

所属类别	2023 年“华数杯”全国大学生数学建模竞赛	参赛编号
本科组		CM2300888

## 计算机配色研究：基于单常数 K-M 理论与线性规划求解

### 摘要

本题主要研究的问题是：对于计算机配色的研究。通过赛方给定相关数据以及团队自身收集的数据，研究 K/S 与浓度之间的关系，以及探寻在不同的约束情况下，探寻不同的配色配方，而本论文主要运用 Python 进行分析。

对于问题一，根据相关文献及其理论<sup>[4]</sup>，推得 K/S 与浓度间应当呈现某种线性关系，并运用 Python 的 `scipy` 包的 `curve_fit()` 函数进行线性拟合。

对于问题二，根据单常数 K-M 理论的扩展，我们采用 K/S 匹配的方法，阅读相关文献，算得样本以及求解过程值对应的 X、Y、Z、L、a、b 值，以此计算色差为目标方程，并运用 `scipy` 的 `minimize` 建立求解相对应的目标函数以及约束方程进行线性规划。

对于问题三，运用问题二建立的线性规划方程，然后将色差小于 1 变为约束条件，之后将目标函数变为相对应的重量价格计算方程，继续采用 `scipy` 的 `minimize` 建立求解相对应的目标函数以及约束方程进行线性规划即可。

对于问题四，运用问题三建立的线性规划方程，之后将目标函数变为相对应的重量计算方程，继续采用 `scipy` 的 `minimize` 建立求解相对应的目标函数以及约束方程进行线性规划即可。

关键词： Python `scipy` 线性拟合 单常数 K-M 理论 K/S 匹配 线性规划

# 1 问题背景与重述

## 1.1 问题的背景

智能制造已成为配色有色制品行业的广泛趋势，越来越多的企业开发计算机配色染色系统。从国家的角度来说，计算机配色的发展可以促进我国计算机行业与其他行业深度融合，协调发展。并帮助企业增强外观美观度，进而提升市场竞争力。而对于学术方面而言，计算机配色研究可以增强产学研融合，推动多个领域发展，比如在研究计算机配色的同时可能还会推动物理光学方面的实验。

因此，本届“华数杯”全国大学生数学建模竞赛深刻领悟时代思想，与时俱进，提出相对应问题，鼓励学生将所学运用到实际问题中，运用所学知识解决计算机配色领域相关问题。

## 1.2 问题的叙述

问题一：运用相关数据，分析三种着色剂在不同波长下 K/S 与浓度的关系，确定 K/S 与浓度在不同波长下的函数关系式，计算函数关系式的拟合系数。

问题二：利用已知条件，通过建立优化模型，基于已知目标样的 R 值、光谱三刺激值加权表和着色剂 K/S 基础数据库，配出与目标样的色差最接近的 10 个不同配方，并要求色差小于 1。

问题三：根据问题二的配色方案，在考虑色差最小因素、成本控制因素和批量配色因数的要求下，求出与目标样之间色差最为接近的 10 个不同配方，要求色差小于 1。

问题四：基于问题三，在寻找最优配色方案的同时，还要尽量减少所需着色剂的种类和重量。寻找所需着色剂最少的方案。每个样本要求配出 5 个不同的配方且色差小于 1。

# 2、分析

问题一：按照附件 2 中所述，共有 400nm、420nm、440nm、460nm、480nm、500nm、520nm、540nm、560nm、580nm、600nm、620nm、640nm、660nm、680nm、700nm，共计 16 个不同的波长，在不同波长下，红、黄、蓝分别有 0.05%、0.1%、0.5%、1%、2%、3%、4%、5% 八种不同浓度下的 K/S 值，根据问题一所给数据特征和问题的要求，在相应假设下，由相关文献推得<sup>[4]</sup>，采用线性关系式进行拟合，并计算出关系式的参数。

问题二：根据相关文献<sup>[2]</sup>，计算出各个样本对应的 XYZ 刺激值以及 Lab 等值用于后续计算色差。然后根据问题一求得的单位 K/S，以及 K-M 单常数配色理论中的匹配 K/S，建立线性规划，以色差为约束条件，运用 Python 的 sympy 的 minimize 函数求解。

问题三：根据问题二中的模型，结合色母粒价格信息，将目标函数变为价格函数，并将色差加入到约束条件当中，之后依旧运用 minimize 函数求解即可。

问题四：据问题三中的模型，修改目标函数，变为对所需着色剂种类数量和重量的约束，之后依旧运用 minimize 函数求解即可。

### 3、模型假设

- 假设 1：假设基底为理想白
- 假设 2：色料的散射系数  $S$  相对于基材的散射系数  $S_0$  可忽略不计<sup>[5]</sup>。
- 假设 3：每个着色剂的吸收系数  $K$ /散射系数  $S$  的比值具有加和性，因而可以直接考虑不同浓度的着色剂混合并且直接用于线性规划。
- 假设 4：该制品在不透明条件下反射，可理解为无限厚度条件下进行反射。

### 4、主要符号说明

序号	符号	符号说明
1	$K$	吸收系数
2	$S$	散射系数
3	$\lambda$	光波波长
4	$i$	色料类型
5	$R(r)$	光谱反射率
6	$(X, Y, Z)$	光谱三刺激值
7	$(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$	观察者的光谱三刺激值
8	$S$	光谱能量分布
9	$f$	( $K/S$ ) 矩阵
10	$\varphi$	单位标准浓度
11	$\gamma$	计算精度
12	$(L, a, b)$	颜色参数
13	$TC$	总成本
14	$p$	色母价格
15	$M$	基材重量

### 5、问题一的模型建立与求解

#### 5.1 问题分析

常用来拟合的方法是以最小二乘法为依据的逐步回归分析，根据色料加和混合模型和单常数理论，可以知道色料的吸收系数  $K$ /散射系数  $S$  的值是与其色料浓度成一次线性关系的，于是在建立模型时将基材  $K/S$  值作为色料 0 浓度点，结合数据按照建立一次线性模型进行拟合，得到一个相对可靠的结果。

## 5.2 模型建立

根据相关文献表明<sup>[1,3,5]</sup>，K/S 与 R 存在如下关系<sup>[1]</sup>：

$$\left(\frac{K}{S}\right)_{\lambda} = \left(\frac{K}{S}\right)_{\lambda}^0 + \sum_{i=1} c_i \left(\frac{k}{s}\right)_{\lambda}^i = \frac{(1 - R_{\infty})^2}{2R_{\infty}} \quad (1)$$

公式（5）中：

$(K/S)_{\lambda}$ 为混色在波长  $\lambda$  处吸收系数 K 与散射系数 S 之比，简称 K/S 值。

$(K/S)_{\lambda}^0$ 为基材在波长  $\lambda$  处吸收系数与散射系数的比值。

$(k/s)_{\lambda}^i$ 为色料 i 在波长  $\lambda$  处的单位浓度吸收系数与散射系数的比值。

R表示可见光的光谱反射率。

于是可以得知在特定的波长下，染色物质在基材上染色模型是一个与基材有关的一次线性模型，假设设定的浓度为 c 的样本染色，则建立函数为：

$$y = \alpha + \beta c \quad (2)$$

并将附件二中的数据按照波长带入拟合得到问题一如下表所示：

表 1 问题 1 的相关数据

波长	红色（函数式/拟合系数）	黄色（函数式/拟合系数）	蓝色（函数式/拟合系数）
400nm	y=0.5226+0.7519 *x 0.9769	y=0.39+1.6188* x 0.9977	y=0.0471+0.3712 *x 0.9912
420nm	y=0.2244+0.6826 *x 0.9877	y=0.395+1.7203 *x 0.9978	y=0.021+0.2922*x 0.9996
440nm	y=0.1294+0.6472 *x 0.9893	y=0.3858+1.920 2*x 0.9982	y=0.0178+0.2826 *x 0.9996
460nm	y=0.1437+0.6309 *x 0.9956	y=0.3335+1.726 3*x 0.9983	y=0.0158+0.3627 *x 0.9997
480nm	y=0.182+1.0847* x 0.9980	y=0.2577+1.310 6*x 0.9981	y=0.0166+0.393*x 0.9998

