

પ્રશ્નપત્ર : 2  
વિષયવસ્તુ અને વિષયપદ્ધતિ સજ્જત  
વિષય : ગણિત

સમય : 3 કલાક

કુલ ગુણ : 100

- સૂચના : (1) આ પ્રશ્નપત્રમાં કુલ 5 પ્રશ્નો છે. તમામ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે. જરૂરી હોય ત્યાં ગણતરી દર્શાવવી.  
(2) દરેક મુખ્ય પ્રશ્ન નવા પાના ઉપરથી શરૂ કરવો અને મુખ્ય પ્રશ્નના તમામ પેટા પ્રશ્ન સાથે લખવા.

પ્રશ્ન-1 મુદ્દાસર જવાબ આપો. કોઈ પણ ત્રણ (200થી 250 શબ્દોમાં) (24)

1.  $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} + \frac{10}{z} - 4 = 0$

$\frac{4}{x} - \frac{6}{y} + \frac{5}{z} - 1 = 0$

$\frac{6}{x} + \frac{9}{y} - \frac{20}{z} = 2$

સમીકરણ સંહિતિનો ઉકેલ શ્રેણિકની મદદથી મેળવો.

2. 1 થી 1000 માં તમામ અંકો ભિન્ન હોય તેવી કેટલી સંખ્યા છે ?

3. (a) જો  $-1 \leq x \leq 1$  માટે  $y = e^{\arccos^{-1}x}$  હોય, તો સાબિત કરો

$$(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} - a^2y = 0$$

(b) સાબિત કરો કે જો  $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$  હોય તો.

$$A^n = \begin{bmatrix} \cos(n\theta) & \sin(n\theta) \\ -\sin(n\theta) & \cos(n\theta) \end{bmatrix}; \forall n \in \mathbb{N} \text{ હોય તો.}$$

4. લંબવૃત્તીય શંકુનું પૃષ્ઠફળ S આપેલ હોય ત્યારે મહત્તમ ઘનફળવાળા શંકુનો અર્ધશિરઃકોણ  $\sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$  છે તેમ સાબિત કરો.

5. નીચેના સંકલિતોની કિંમત શોધો.

(i)  $\int_0^{\pi} \frac{\theta d\theta}{a^2 \cos^2\theta + b^2 \sin^2\theta}$

(ii)  $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dt}{1 + \sqrt{t} \tan t}$

પ્રશ્ન-2 માગ્યા પ્રમાણે જવાબ આપો. કોઈ પણ ચાર (150 થી 200 શબ્દોમાં) (24)

1. વિકલ સમીકરણ  $y \frac{dx}{dy} = x(\log x - \log y + 1)$  નો ઉકેલ મેળવો.

2. (a)  $\int \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{(x-1)} dx$  શોધો.

(b) વિધેય  $f(x) = \sin x + \cos x$  ની મહત્તમ કિંમત શોધો.

3. (a)  $\int \frac{e^{\tan^{-1}x}}{(1+x^2)} dx$  શોધો.

(b)  $\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x} dx$  શોધો.

4. (i) જો  ${}^{n-1}P_3 : {}^nP_4 = 1:9$  તો  $n \in \mathbb{N}$  શોધો.

(ii) જો  ${}^{2n}C_3 : {}^nC_3 = 12:1$  તો  $n \in \mathbb{N}$  શોધો.

(iii) સમગુણોત્તર શ્રેણી  $3, 3/2, 3/4, \dots$  નાં પ્રથમ કેટલા પદોનો સરવાળો  $\frac{3069}{512}$  થાય ?

5. (i) જેનાં નાભિઓ  $(0, \pm 3)$  અને શિરોબિંદુઓ  $(0, \pm \frac{\sqrt{11}}{2})$  હોય, તેવા અતિવલયનુ સમીકરણ મેળવો.

(ii) રેખા  $l_1$  અને  $l_2$  નાં સદિશ સમીકરણ અનુક્રમે  $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ . અને  $\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ ,  $\mu \in \mathbb{R}$  પરસ્પર સમાંતર છે તેમ બતાવી તેમની વચ્ચેનું અંતર શોધો.

6. હેતુકેન્દ્રી પાઠ આયોજનનો અર્થ જણાવી તેના સોપાનોની સમજૂતી આપો.

પ્રશ્ન-3 માગ્યા પ્રમાણે જવાબ આપો. કોઈ પણ પાંચ (100 થી 150 શબ્દોમાં)

(20)

1. નીચે આપેલ આવૃત્તિ વિતરણ માટે મધ્યક, વિચરણ અને પ્રમાણિત વિચલનની ગણતરી ચોથા વર્ગની મધ્યકિંમત દ્વારા કરો.

વર્ગ	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
આવૃત્તિ	3	7	12	15	8	3	2

2. એક શહેરમાં પુરુષોની અને સ્ત્રીઓની સંખ્યા સમાન છે. 5% પુરુષો તથા 0.25% સ્ત્રીઓને લાલાશ રંગના વાળ છે. લાલાશ રંગવાળી વ્યક્તિને યાદચ્છીક રીતે પસંદ કરી છે. આ વ્યક્તિ પુરુષ હોવાની સંભાવના શોધો.

