2023 五一赛 B 题第一小问代码说明

(本文档由 B 站 UP：全糖奶茶屋提供)

第四小问不再是预测了，变成了一个规划模型．这里实际上是给定了所有城市的需要运输的总量，进行一个规划模型．那么就是需要目标函数+约束条件．

值得注意的是，所有铁路的固定成本、额定装货量就是一个参数而已，具体的实际装货量允许超过额定装货量，所以也没有什么特别大的作用，不在约束条件中体现，只在目标函数中出现．

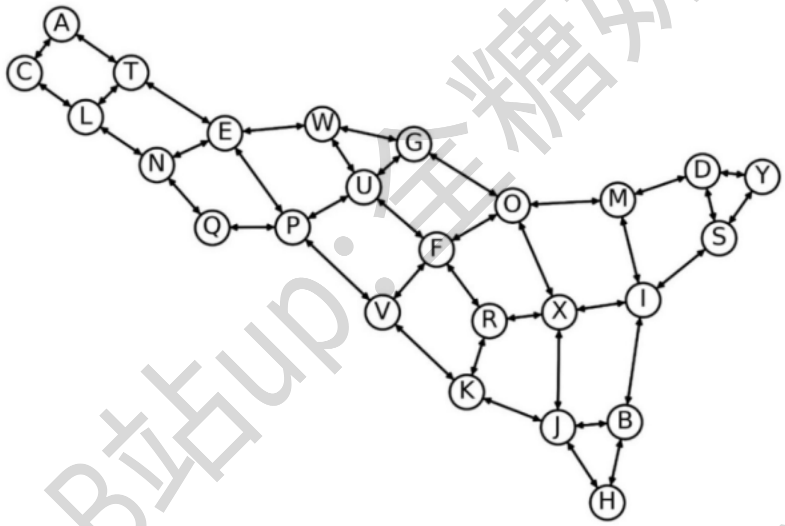
为了能更加方便以下的表达，我们需要做一些准备工作．

首先，所有的运输过程都是只能在相邻的城市之间进行，不可以跳过城市，因此我们实际上是有一个与上一问类似的矩阵存在的．

$$any(A)=\begin{pmatrix} any(x_{1,1}) & \dots & any(x_{1,25}) \\ \dots & \dots & \dots \\ any(x_{25,1}) & \dots & any(x_{25,25}) \end{pmatrix}$$

此时，根据两个城市是否相邻，来判断 $any(x_{ij})$ 是否等于 1．如果相邻，那么，$any(x_{ij})$ 等于 1，如果不相邻，那么 $any(x_{ij})$ 等于 0．

然后，我们设定决策变量．对于某一天，某条快递线路，决策变量就是当天在具体哪几个城市上面进行运输．比如, A 到 E，可以走 ATE，也可以走 ACLNE.



设定决策变量路线(这里只是以 AE 为例)

$$luxian_{AE}=\begin{pmatrix} any(y_{1,1}) & \dots & any(y_{1,25}) \\ \dots & \dots & \dots \\ any(y_{25,1}) & \dots & any(y_{25,25}) \end{pmatrix}$$

以及运输量

$$yunshu_{AE}=\begin{pmatrix} y_{1,1} & \dots & y_{1,25} \\ \dots & \dots & \dots \\ y_{25,1} & \dots & y_{25,25} \end{pmatrix}$$

AE 运输的快递总量为 $zongliang_{AE}$.

那么每条相邻路的总成本就是按照如下公式计算，

$$成本 = 固定成本 \times \left[1 + \left(\frac{实际装货量}{额定装货量}\right)^3\right]$$

其中，固定成本和额定装货量都是参数，实际装货量是所有路径的 yij.(不光是 AE 要经过 AT，可能 AW 也要经过 AT，这些所有的 yij 必须加起来.)

目标函数是最低运输成本.

下面开始写约束条件，

(1)

由于只能按照规定路径运输，因此

$$any(y_{ij}) \le any(x_{ij})$$

也就是说不通的道路不能运输.

(2)

既然路线是从 A 到 E 的，那么必须满足送货从 A 送到 E. 也就是 A 只有出货的路线(当然，我们这边不考虑绕着 A 兜圈子，再回到 A)，也就是说这个 A 所有送出路径的出货总量应该等于 AE 需要的运输总量，也就是说，yunshu_AE 的第一行所有数字加起来，只能是 zongliang_AE.(第一行的所有路线，就是从 A 出发的所有路线).

$$y_{1,1} + y_{1,2} + \ldots + y_{1,25} = zongliang_{AE}$$

同时，对于路线 AE 来说，应该也是没有货物进入 A 的，第一列表示的就是送往 A 的所有路线.

$$y_{1,1} = y_{2,1} = \ldots = y_{25,1} = 0$$

而对于 E，这个情况正好相反，E 只有进入的没有送出的，因此我们有：

$$y_{5,1} = y_{5,2} = \ldots = y_{5,25} = 0$$

$$y_{1,5} + y_{2,5} + \ldots + y_{25,5} = zongliang_{AE}$$

而对于 AE 运输道路上的其他城市，我们要求它的进货量必须等于出货量，才能保证货物的正常送达. 也就是说

$$\sum_i x_{ij} = \sum_j x_{ij}$$

(3)

最后，要求说走的路线不得多于 5 条.

简单的处理方式是，我们规定 AE 的所有快递包裹都必须在一起送往，那么也就是有

$$\sum_{i,j} any(y_{ij}) \le 5$$

一般来说，结果肯定是这样的一种处理方式.