---

500nm	$y=0.2305+1.6852$ *x	0.9989	$y=0.1677+0.853$ 5*x	0.9982	$y=0.0292+0.5404$ *x	0.9992
520nm	$y=0.2822+2.4895$ *x	0.9993	$y=0.0897+0.397$ 5*x	0.9968	$y=0.0325+0.6808$ *x	0.9995
540nm	$y=0.2629+2.688^*$ x	0.9994	$y=0.0388+0.151$ 7*x	0.9979	$y=0.0279+0.8821$ *x	0.9993
560nm	$y=0.2977+2.5908$ *x	0.9993	$y=0.0202+0.060$ 3*x	0.9970	$y=0.0296+1.2823$ *x	0.9996
580nm	$y=0.0375+1.076^*$ x	0.9993	$y=0.0089+0.024$ 4*x	0.9836	$y=0.0457+1.6784$ *x	0.9994
600nm	$y=0.0101+0.2338$ *x	0.9963	$y=0.0048+0.006$ 9*x	0.9994	$y=0.0512+1.8789$ *x	0.9995
620nm	$y=0.0081+0.0499$ *x	0.9994	$y=0.003+0.0021$ *x	0.9585	$y=0.0548+1.9751$ *x	0.9995
640nm	$y=0.0063+0.0098$ *x	0.9978	$y=0.0026+0.000$ 8*x	0.7847	$y=0.0477+1.8987$ *x	0.9995
660nm	$y=0.005+0.005^*x$	0.9988	$y=0.0023+0.000$ 4*x	0.5323	$y=0.0238+1.282^*x$	0.9996
680nm	$y=0.0061+0.0018$ *x	0.9400	$y=0.0022+0.000$ 2*x	0.2677	$y=0.0147+0.4934$ *x	0.9998

---

---

	$y=0.0058+0.0008$	$y=0.0019+0.000$	$y=0.0044+0.3427$	
700nm		0.7469	0.2150	0.9997
	*x	2*x	*x	

---

## 5.3 模型分析

根据相关数据显示，红色与蓝色拟合结果较好。而黄色在浓度较高时，拟合结果较差。

## 6、问题二的模型建立与求解

### 6.1 问题分析

常用来比较配色的几个参数为颜色的 R 值，K/S 值以及颜色的刺激度，由问题二中已知目标样本的 R 值，由刺激度公式和单常数理论可以计算出目标样本的刺激度和 K/S 值，在问题一中我们可以采用色料加和混合模型来进行三种颜料混和后的 K/S 值求解，同样也可以求得混合后的样本的刺激值，因此，在问题二中我们要建立一个**配色模型**，根据相关文献，采用匹配 K/S 值的方法<sup>[4]</sup>，将我们配色方案的相关参数求得后寻找出于目标样本最接近的几个配色样本，并计算色差，将其作为目标函数，寻找色差小于 1 的配色方案，选取色差最小的十个方案作为样本的最优配色方案。

### 6.2 模型建立

根据相关文献的 K-M 单常数配色理论的拓展<sup>[4]</sup>，进行 K/S 值的匹配，而具体推导过程如下。

由题目得，三刺激值 XYZ 的计算方式如下：

$$\begin{cases} X = k \int_{400}^{700} S(\lambda) \bar{x}(\lambda) R(\lambda) d(\lambda) \\ Y = k \int_{400}^{700} S(\lambda) \bar{y}(\lambda) R(\lambda) d(\lambda) \\ Z = k \int_{400}^{700} S(\lambda) \bar{z}(\lambda) R(\lambda) d(\lambda) \end{cases} \quad (3)$$

其中 $S(\lambda)$ 为光谱能量分布， $\bar{x}(\lambda)$ ， $\bar{y}(\lambda)$ ， $\bar{z}(\lambda)$ 为观察者的光谱三刺激值， $R(\lambda)$ 为光谱反射率， $k$ 值是常规因数， $d(\lambda)$ 为测量物体反射率波长间隔

以三种基础色红黄蓝油墨为基础染料，波长从 400~700nm，波长间隔为 20nm，令：

$$t = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad T = \begin{bmatrix} \bar{x}_{400} & \bar{x}_{420} & \dots & \bar{x}_{700} \\ \bar{y}_{400} & \bar{y}_{420} & \dots & \bar{y}_{700} \\ \bar{z}_{400} & \bar{z}_{420} & \dots & \bar{z}_{700} \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} S_{400} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & S_{420} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & S_{700} \end{bmatrix}$$

其中  $t$  为标样的三刺激值， $T$  为标准色度观察者光谱三刺激值， $S$  为光谱能量分布

令标样的光谱反射率列矢量为 $r^s$ ，配样的光谱反射率列矢量为 $r^m$ ，其形式如下：

$$r^s = \begin{bmatrix} R_{400}^s \\ R_{420}^s \\ \vdots \\ R_{700}^s \end{bmatrix} \quad r^m = \begin{bmatrix} R_{400}^m \\ R_{420}^m \\ \vdots \\ R_{700}^m \end{bmatrix}$$

根据同色异谱理论<sup>[1]</sup>，只要使配样和标样中的三刺激值相等，即可得到我们想要的配方，由公式（3）得：

$$\begin{cases} k \int_{400}^{700} S(\lambda) \bar{x}(\lambda) R^m(\lambda) d(\lambda) = k \int_{400}^{700} S(\lambda) \bar{x}(\lambda) R^s(\lambda) d(\lambda) \\ k \int_{400}^{700} S(\lambda) \bar{y}(\lambda) R^m(\lambda) d(\lambda) = k \int_{400}^{700} S(\lambda) \bar{y}(\lambda) R^s(\lambda) d(\lambda) \\ k \int_{400}^{700} S(\lambda) \bar{z}(\lambda) R^m(\lambda) d(\lambda) = k \int_{400}^{700} S(\lambda) \bar{z}(\lambda) R^s(\lambda) d(\lambda) \end{cases} \quad (4)$$

化简得

$$TSr^m = TSr^s \quad (5)$$

由于颜料的散射性很差，故  $S$  值很小，可大致认为是一个常数，所以可将  $K/S$  看做

一个变量。因此，当色差不大时：

$$\Delta R \sim dR = \frac{dR}{d(K/S)} \Delta(K/S) \quad (6)$$

即：

$$R_{\lambda}^s - R_{\lambda}^m = \frac{\partial R_{\lambda}}{\partial \left(\frac{K}{S}\right)_{\lambda}} = \left( \left(\frac{K}{S}\right)_{\lambda}^s - \left(\frac{K}{S}\right)_{\lambda}^m \right) \quad (7)$$

改写成矩阵形式为：

$$\mathbf{r}^s - \mathbf{r}^m = \mathbf{D}(\mathbf{f}^s - \mathbf{f}^m) \quad (8)$$

其中：

$$\mathbf{f}^s = \begin{bmatrix} (K/S)_{400}^s \\ (K/S)_{420}^s \\ \vdots \\ (K/S)_{700}^s \end{bmatrix} \quad \mathbf{f}^m = \begin{bmatrix} (K/S)_{400}^m \\ (K/S)_{420}^m \\ \vdots \\ (K/S)_{700}^m \end{bmatrix} \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_{400} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & d_{420} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & d_{700} \end{bmatrix}$$

$$d_{\lambda} = \frac{\partial R_{\lambda}}{\partial \left(\frac{K}{S}\right)_{\lambda}} = \frac{2R^2}{R_{\lambda}^2 - 1} \quad (9)$$

$\mathbf{f}^s$ 为标样在不同波长下的 K/S 值矩阵， $\mathbf{f}^m$ 为配样在不同波长下的 K/S 值矩阵。

将（8）式带入（5）式中得：

$$\mathbf{TSDf}^s = \mathbf{TSDf}^m \quad (10)$$

由 Kubelka-Munk 单常数理论知：

$$\left(\frac{K}{S}\right)^m = \left(\frac{K}{S}\right)^t + \sum_{i=1}^3 c_i \left(\frac{K}{S}\right)_{\lambda}^i \quad (11)$$

令：



$$\boldsymbol{\varphi} = \begin{bmatrix} (k/s)_{400}^1 & (k/s)_{400}^2 & (k/s)_{400}^3 \\ (k/s)_{420}^1 & (k/s)_{420}^2 & (k/s)_{420}^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ (k/s)_{700}^1 & (k/s)_{700}^2 & (k/s)_{700}^3 \end{bmatrix} \boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}$$

则式 (11) 可以改成:

$$\boldsymbol{f}^m = \boldsymbol{f}^t + \boldsymbol{\varphi} \boldsymbol{c} \quad (12)$$

