarrow 1$$

$$x8 \rightarrow 2$$

Zadatak 1

Postavka:

	Amcazo	Brot	Quwuti	Sosyab	Uhsuru	Urasoto	Xanu	Zixa
Amcazo	0	500	260	1030	470	-	1210	220
Brot	500	0	1370	-	610	1060	640	610
Quwuti	260	1370	0	-	510	460	-	600
Sosyab	1030	-	-	0	480	250	770	500
Uhsuru	470	610	510	480	0	1490	270	260
Urasoto	-	1060	460	250	1490	0	370	240
Xanu	1210	640	-	770	270	370	0	370
Zixa	220	610	600	500	260	240	370	0

Rjesenje:

	Amcazo	Brot	Quwuti	Sosyab	Uhsuru	Urasoto	Xanu	Zixa
Amcazo	0	500	260	710	470	460	590	220
Brot	500	0	760	1090	610	850	640	610
Quwuti	260	760	0	710	510	460	780	480
Sosyab	710	1090	710	0	480	250	620	490
Uhsuru	470	610	510	480	0	500	270	260
Urasoto	460	850	460	250	500	0	370	240
Xanu	590	640	780	620	270	370	0	370
Zixa	220	610	480	490	260	240	370	0

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	-	-	-	-	-	-	-	-	65	-
B	-	-	-	-	-	-	-95	-	-	-
C	-	-	-	65	-	55	-	-	75	-
D	-105	-	-	-	-	-	-	60	-	-
E	-	-	-	-	-	-	-	70	-	-
F	-	-	-	80	-65	-	-	-	-	-
G	40	-	-30	-	50	-	-	-	-	-
H	-	45	-	-	-	-	60	-	-	-
I	-	-	-	-	-	-	-	20	-	-
J	-	-	-85	25	-	-	-	-	-	-

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Inicijalno stanje:	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
Iteracija 1	0	∞						∞	65	∞
Iteracija 2	0	130					145	85	65	∞
Iteracija 3	0	130	5	70	85	60	35	85	65	∞
Iteracija 4	-35	130	5	70	-5	60	35	65	30	∞
Iteracija 5	-35	95	5	70	-5	60	35	50	30	∞
Iteracija 6	-35	95	-30	35	-5	25	0	50	30	∞
Iteracija 7	-70	95	-30	35	-40	25	0	30	-5	∞
Iteracija 8	-70	60	-30	35	-40	25	0	15	-5	∞
Iteracija 9	-70	60	-65	0	-40	-10	-35	15	-5	∞
Iteracija 10	-105	60	-65	0	-75	-10	-35	-5	-40	∞
Iteracija 11	-105	25	-65	0	-75	-10	-35	-20	-40	∞
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Inicijalno stanje:	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Iteracija 1	A		G	C	F	C	B		A	
Iteracija 2	A	H	G	C	F	C	H	I	A	
Iteracija 3	A	H	G	C	G	C	B	I	A	
Iteracija 4	D	H	G	C	F	C	B	E	A	
Iteracija 5	D	H	G	C	F	C	B	I	A	
Iteracija 6	D	H	G	C	F	C	B	I	A	
Iteracija 7	D	H	G	C	F	C	B	E	A	
Iteracija 8	D	H	G	C	F	C	B	I	A	
Iteracija 9	D	H	G	C	F	C	B	I	A	
Iteracija 10	D	H	G	C	F	C	B	E	A	
Iteracija 11	D	H	G	C	F	C	B	E	A	