但是，如果你想复杂化模型，也是可以的. 就是 AE 的所有包裹，我还需要把它们拆开，然后走不同的路径从 A 运到 E. 这样的话，模型解释就更加复杂了，我们无法从 0-1 矩阵的角度来计算路径数量了，必须使用其他的方法.

一个很聪明的转化方式就是，虽然我们让所有的路径都变成五条，无论是通过几个城市的. 那么这个想法的解决方案就是设置城市的分身，将每个城市分身为六个城市，例如 A 可以变为 A1 A2 A3 A4 A5 A6，城市分身之间的成本为0，那么从 A 到 E 的路径 ATE，就会变成 A1 A2 A3 A4 T5 E6，当然，也有可能变成 A1 A2 A3 T4 T5 E6，但是这个并不会影响到最终结果，因为我们的结果一定是 ATE.

那么现在我们还是考虑 AE 这条路径，决策变量就变成了第一步 A1 运输到 A2,B2,...,Y2 的 25 个变量 $T_{1,1}^{(1)},...,T_{1,25}^{(1)}$，再加上第二步 A2,B2,C2,...,Y2 运输到 A2,B2,...,Y2 的 25*25 个变量 $T_{1,1}^{(2)},...,T_{25,25}^{(2)}$，...，一直到最后一步，从 A5,B5,...Y5 运输到 E6 的 25 个变量 $T_{1,5}^{(5)},...,T_{25,5}^{(5)}$.

首先写目标函数，例如对于线路 AL，我们需要把所有运输经过 AL 的运输总量相加，才能得到运输成本. 首先，在路线 AE 中，经过 AL 的运输量包含 A1L2,A2L3,A3L4,A4L5，然后还有其他路径. 有了所有经过 AL 的运输量之后，再去代入公式

$$成本 = 固定成本 \times \left[1 + \left(\frac{实际装货量}{额定装货量}\right)^3\right]$$

这里的目标函数比较复杂.

同样，我们需要写约束条件.

(1)

由于只能按照规定路径运输，因此

$$any(T_{ij}^{(k)}) \le any(x_{ij})$$

也就是说不通的道路不能运输.

(2)

既然路线是从 A 到 E 的，那么必须满足送货从 A 送到 E. 也就是所有的货物一开始都是从 A1 出发的，所有出发货物的数字加起来，只能是 zongliang_AE.(第一行的所有路线，就是从 A 出发的所有路线).

$$\sum_j T_{1,j}^{(1)} = zongliang_{AE}$$

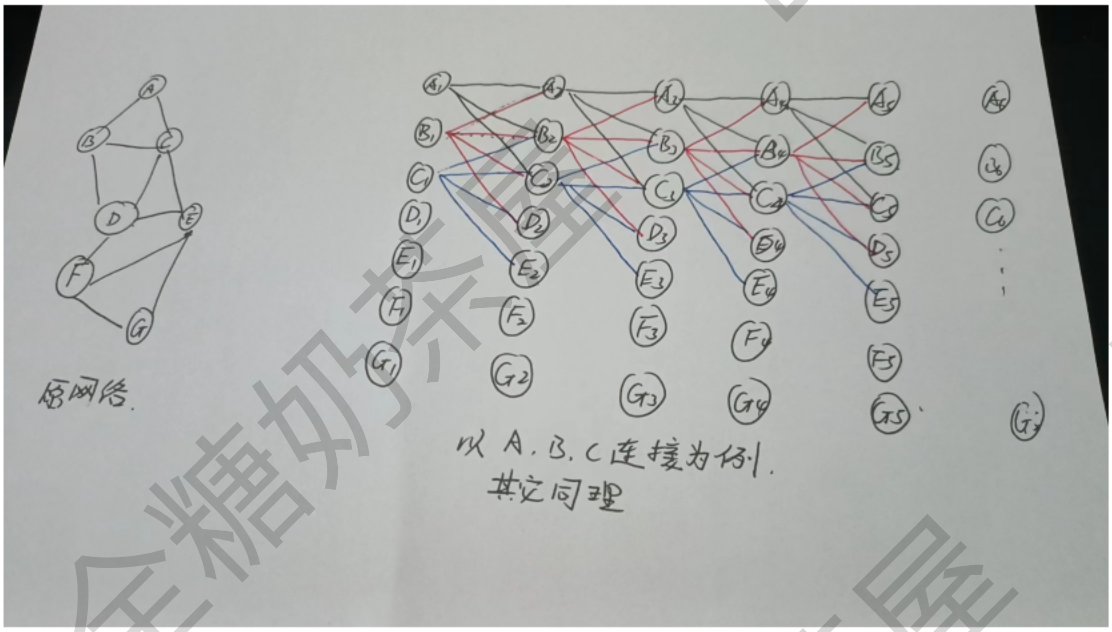
而对于 E, E 是终点城市, E5 是所有快递的终点只有进入的没有送出的，因此我们有：

$$\sum_i T_{i,5}^{(5)} = zongliang_{AE}$$

而对于 A1E6 运输道路上的其他城市，我们要求它的进货量必须等于出货量，才能保证货物的正常送达. 也就是说

$$\sum_j T_{ij}^{(k)} = \sum_i T_{ij}^{(k+1)}$$

(3) 走的路线不得多于 5 条，这个是天然满足的.


原网络.
以 A.B.C 连接为例.
其它同理