其中  $\boldsymbol{f}^t$  为基底(K/S)列阵,  $\boldsymbol{\varphi}$  为单位标准浓度,  $\boldsymbol{c}$  为基础油墨浓度列阵, 即配色配方, 最终得到的是配色配方的 K/S 值, 之后根据式 (1), 可以算的对应的反射率 R, 再根据 (3), 可算得 XYZ 三值。

而根据相关文献<sup>[2]</sup>, 关于色差, 有如下计算公式:

$$\begin{cases} L = 116\left(\frac{Y}{Y_0}\right)^{1/3} - 16 \\ a = 500 \left[ \left(\frac{X}{X_0}\right)^{1/3} - \left(\frac{Y}{Y_0}\right)^{1/3} \right] \\ b = 200 \left[ \left(\frac{Y}{Y_0}\right)^{1/3} - \left(\frac{Z}{Z_0}\right)^{1/3} \right] \end{cases} \quad (13)$$

其中 X, Y, Z 为样本的三刺激值, L, a, b 为 CIERGB 颜色空间下的颜色参数。

$X_0 = 94.83, Y_0 = 100, Z_0 = 107.38$ , 三者为理想白的三刺激值。

$$\begin{cases} L = 903.3\left(\frac{Y}{Y_0}\right) \\ a = 3893.5 \left[ \left(\frac{X}{X_0}\right) - \left(\frac{Y}{Y_0}\right) \right] \\ b = 1557.4 \left[ \left(\frac{Y}{Y_0}\right) - \left(\frac{Z}{Z_0}\right) \right] \end{cases} \quad (14)$$

关于色差计算, 有如下公式 (tar 为样本数据, cur 为当前配色方案数据):

$$\Delta L = L_{tar} - L_{cur} \quad (15)$$

$$\Delta C_s = (a_{tar} + b_{tar})^{1/2} - (a_{cur} + b_{cur})^{1/2} \quad (16)$$

$$\Delta C_c = [(a_{tar} - a_{cur})^2 - (b_{cur} - b_{cur})^2]^{1/2} \quad (17)$$

$$\Delta H = [\Delta C_c^2 - \Delta C_s^2]^{1/2} \quad (18)$$

$$\Delta E = [\Delta L^2 + \Delta C_s^2 + \Delta H^2]^{1/2} \quad (19)$$

经过上述分析可得，对于配色模型，做到精确配色的同时只需要根据公式（10）和（12）建立一个规划模型

$$\text{Min target} = \Delta E$$

$$\begin{cases} f^t + r_i * C_r + y_i * C_y + b_i * C_b < f_i^{tar} + \gamma \\ f^t + r_i * C_r + y_i * C_y + b_i * C_b > f_i^{tar} - \gamma \\ \gamma, c > 0 \\ i = 400, 420, 440, \dots, 700 \end{cases} \quad (20)$$

其中 $\gamma$ 为设置的精确度， $f_i^{tar}$ 代表的是目标的各个波长的 K/S 值（表示的是各个波长的 K/S 值都要接近）， $C_r, C_y, C_b$ 代表红色、黄色、蓝色着色剂浓度， $r_i, y_i, b_i$ 表示的是在不同波长下红色、黄色与蓝色对应的单位 K/S， $\Delta E$ 为色差。该线性规划表示在一定精确度下调配浓度不同的样本并且与标样的 K/S 相似，经过多次运行尝试， $\gamma = 0.3$ 时效果最好。

### 6.3 色差匹配求解

在均匀颜色空间中可以利用色差公式来计算两种颜色在视觉上的颜色差别  $\Delta E$ ，在纺织品印染行业中，为了客观评定纺织产品的颜色质量的好坏，希望通过一个简单的值来表示出色差，但因为颜色固有的特性，它只能用颜色的三个属性来进行综合评定<sup>[2]</sup>，根据资料计算出十个样本的各个属性值如下表所示：

表 2 样本颜色点不同颜色空间下参数表

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

X	1151.032	1349.919	1230.804	958.848	1078.81	1131.103	1132.634	1311.52	1057.818	876.2714
Y	981.6151	1372.378	1201.974	1056.163	1179.702	956.7007	1029.941	1340.871	1146.321	960.5445
Z	1165.133	1618.475	1480.537	1393.922	1501.57	1169.076	839.2665	1417.944	1442.612	1037.884
L	232.3734	261.7256	249.7192	238.5082	248.0678	230.254	236.3841	259.5837	245.5532	230.5834
a	78.50582	14.68733	29.6942	15.8075	13.6963	80.97073	55.06305	12.31896	10.1994	13.6369
b	14.5426	15.1976	21.4444	31.233	26.5521	18.6956	38.23802	2.419418	24.4968	0.88448

在已知配样的(K/S)值的情况下,根据公式亦可以求得其相应的参数,根据色差计算公式求得配样与标样的色差值为 $\Delta E$ ,经过配色模型调配完毕之后,采用色差匹配模型计算配方和标样的色差,并筛选出色差小于一的配方,从小到大排列后取得色差值最小的十个配方。运用附录二的程序,得到结果,见附录六。

## 6.4 模型分析

在该问题中建立了配色模型,运用线性规划能够精确的寻找出与标样相近的颜色配方,再次基础上,根据题目要求将色差作为限制条件进行配方筛选,能够迅速有效的筛选出所需要的样本配方,经过相关学者研究过往经验<sup>[6]</sup>以及运行得到的数据显示,线性规划结果良好,各个模型的最优结果如下(结果表格在附录六):

表 3 各个样本的色差最佳配色表

样本	red	yellow	blue	color_difference
1	0.4239	0.1863	0.1024	0.4233
2	0.1042	0.1005	0.1620	0.4457
3	0.1783	0.1185	0.1842	0.4197
4	0.0630	0.1503	0.4793	0.4035
5	0.0525	0.1269	0.3816	0.4336
6	0.4474	0.1723	0.1095	0.4229
7	0.2987	0.5010	0.1157	0.4147
8	0.1029	0.1852	0.1626	0.4337

9	0.0686	0.1455	0.3802	0.4295
10	0.0918	0.3468	0.4775	0.4182

## 7、问题三的模型建立与求解

### 7.1 问题分析

问题三相较于问题二而言，进一步需要考虑到成本控制和批量配色，即只需要在原有的模型上改变目标函数，将色差纳入约束方程考虑，进行配色方案的进一步筛选即可。

### 7.2 模型建立

由问题二中可以求解出满足色差小于一的配色方案，对于染色剂成本而言，由于其浓度=着色剂克重/基材重量，已知的基材重量和着色剂克重的价格如下表所示：

表 4 色母价格表与基材重量

颜色	红	黄	蓝
价格(元/kg)	60	65	63
基材重量	2kg		

设其价格为 $p$ ，基材重量为 $M$ ，则 $p = [60 \ 65 \ 63]$ ，总成本函数 $TC$ 为：

$$TC = Mcp$$

构建规划模型

$$\text{Min } TC = Mcp$$

$$\begin{cases} f^t + r_i * C_r + y_i * C_y + b_i * C_b < f_i^{tar} + \gamma \\ f^t + r_i * C_r + y_i * C_y + b_i * C_b > f_i^{tar} - \gamma \\ \Delta E < 1 \\ \gamma, c > 0 \\ i = 400, 420, 440, \dots, 700 \end{cases} \quad (21)$$

注：其中 $\gamma$ 为设置的精确度， $f_i^{tar}$ 代表的是目标的各个波长的 K/S 值（表示的是各个波长的 K/S 值都要接近）， $C_r, C_y, C_b$ 代表红色、黄色、蓝色着色剂浓度， $r_i, y_i, b_i$ 表示的

是在不同波长下红色、黄色与蓝色对应的单位 K/S， $\Delta E$ 为色差。

该线性规划即为在使得配色方案最为接近标样且色差与标样小于一的约束下，寻找出最小总成本的配色方案。

### 7.3 模型求解

在运用了相关数据与附录三之后，得到了相相关结果，而结果展示则在附录七中，对于样本 2，由于色差小于 1 的配方过于少，故而将 $\Delta E - 1 > 0.00001$ 的也算入。