3. A (6, 7) અને B (2, 3) બિંદુઓમાંથી પસાર થતી રેખાનું સમીકરણ નિશ્ચાયકનો ઉપયોગ કરી મેળવો.  $\overleftrightarrow{AB}$  પર ન હોય તેવું બિંદુ C (k, 5) એવું છે જેથી  $\Delta ABC$ નું ક્ષેત્રફળ 10 થાય છે તો k શોધો.

4. ગણિતમાં પૃથ્થકરણ પદ્ધતિના લાભ અને મર્યાદાઓ જણાવો.

5.  $(x+a)^n$  ના વિસ્તરણમાં બીજું, ત્રીજું અને ચોથું પદ અનુક્રમે 240, 720 અને 1080 હોય તો x, a અને n શોધો.

6. y-અક્ષને ઊગમબિંદુ આગળ સ્પર્શતા વર્તુળોની સંહિતનું વિકલ સમીકરણ શોધો.

7. વિકલિતના ઉપયોગથી  $(25)^{1/3}$  નું આસન્ન મૂલ્ય શોધો.

પ્રશ્ન-4 એક કે બે વાક્યમાં જવાબ આપો.

(20)

1. (6, -2) અને (8, 4) બિંદુઓમાંથી પસાર થતી રેખા અને (12, 8) તથા (24, k) બિંદુઓમાંથી પસાર થતી રેખા પરસ્પર (i) લંબ હોય ત્યારે અને (ii) સમાંતર હોય, ત્યારે k શોધો.

2. નીચેનાં લક્ષ અસ્તિત્વ ધરાવે તો શોધો.

(i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x^5)}{\sin^5 x}$

(ii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \tan x - 1}{x}$

3. A અને B બે ઘટનાઓ એવા પ્રકારની છે કે  $P(A) = 0.55$ ,  $P(B) = 0.69$  અને  $P(A \cap B) = 0.34$  હોય, તો (i)  $P(A \cup B)$  (ii)  $P(A \cap B')$  શોધો.

4. નીચેના શ્રેણીક સમીકરણમાંથી  $x$  અને  $y$  નાં મૂલ્ય શોધો.

$$4 \begin{bmatrix} x & 5 \\ 7 & y-3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -13 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 16 \\ 15 & 14 \end{bmatrix}$$

5.  $f(x) = ax + 1, x < 4$   
 $f(x) = bx + 3, x > 4$  દ્વારા વ્યાખ્યાયિત વિધેય  $x = 4$  આગળ સતત હોય,  
તો  $a$  અને  $b$  વચ્ચેનો સંબંધ મેળવો.
6. જેમનો સરવાળો 25 હોય તથા જેમના વર્ગોનો સરવાળો ન્યૂનતમ હોય એવી બે ધન સંખ્યાઓ વિકલિતની મદદથી શોધો.
7. જો  $y = \cos^{-1} x$  હોય તો સાબિત કરો કે  $(1-x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} = x \frac{dy}{dx}$
8. જો  $\vec{x} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ ,  $\vec{y} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  હોય, તો સદિશ  $(\vec{x} + \vec{y})$  અને  $(\vec{x} - \vec{y})$  બન્નેને લંબ એકમ સદિશ મેળવો.
9.  $\int_1^2 |x - x^3| dx$  મેળવો.
10. શિક્ષકકેન્દ્રી પદ્ધતિ તરીકે નિદર્શન પદ્ધતિનાં ગુણ જણાવો.

પ્રશ્ન-5 સૂચવ્યા મુજબ ઉત્તર લખો.

(12)

● ખાલી જગ્યા પૂરો.

- જો ગણ  $A, B$  અને  $C$  પરસ્પર અલગ ગણ હોય તો,  $n(A \cup B \cup C) = \dots\dots\dots$  થાય.
- $\tan$  વિધેયનું મુખ્ય આવર્તમાન  $\dots\dots\dots$  છે.
- સમગુણોત્તર શ્રેણી 1, 2, 4, 8, 16,  $\dots\dots$  નું 17 મું પદ  $\dots\dots\dots$  છે.
- $\sin^{-1}\left(\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right) = \dots\dots\dots$  થાય.
- બિંદુઓ  $A(2, 7), B(1, 1)$  અને  $C(10, 8)$  હોય તો  $\Delta ABC$ નું ક્ષેત્રફળ  $\dots\dots\dots$  રકમ થાય.
- વક્ર  $x^{2/3} + y^{2/3} = 1$  ના બિંદુ  $(1, 1)$  પાસેના અભિલંબનો ઢાળ  $\dots\dots\dots$  છે.

● નીચેના વિધાન ખરાં છે કે ખોટાં તે જણાવો.

- પ્રત્યેક સંબંધ હંમેશા વિધેય હોય છે.
- દ્વિઘાત સમીકરણ  $x^2 + x + 1 = 0$  નું એક બીજ વાસ્તવિક સંખ્યા છે.
- ક્રમચયમાં ક્રમનું મહત્ત્વ નથી.
- વિધેય  $f: N \rightarrow N; f(x) = x^3; \forall x \in N$  એ વ્યોપત વિધેય છે.
- એક એવા  $3 \times 3$  કક્ષાના ચોરસ શ્રેણિકનું ઉદાહરણ આપો જે સામાન્ય શ્રેણિક ન હોય.
- એક એવા વિધેયનું ઉદાહરણ આપો જે સતત હોય પરંતુ વિકલનીય ન હાય.