### 7.4 模型分析

经过计算，大部分的的配方色差都小于 1，而消耗最少的如下表所示：

表 5 各个样本的价格最佳配色表

样本	red	yellow	blue	color_difference	price
1	0.4183	0.1806	0.0975	1.0000	85.9563
2	0.1022	0.0954	0.1565	1.0002	44.3841
3	0.1757	0.1133	0.1786	1.0000	58.3107
4	0.0617	0.1451	0.4703	1.0000	85.5228
5	0.0510	0.1217	0.3739	1.0000	69.0653
6	0.4414	0.1668	0.1046	1.0000	87.8213
7	0.2950	0.4906	0.1107	1.0000	113.1268
8	0.1010	0.1793	0.1571	1.0000	55.2212
9	0.0670	0.1402	0.3726	1.0000	73.2134
10	0.0902	0.3391	0.4687	1.0000	113.9632

经运行，效果良好。

## 8、问题四的模型建立与求解

### 8.1 模型的准备和建立

问题四相较于问题三而言，需要考虑到着色剂种类数量和重量，即我们只需要在原有的模型上改变目标函数，将着色剂重量作为目标方程考虑，进行配色方案的进一步筛选即可。

### 8.2 模型的求解

构建规划模型，设其染色剂浓度为 $c$ ，基材重量为 $M$

$$\text{Min } T = Mc$$

$$\begin{cases} f^t + r_i * C_r + y_i * C_y + b_i * C_b < f_i^{tar} + \gamma \\ f^t + r_i * C_r + y_i * C_y + b_i * C_b > f_i^{tar} - \gamma \\ \Delta E < 1 \\ \gamma, c > 0 \\ i = 400, 420, 440, \dots, 700 \end{cases} \quad (22)$$

该线性规划即为在使得配色方案最为接近标样且色差与标样小于一和配色方案最小总重量的约束下，寻找出着色剂最少的配色方案。

### 8.3 模型的分析

在运用了相关数据与附录三之后，得到了相相关结果，而结果展示则在附录八中，对于样本三四，由于色差小于 1 的配方过于少，故而将 $\Delta E - 1 > 0.00001$ 的也算入。

经过计算，大部分的配方案色差都小于 1，而消耗最少的如下表所示：

表 6 各个样本的着色剂最佳配色表

样本	red	yellow	blue	color_difference	Total_weight
1	0.4182	0.1806	0.0975	1.0000	0.6964
2	0.1022	0.0954	0.1565	1.0000	0.3541
3	0.1756	0.1133	0.1786	1.0000	0.4676
4	0.0616	0.1452	0.4703	1.0002	0.6771
5	0.0511	0.1220	0.3737	0.9999	0.5467

经运行，效果良好。

## 9、模型的评价和推广

### 9.1 模型的优点

1. 模型简单，较为容易投入应用。
2. 有相关理论支撑，借鉴了大量前人经验，理论依据较为扎实。
3. 有一定的创新性，相关程序基本原创。
4. 精度比较高，可以算到小数点比较高的位置

### 9.2 模型的缺点

1. 模型简单，K/S 与 R 之间经过理论探寻实际上并不遵循线性关系(只可简单看做)。
2. 由于算出来的对应的着色剂浓度有很多都只有及其细微的差距，导致保留四位小数可能会使得其变为同一方案，但实际就经过运算色差之间差异较大。

### 9.3 模型的推广

该模型由于匹配条件没有那么苛刻，故具有较强的实用性，可运用于较为简单的配色问题以及研究。

## 10、参考文献

- [1] 郝文静, 赵秀萍. Kubelka-Munk 单常数配色理论与实践[J]. 中国印刷与包装研究, 2009, 1 (03): 43-47.
- [2] 王林吉. 基于 CIELAB 均匀颜色空间和聚类算法的混纺测色研究[D]. 浙江理工大学, 2011.
- [3] 王喜昌, 华臻, 宫严军等. 基于线性数据库的色差权重因子计算机配色[J]. 光学学报, 2004(09): 1224-1228.
- [4] 姜鹏飞. 计算机配色理论及算法的研究[D]. 中原工学院, 2017.
- [5] 高虎. 塑料凹印专色油墨计算机配色的研究[D]. 西安理工大学, 2007.
- [6] 白凤翔, 曾华, 尚鹤岭等. 涂料配色中的一阶光谱近似规划方法[J]. 中国生漆, 1993(01): 18-21. DOI:10.19334/j.cnki.issn.1000-7067.1993.01.006.

## 11、附录

### 附录一：曲线拟合程序（以“blue 拟合程序.py”为例子）

```
import pandas as pd
import xlwt
import numpy as np
from scipy.optimize import curve_fit

def func1(x, a, b):    ###表示的是拟合的一次函数
    return a+b*x

data=pd.read_excel("C:\\\\Users\\Administrator\\Desktop\\vs 工作界面\\问题一蓝色拟合.xlsx")
C=list(data["浓度 (%)"].T)
xdata = np.array(C) # 自变量
cols=["波长", "拟合函数", "拟合系数", "b"]
book = xlwt.Workbook(encoding='utf-8')
sheet = book.add_sheet('sheet', cell_overwrite_ok=True)
for i in range(0, len(cols)):
    sheet.write(0, i, cols[i])
k=1

for i in range(400, 701, 20):
    st=str(i)+"nm"
    cur=list(data[st])
    ydata = np.array(cur) # 因变量
    popt, pcov = curve_fit(func1, xdata, ydata)

###这部分为拟合系数计算
```

```

    calc_ydata = [func1(i, popt[0], popt[1]) for i in xdata]
    res_ydata = np.array(ydata) - np.array(calc_ydata)
    ss_res = np.sum(res_ydata ** 2)
    ss_tot = np.sum((ydata - np.mean(ydata)) ** 2)
    r_squared1 = 1 - (ss_res / ss_tot)
    ###这部分为拟合系数计算

    popt=np.round(popt,4)    ###保留四位小数
    ##以下为将数据批量写入表中
    sheet.write(k,0,st)
    sheet.write(k,1,"y={}*x".format(popt[0],popt[1]))
    sheet.write(k,2,r_squared1)
    sheet.write(k,3,popt[1])
    k+=1    ##表示第几行
    book.save("蓝色拟合结果.xls")

```

## 附录二：第二问样本参数计算程序.py

```

import numpy as np
import pandas as pd
import sympy
from scipy.integrate import simpson
s_xyz=pd.read_excel("相乘固定值.xlsx",index_col=0)
ori_R=pd.read_excel("不同样本不同波长下 R 值.xlsx",index_col=0)
tar_x=pd.DataFrame()
bo_chang=[]
for i in range(400,701,20):
    bo_chang.append(i)    ##创造波长区间值

for i in range(0,ori_R.shape[1]):    ##对于原始数据进行计算，求得 X 刺激值
    new_col=list(np.array(ori_R[i+1])*np.array(s_xyz["S(λ)x ̄(λ)"])*20)
    new_col=0.1*simpson(new_col,bo_chang)    ##积分运算
    tar_x=pd.concat([tar_x,pd.DataFrame({i+1:[new_col]})],axis=1)

tar_y=pd.DataFrame()
for i in range(0,ori_R.shape[1]):    ##对于原始数据进行计算，求得 Y 刺激值
    new_col=list(np.array(ori_R[i+1])*np.array(s_xyz["S(λ)y ̄(λ)"])*20)
    new_col=0.1*simpson(new_col,bo_chang)
    tar_y=pd.concat([tar_y,pd.DataFrame({i+1:[new_col]})],axis=1)

tar_z=pd.DataFrame()
for i in range(0,ori_R.shape[1]):    ##对于原始数据进行计算，求得 Z 刺激值
    new_col=list(np.array(ori_R[i+1])*np.array(s_xyz["S(λ)z ̄(λ)"])*20)
    new_col=0.1*simpson(new_col,bo_chang)
    tar_z=pd.concat([tar_z,pd.DataFrame({i+1:[new_col]})],axis=1)

```



```

k=0
##以上为算刺激值
##以下为色差计算的值

###把行名改一改看着舒服
tar_x.rename(index={0:"x"}, inplace=True)
tar_y.rename(index={0:"y"}, inplace=True)
tar_z.rename(index={0:"z"}, inplace=True)
tar_l=pd.DataFrame(index=["l"], columns=tar_x.columns.values)
tar_a=pd.DataFrame(index=["a"], columns=tar_x.columns.values)
tar_b=pd.DataFrame(index=["b"], columns=tar_x.columns.values)

for j in tar_x.columns.values:    ###用于计算目标的 lab，求色差，对应的各个样本的值
    if(((tar_y.loc["y", j]/100)>0.008856)&((tar_x.loc["x", j]/94.83)>0.008856)
&((tar_z.loc["z", j]/107.38)>0.008856)):    ###看看是否满足文献中的条件
        tar_l.loc["l", j]=116*(tar_y.loc["y", j]/100)**(1/3)-16
        tar_a.loc["a", j]=500*((tar_x.loc["x", j]/94.83)**(1/3)-
(tar_y.loc["y", j]/100)**(1/3))
        tar_b.loc["b", j]=200*((tar_y.loc["y", j]/100)**(1/3)-
(tar_z.loc["z", j]/107.38)**(1/3))
    else:
        tar_l.loc["l", j]=903.3*(tar_y.loc["y", j]/100)
        tar_a.loc["a", j]=3893.5*((tar_x.loc["x", j]/94.83)-
(tar_y.loc["y", j]/100))
        tar_b.loc["b", j]=1557.4*((tar_y.loc["y", j]/100)-
(tar_z.loc["z", j]/107.38))

    middle_result=pd.concat([tar_x, tar_y, tar_z, tar_l, tar_a, tar_b])    ##然后将
对应的样本的值放在一起输出
    middle_result.to_excel("各个样本的参数.xls")

```

### 附录三：约束方程求解配色配方.py（问题三）

```

import numpy as np
import sympy
from scipy.optimize import minimize
from scipy.integrate import simpson
import pandas as pd
import warnings
warnings.filterwarnings("ignore")
inf_samp=pd.read_excel("各个样本的参数.xls", index_col=0)

```

```

Ks_samp=pd.read_excel("不同样本不同波长下KS 值.xls")
ori=pd.read_excel("配色剂读入数据.xlsx")
ori_use=ori.iloc[0,:]

nummer=0
use=pd.read_excel("各颜色各波长单位K比S表.xlsx")
data=pd.read_excel("各颜色各波长单位K比S表.xlsx")
Sx=pd.read_excel("相乘固定值.xlsx")
red=np.array(data["red"])
yellow=np.array(data["yellow"])
blue=np.array(data["blue"])

def get_answer(r, y, b, samp):
    global inf_samp, red, yellow, blue, Sx, ans
    ll_tar=inf_samp.loc["l", samp]
    aa_tar=inf_samp.loc["a", samp]
    bb_tar=inf_samp.loc["b", samp]

    cur_Ks=red*r+yellow*y+blue*b    ###算出当前方程运行方案的各个波长的Ks 值
    cur_R=[]
    for i in range(0, len(cur_Ks)):###算出各个波长的K/S 对应的R 值
        x=sympy.Symbol("x")
        equation = sympy.Eq((1-x**2)/(2*x), cur_Ks[i])
        result=sympy.solve(equation, x)
        cur_R.append(result[1])

    x=[]
    for i in range(400, 701, 20):
        x.append(i)    ###创造 dx 向量用于积分

    cur_R=np.array(cur_R)
    X=0.1*simpson(cur_R*np.array(Sx["S(λ)x-(λ)"])*20, x)
    Y=0.1*simpson(cur_R*np.array(Sx["S(λ)y-(λ)"])*20, x)
    Z=0.1*simpson(cur_R*np.array(Sx["S(λ)z-(λ)"])*20, x)

    if((Y/100)>0.008856)&((X/94.83)>0.008856)&((Z/107.38)>0.008856)):
        cur_l=116*(Y/100)**(1/3)-16
        cur_a=500*((X/94.83)**(1/3)-(Y/100)**(1/3))
        cur_b=200*((Y/100)**(1/3)-(Z/107.38)**(1/3))
    else:
        cur_l=903.3*(Y/100)
        cur_a=3893.5*((X/94.83)-(Y/100))
        cur_b=1557.4*((Y/100)-(Z/107.38))

```

```

###以下为色差计算
    delta_l=ll_tar-cur_l
    Cs=(aa_tar**2+bb_tar**2)**0.5-(cur_a**2+cur_b**2)**0.5
    Cc=((aa_tar-cur_a)**2+(bb_tar-cur_b)**2)**0.5
    delta_h=(Cc**2-Cs**2)**0.5

    delta_e=(delta_l**2+Cs**2+delta_h**2)**0.05

ans=ans.append({"red":r,"yellow":y,"blue":b,"color_difference":delta_e},ignore_index=True)  ###保存运算结果
    return delta_e

def func(args):
    global sample,inf_samp
    fun=lambda x:get_answer(x[0],x[1],x[2],sample)
    return fun

def con(args):      ###让 k/s 进行匹配
    global Ks_target
    cons=()

    for i in range(0,16):  ###表示 15 个波长的 ryb 所对应不断进行运算
        r=red[i]
        y=yellow[i]
        b=blue[i]
        target=Ks_target[i]
        cons+=({"type":"ineq","fun":lambda x:r*x[0]+y*x[1]+b*x[2]+0.3-target},)  ##x*yueshu>target-0.3, 0.3 是 K/S 值设定的下节
        cons+=({"type":"ineq","fun":lambda x:r*x[0]+y*x[1]+b*x[2]-target+0.3},)  ##x*yueshu<target+0.3, 0.3 是 K/S 值设定的上节
        cons+=({"type":"ineq","fun":lambda x:x[0]},)
        cons+=({"type":"ineq","fun":lambda x:x[1]},)
        cons+=({"type":"ineq","fun":lambda x:x[2]},)  ###三者的溶液浓度要大于 0
    return cons

args=()
args1=()
for sample in range(1,11): ##单单抽出每个样本来求
    Ks_target=np.array(Ks_samp[sample])
    x0=np.array([0 for j in range(3)])
    cons=con(args1)  ###创建约束条件

```

```

ans=pd.DataFrame(columns=["red", "yellow", "blue", "color_difference"]) ##
初始化
res=minimize(func(args), x0, method='SLSQP', constraints=cons)
ans.to_excel("样本{}相对应计算结果.xlsx".format(sample))
print(sample)

```

## 附录四：约束方程求解配色配方.py（问题四）

```

import numpy as np
import sympy
from scipy.optimize import minimize
from scipy.integrate import simpson
import pandas as pd
import warnings
warnings.filterwarnings("ignore")
inf_samp=pd.read_excel("各个样本的参数.xls", index_col=0)
Ks_samp=pd.read_excel("不同样本不同波长下 KS 值.xls")
ori=pd.read_excel("配色剂读入数据.xlsx")
ori_use=ori.iloc[0, :]

nummer=0
use=pd.read_excel("各颜色各波长单位 K 比 S 表.xlsx")
data=pd.read_excel("各颜色各波长单位 K 比 S 表.xlsx")
Sx=pd.read_excel("相乘固定值.xlsx")
red=np.array(data["red"])
yellow=np.array(data["yellow"])
blue=np.array(data["blue"])

def get_answer(r, y, b, samp):
    global inf_samp, red, yellow, blue, Sx, ans
    ll_tar=inf_samp.loc["l", samp]
    aa_tar=inf_samp.loc["a", samp]
    bb_tar=inf_samp.loc["b", samp]

    cur_Ks=red*r+yellow*y+blue*b    ###算出当前方程运行方案的各个波长的 Ks 值
    cur_R=[]
    for i in range(0, len(cur_Ks)):##算出各个波长的 K/S 对应的 R 值
        x=sympy.Symbol("x")
        equation = sympy.Eq((1-x**2)/(2*x), cur_Ks[i])
        result=sympy.solve(equation, x)
        cur_R.append(result[1])

    x=[]
    for i in range(400, 701, 20):

```

```

        x.append(i)          ###创造 dx 向量用于积分

    cur_R=np.array(cur_R)
    X=0.1*simpson(cur_R*np.array(Sx["S( $\lambda$ ) $x$ "]))*20,x)
    Y=0.1*simpson(cur_R*np.array(Sx["S( $\lambda$ ) $y$ "]))*20,x)
    Z=0.1*simpson(cur_R*np.array(Sx["S( $\lambda$ ) $z$ "]))*20,x)

    if((Y/100)>0.008856)&((X/94.83)>0.008856)&((Z/107.38)>0.008856)):
        cur_l=116*(Y/100)**(1/3)-16
        cur_a=500*((X/94.83)**(1/3)-(Y/100)**(1/3))
        cur_b=200*((Y/100)**(1/3)-(Z/107.38)**(1/3))
    else:
        cur_l=903.3*(Y/100)
        cur_a=3893.5*((X/94.83)-(Y/100))
        cur_b=1557.4*((Y/100)-(Z/107.38))

###以下为色差计算
    delta_l=11_tar-cur_l
    Cs=(aa_tar**2+bb_tar**2)**0.5-(cur_a**2+cur_b**2)**0.5
    Cc=((aa_tar-cur_a)**2+(bb_tar-cur_b)**2)**0.5
    delta_h=(Cc**2-Cs**2)**0.5

    delta_e=(delta_l**2+Cs**2+delta_h**2)**0.05

    price=(60*r+65*y+63*b)*2

ans=ans.append({"red":r,"yellow":y,"blue":b,"color_difference":delta_e,"price":price},ignore_index=True)    ###保留结果
    return delta_e

def func(args):
    global sample,inf_samp
    fun=lambda x:(60*x[0]+65*x[1]+63*x[2])*2    ##改为颜色
    return fun
def con(args):    ###让 k/s 进行匹配
    global Ks_target
    cons=()

    for i in range(0,16):    ###表示 15 个波长的 ryb 所对应不断进行运算
        r=red[i]
        y=yellow[i]
        b=blue[i]
        target=Ks_target[i]
        cons+=({"type":"ineq","fun":lambda x:r*x[0]+y*x[1]+b*x[2]+0.3-

```

```

target},)  ##x*yueshu>target-0.3, 0.3 是 K/S 值设定的下节
        cons+=({"type":"ineq","fun":lambda x:x[0]},)  x:target+0.3-
(r*x[0]+y*x[1]+b*x[2])),)  ##x*yueshu<target+0.3, 0.3 是 K/S 值设定的上节

        cons+=({"type":"ineq","fun":lambda x:x[0]},)
        cons+=({"type":"ineq","fun":lambda x:x[1]},)
        cons+=({"type":"ineq","fun":lambda x:x[2]},)  ###三者的溶液浓度要大于 0
        cons+=({"type":"ineq","fun":lambda
x:lget_answer(x[0],x[1],x[2],sample)},)  ###色差<1
        return cons

args=()
args1=()
for sample in range(1,11): ##单单抽出每个样本来求
    Ks_target=np.array(Ks_samp[sample])
    x0=np.array([0 for j in range(3)])
    cons=con(args1)  ###创建约束条件
    ans=pd.DataFrame(columns=["red","yellow","blue","color_difference"])  ##
初始化
    res=minimize(func(args),x0,method='SLSQP',constraints=cons)
    ans.to_excel("样本 {} 相对应计算结果.xlsx".format(sample))
    print(sample)

```

## 附录五：约束方程求解配色配方.py（问题四）

```

import numpy as np
import sympy
from scipy.optimize import minimize
from scipy.integrate import simpson
import pandas as pd
import warnings
warnings.filterwarnings("ignore")
inf_samp=pd.read_excel("各个样本的参数.xls",index_col=0)
Ks_samp=pd.read_excel("不同样本不同波长下 KS 值.xls")
ori=pd.read_excel("配色剂读入数据.xlsx")
ori_use=ori.iloc[0,: ]

nummer=0
use=pd.read_excel("各颜色各波长单位 K 比 S 表.xlsx")
data=pd.read_excel("各颜色各波长单位 K 比 S 表.xlsx")
Sx=pd.read_excel("相乘固定值.xlsx")
red=np.array(data["red"])
yellow=np.array(data["yellow"])
blue=np.array(data["blue"])

```

```

def get_answer(r, y, b, samp):
    global inf_samp, red, yellow, blue, Sx, ans
    ll_tar=inf_samp.loc["l", samp]
    aa_tar=inf_samp.loc["a", samp]
    bb_tar=inf_samp.loc["b", samp]

    cur_Ks=red*r+yellow*y+blue*b    ###算出当前方程运行方案的各个波长的 Ks 值
    cur_R=[]
    for i in range(0, len(cur_Ks)):##算出各个波长的 K/S 对应的 R 值
        x=sympy.Symbol("x")
        equation = sympy.Eq((1-x**2)/(2*x), cur_Ks[i])
        result=sympy.solve(equation, x)
        cur_R.append(result[1])

    x=[]
    for i in range(400, 701, 20):
        x.append(i)    ###创造 dx 向量用于积分

    cur_R=np.array(cur_R)
    X=0.1*simpson(cur_R*np.array(Sx["S(λ)x(λ)"])*20, x)
    Y=0.1*simpson(cur_R*np.array(Sx["S(λ)y(λ)"])*20, x)
    Z=0.1*simpson(cur_R*np.array(Sx["S(λ)z(λ)"])*20, x)

    if(((Y/100)>0.008856)&((X/94.83)>0.008856)&((Z/107.38)>0.008856)):
        cur_l=116*(Y/100)**(1/3)-16
        cur_a=500*((X/94.83)**(1/3)-(Y/100)**(1/3))
        cur_b=200*((Y/100)**(1/3)-(Z/107.38)**(1/3))
    else:
        cur_l=903.3*(Y/100)
        cur_a=3893.5*((X/94.83)-(Y/100))
        cur_b=1557.4*((Y/100)-(Z/107.38))

    ###以下为色差计算
    delta_l=ll_tar-cur_l
    Cs=(aa_tar**2+bb_tar**2)**0.5-(cur_a**2+cur_b**2)**0.5
    Cc=((aa_tar-cur_a)**2+(bb_tar-cur_b)**2)**0.5
    delta_h=(Cc**2-Cs**2)**0.5

    delta_e=(delta_l**2+Cs**2+delta_h**2)**0.5

    price=(60*r+65*y+63*b)*2

    ans=ans.append({"red":r, "yellow":y, "blue":b, "color_difference":delta_e, "pri

```

```

ce":price}, ignore_index=True)    ###保留结果
    return delta_e

def func(args):
    global sample, inf_samp
    fun=lambda x: (x[0]+x[1]+x[2])*2    ###只考虑数量
    return fun
def con(args):    ###让 k/s 进行匹配
    global Ks_target
    cons=()

    for i in range(0,16):    ###表示 15 个波长的 ryb 所对应不断进行运算
        r=red[i]
        y=yellow[i]
        b=blue[i]
        target=Ks_target[i]
        cons+=({"type": "ineq", "fun": lambda x: r*x[0]+y*x[1]+b*x[2]+0.3-
target},)    ##x*yueshu>target-0.3, 0.3 是 K/S 值设定的下节
        cons+=({"type": "ineq", "fun": lambda x: target+0.3-
(r*x[0]+y*x[1]+b*x[2])},)    ##x*yueshu<target+0.3, 0.3 是 K/S 值设定的上节

        cons+=({"type": "ineq", "fun": lambda x: x[0]},)
        cons+=({"type": "ineq", "fun": lambda x: x[1]},)
        cons+=({"type": "ineq", "fun": lambda x: x[2]},)    ###三者的溶液浓度要大于 0
        cons+=({"type": "ineq", "fun": lambda
x: lget_answer(x[0], x[1], x[2], sample)},)    ###色差<1
    return cons

args=()
args1=()
for sample in range(1,11): ##单单抽出每个样本来求
    Ks_target=np.array(Ks_samp[sample])
    x0=np.array([0 for j in range(3)])
    cons=con(args1)    ###创建约束条件
    ans=pd.DataFrame(columns=["red", "yellow", "blue", "color_difference"]) ##
初始化
    res=minimize(func(args), x0, method='SLSQP', constraints=cons)
    ans.to_excel("样本{}相对应计算结果.xlsx".format(sample))
    print(sample)

```

## 附录六：问题二各个样本配方（色差最小前十）

注：以下 red、yellow、blue 为各个着色剂的浓度，而第四列为色差，而由于保留四位小数，导致精度丢失，结果展示会很差，故而本文暂且不考虑省略四位小数，详细结果请看附件



表 1 样本一相关配方

red	yellow	blue	color_difference
0.423884485	0.186291169	0.102408095	0.4232965
0.423885126	0.18629159	0.102408513	0.42787267
0.423885126	0.186291575	0.102408513	0.42825546
0.423885141	0.186291575	0.102408513	0.42836225
0.423885126	0.186291575	0.102408527	0.428784854
0.423883687	0.186290664	0.102407575	0.430742012
0.423882276	0.186290108	0.102408017	0.46324887
0.423888073	0.186293106	0.102409025	0.464411136
0.423888073	0.186293091	0.102409025	0.464445097
0.423888073	0.186293091	0.10240904	0.464497418

表 2 样本二相关配方

red	yellow	blue	color_difference
0.104202048	0.100535264	0.161970341	0.44567846
0.104201573	0.100536066	0.161970516	0.453912563
0.104201559	0.100536066	0.161970516	0.4540349
0.104201559	0.100536066	0.161970531	0.454142345
0.104201559	0.100536081	0.161970516	0.454284014
0.104202999	0.100533706	0.16197	0.479968543
0.104199484	0.100535123	0.161968927	0.483359797
0.104199469	0.100535123	0.161968942	0.483641483
0.104199469	0.100535123	0.161968927	0.483670575
0.104199469	0.100535138	0.161968927	0.483813701

表 3 样本三相关配方

red	yellow	blue	color_difference
0.178323132	0.118535112	0.184201116	0.419709131
0.178322672	0.118535008	0.184200723	0.429096743
0.178322657	0.118535022	0.184200723	0.429273514
0.178322657	0.118535008	0.184200723	0.429537567
0.178322657	0.118535008	0.184200738	0.429542801
0.178323652	0.118535227	0.184201548	0.431172018
0.178323081	0.118535394	0.184199572	0.438262729
0.178323096	0.118535394	0.184199557	0.438529746
0.178323081	0.118535394	0.184199557	0.438637699
0.178323081	0.118535409	0.184199557	0.438725571

表 4 样本四相关配方

red	yellow	blue	color_difference
0.063035756	0.15034065	0.479291332	0.40353313
0.063036126	0.150341116	0.479291509	0.415295829
0.063036126	0.150341101	0.479291524	0.415297477

0.063036126	0.150341101	0.479291509	0.415426257
0.063036141	0.150341101	0.479291509	0.416394134
0.063035307	0.150340105	0.479291119	0.419748272
0.063036154	0.150342102	0.479291818	0.428605601
0.063036154	0.150342102	0.479291803	0.428789586
0.063036169	0.150342102	0.479291803	0.429045414
0.063036154	0.150342117	0.479291803	0.429218345

表 5 样本五相关配方

red	yellow	blue	color_difference
0.052461129	0.126883398	0.381597669	0.433636767
0.05246149	0.126883118	0.381597641	0.438105698
0.05246149	0.126883103	0.381597641	0.438467442
0.052461505	0.126883103	0.381597641	0.438666758
0.05246149	0.126883103	0.381597656	0.438782414
0.052462296	0.126884706	0.381597659	0.441988519
0.052462296	0.126884721	0.381597659	0.442058826
0.052462296	0.126884706	0.381597674	0.442136618
0.052462311	0.126884706	0.381597659	0.442419354
0.052460354	0.126884031	0.381597729	0.459009624

表 6 样本六相关配方

red	yellow	blue	color_difference
0.44736562	0.172289637	0.109466607	0.422903649
0.447365746	0.172289451	0.10946693	0.426538762
0.447365746	0.172289436	0.109466945	0.426911681
0.447365746	0.172289436	0.10946693	0.426978724
0.447365761	0.172289436	0.10946693	0.427346133
0.44736546	0.17228989	0.109466201	0.429234979
0.447363562	0.172288406	0.109467022	0.447100048
0.447363577	0.172288392	0.109467022	0.447291793
0.447363562	0.172288392	0.109467022	0.447394642
0.447363562	0.172288392	0.109467037	0.447561575

表 7 样本七相关配方

red	yellow	blue	color_difference
0.298676758	0.500993383	0.115677329	0.414661517
0.298676887	0.500992827	0.115677627	0.424108319
0.298676872	0.500992842	0.115677627	0.42420442
0.298676872	0.500992827	0.115677627	0.424440135
0.298676872	0.500992827	0.115677641	0.424956841
0.298676591	0.500994199	0.115676891	0.434055557
0.298678123	0.500992564	0.115678136	0.448476932
0.298678123	0.500992549	0.115678136	0.448698471

0.298678138	0.500992549	0.115678136	0.448901572
0.298678123	0.500992549	0.115678151	0.449022884

表 8 样本八相关配方

red	yellow	blue	color_difference
0.102909289	0.18518128	0.162572558	0.433720931
0.102909002	0.185180531	0.162572966	0.443756307
0.102908987	0.185180546	0.162572966	0.444301064
0.102908987	0.185180531	0.162572966	0.444312924
0.102908987	0.185180531	0.162572981	0.44451479
0.102909701	0.185182301	0.162572002	0.451759645
0.102909502	0.185180218	0.162574263	0.462634154
0.102909517	0.185180203	0.162574263	0.462785211
0.102909502	0.185180203	0.162574263	0.462816658
0.102909502	0.185180203	0.162574278	0.463087094

表 9 样本九相关配方

red	yellow	blue	color_difference
0.068601718	0.145483124	0.380240526	0.429547202
0.068602129	0.145483502	0.380240259	0.435493398
0.068602144	0.145483502	0.380240244	0.435499635
0.068602129	0.145483502	0.380240244	0.435500596
0.068602129	0.145483517	0.380240244	0.435926003
0.068601138	0.145482589	0.380240925	0.440960031
0.068602958	0.14548294	0.38024056	0.451376336
0.068602958	0.145482925	0.38024056	0.4514287
0.068602958	0.145482925	0.380240575	0.451535181
0.068602973	0.145482925	0.38024056	0.451920372

表 10 样本十相关配方

red	yellow	blue	color_difference
0.091805389	0.346771643	0.477458442	0.418169678
0.091805917	0.346772369	0.477458289	0.429273223
0.091805917	0.346772354	0.477458304	0.429293076
0.091805917	0.346772354	0.477458289	0.4293967
0.091805932	0.346772354	0.477458289	0.430053383
0.091804637	0.346770629	0.477458661	0.438915029
0.091806196	0.346774547	0.477458443	0.450184877
0.091806196	0.346774547	0.477458428	0.450333264
0.09180621	0.346774547	0.477458428	0.450524038
0.091806196	0.346774562	0.477458428	0.450526372

## 附录七：问题三各个样本配方（价格最小前十）

注：以下 red、yellow、blue 为各个着色剂的浓度，而第四列为色差，第五列为价格，而由于保留四位小数，导致精度丢失，结果展示会很差，故而本文暂且不考虑省略四位小数，详细结果请看附件

表 1 样本一相关配方

red	yellow	blue	color_difference	price
0.418298196	0.18055142	0.097530758	0.999999927	85.95634363
0.418298181	0.18055142	0.097530773	0.999999923	85.95634372
0.418298181	0.180551435	0.097530758	0.99999992	85.95634378
0.418244687	0.181765298	0.097099717	0.998829109	86.05341551
0.418244687	0.181765298	0.097099717	0.998829109	86.05341551
0.418244702	0.181765298	0.097099717	0.998829003	86.0534173
0.418244687	0.181765298	0.097099732	0.998828962	86.05341739
0.418244687	0.181765313	0.097099717	0.998829083	86.05341745
0.419716881	0.183420727	0.09811116	0.97407243	86.57272637
0.419716881	0.183420727	0.09811116	0.97407243	86.57272637

表 2 样本二相关配方

red	yellow	blue	color_difference	price
0.102228462	0.095359313	0.156507447	1.000167927	44.38406452
0.102228462	0.095359313	0.156507447	1.000167927	44.38406452
0.102228477	0.095359313	0.156507447	1.000167817	44.38406631
0.102228462	0.095359328	0.156507447	1.000167801	44.38406646
0.102228462	0.095359313	0.156507462	1.000167813	44.3840664
0.102233579	0.095407709	0.156471057	1.000010619	44.38638481
0.102233579	0.095407709	0.156471057	1.000010619	44.38638481
0.102233594	0.095407709	0.156471057	1.000010506	44.3863866
0.102233579	0.095407724	0.156471057	1.000010497	44.38638674
0.102233579	0.095407709	0.156471072	1.000010501	44.38638668

表 3 样本三相关配方

red	yellow	blue	color_difference	price
0.175686778	0.113313254	0.178552171	0.99999995	58.3107098
0.175686763	0.113313254	0.178552186	0.999999945	58.31070989
0.175686763	0.113313269	0.178552171	0.999999941	58.31070995
0.176082257	0.115485499	0.17796773	0.996840116	58.56691971
0.176082257	0.115485499	0.17796773	0.996840116	58.56691971
0.176082272	0.115485499	0.17796773	0.99683997	58.5669215
0.176082257	0.115485499	0.177967745	0.996839912	58.56692159
0.176082257	0.115485514	0.17796773	0.996840153	58.56692165
0.175829643	0.117260564	0.179718333	0.986312434	58.98794052
0.175829643	0.117260564	0.179718333	0.986312434	58.98794052

表 4 样本四相关配方

red	yellow	blue	color_difference	price
0.061654708	0.145096902	0.47033034	0.999997837	85.52278509
0.061654708	0.145096902	0.47033034	0.999997837	85.52278509
0.061654723	0.145096902	0.47033034	0.999997746	85.52278688
0.061654708	0.145096902	0.470330355	0.999997742	85.52278697
0.061654708	0.145096917	0.47033034	0.999997739	85.52278703
0.062148531	0.144901238	0.470265311	0.999977259	85.54841387
0.062148531	0.144901238	0.470265311	0.999977259	85.54841387
0.062148546	0.144901238	0.470265311	0.999977236	85.54841566
0.062148531	0.144901238	0.470265326	0.999977172	85.54841575
0.062148531	0.144901253	0.470265311	0.999977132	85.54841581

表 5 样本五相关配方

red	yellow	blue	color_difference	price
0.051032394	0.121733478	0.373936839	0.999999942	69.06528115
0.051032379	0.121733478	0.373936854	0.999999937	69.06528124
0.051032379	0.121733493	0.373936839	0.999999933	69.06528129
0.051031827	0.121730504	0.373940458	0.999999976	69.0652824
0.051031812	0.121730504	0.373940472	0.999999971	69.06528249
0.051031812	0.121730519	0.373940458	0.999999967	69.06528255
0.051734984	0.121140244	0.375007014	0.999136639	69.20731356
0.051734984	0.121140244	0.375007014	0.999136639	69.20731356
0.051734999	0.121140244	0.375007014	0.999136682	69.20731535
0.051734984	0.121140244	0.375007029	0.999136585	69.20731544

表 6 样本六相关配方

red	yellow	blue	color_difference	price
0.441381475	0.166762936	0.104573996	0.999999919	87.82128226
0.44138146	0.166762936	0.104574011	0.999999916	87.82128235
0.44138146	0.166762951	0.104573996	0.999999912	87.82128241
0.441368527	0.166789138	0.104560045	0.999997784	87.82137689
0.441368527	0.166789138	0.104560045	0.999997784	87.82137689
0.441368542	0.166789138	0.104560045	0.999997695	87.82137868
0.441368527	0.166789138	0.10456006	0.999997692	87.82137877
0.441368527	0.166789153	0.104560045	0.999997691	87.82137883
0.443072153	0.165929523	0.107442903	0.998794703	88.27730215
0.443072153	0.165929523	0.107442903	0.998794703	88.27730215

表 7 样本七相关配方

red	yellow	blue	color_difference	price
0.294956051	0.490639227	0.110705904	0.999966345	113.1267696
0.294956051	0.490639227	0.110705904	0.999966345	113.1267696
0.294956066	0.490639227	0.110705904	0.999966267	113.1267714
0.294956051	0.490639227	0.110705919	0.999966269	113.1267715

0.294956051	0.490639242	0.110705904	0.999966265	113.1267715
0.296430376	0.497254883	0.110315569	0.992137841	114.1145416
0.296430376	0.497254883	0.110315569	0.992137841	114.1145416
0.296430391	0.497254883	0.110315569	0.992137752	114.1145434
0.296430376	0.497254883	0.110315584	0.992137551	114.1145435
0.296430376	0.497254898	0.110315569	0.992137913	114.1145435

表 8 样本八相关配方

red	yellow	blue	color_difference	price
0.100981829	0.179294867	0.157103847	0.999999906	55.22123692
0.100981814	0.179294867	0.157103862	0.999999901	55.22123701
0.100981814	0.179294882	0.157103847	0.999999897	55.22123707
0.102607071	0.179854119	0.156598082	0.999647954	55.42524234
0.102607071	0.179854119	0.156598082	0.999647954	55.42524234
0.102607086	0.179854119	0.156598082	0.999648059	55.42524413
0.102607071	0.179854119	0.156598097	0.999647812	55.42524422
0.102607071	0.179854134	0.156598082	0.999647825	55.42524428
0.103461225	0.185755677	0.158442024	0.979937773	56.52727995
0.103461225	0.185755677	0.158442024	0.979937773	56.52727995

表 9 样本九相关配方

red	yellow	blue	color_difference	price
0.067039711	0.140161573	0.372599947	0.999999994	73.21336306
0.067039696	0.140161573	0.372599962	0.999999988	73.21336315
0.067039696	0.140161588	0.372599947	0.999999985	73.21336321
0.070461905	0.142281828	0.373562938	0.999668301	74.0209964
0.070461905	0.142281828	0.373562938	0.999668301	74.0209964
0.07046192	0.142281828	0.373562938	0.999668591	74.02099819
0.070461905	0.142281828	0.373562952	0.999668219	74.02099828
0.070461905	0.142281843	0.373562938	0.999668172	74.02099834
0.070591633	0.142420726	0.373867406	0.999456805	74.0929835
0.070591633	0.142420726	0.373867406	0.999456805	74.0929835

表 10 样本十相关配方

red	yellow	blue	color_difference	price
0.090178999	0.339079221	0.468741236	0.999999937	113.9631744
0.090178984	0.339079221	0.468741251	0.999999933	113.9631745
0.090178984	0.339079236	0.468741236	0.999999931	113.9631745
0.090427666	0.353197136	0.483239431	0.995207876	117.6551159
0.090427666	0.353197136	0.483239431	0.995207876	117.6551159
0.090427681	0.353197136	0.483239431	0.995207623	117.6551177
0.090427666	0.353197136	0.483239446	0.995207885	117.6551178
0.090427666	0.35319715	0.483239431	0.995208043	117.6551179
0.091302804	0.353406627	0.484240794	0.986475586	117.913538

0.091302804    0.353406627    0.484240794    0.986475586    117.913538

## 附录八：问题四各个样本配方（着色剂重量最小前十）

表 1 样本一相关配方

red	yellow	blue	color_difference	total_weight
0.418223	0.180606	0.097548	1.00000031	0.696377515
0.418223	0.180606	0.097548	1.00000031	0.696377515
0.418223	0.180606	0.097548	1.000000311	0.696377515
0.418223	0.180606	0.097548	1.000000403	0.6963775
0.418223	0.180606	0.097548	1.000000403	0.6963775

表 2 样本二相关配方

red	yellow	blue	color_difference	total_weight
0.102198	0.095435	0.156479	0.999999909	0.35411241
0.102198	0.095435	0.156479	0.999999909	0.35411241
0.102198	0.095435	0.156479	0.999999909	0.35411241
0.10161	0.096268	0.157034	0.997790287	0.354912138
0.10161	0.096268	0.157034	0.997790287	0.354912138

表 3 样本三相关配方

red	yellow	blue	color_difference	total_weight
0.175643	0.113345	0.178563	1.000001	0.677053914
0.175651	0.113352	0.178548	1.000001	0.677053914
0.175651	0.113352	0.178548	1.000001	0.677079786
0.175651	0.113352	0.178548	1.000001	0.677079786
0.175651	0.113352	0.178548	1.000001	0.677079801

表 4 样本四相关配方

red	yellow	blue	color_difference	total_weight
0.061618311	0.14515276	0.470282843	1.00017782	0.677053914
0.061618296	0.14515276	0.470282858	1.00017782	0.677053914
0.061612115	0.14512677	0.470340901	1.000004477	0.677079786
0.061612115	0.14512677	0.470340901	1.000004477	0.677079786
0.06161213	0.14512677	0.470340901	1.00000438	0.677079801

表 5 样本五相关配方

red	yellow	blue	color_difference	total_weight
0.051058	0.121996	0.373693	0.999912	0.546746692
0.051058	0.121996	0.373693	0.999912	0.546746692
0.051058	0.121996	0.373693	0.999912	0.546746706
0.051058	0.121996	0.373693	0.999912	0.546746706
0.051058	0.121996	0.373693	0.999912	0.546746706

