

## 涂料配色中的一阶光谱近似规划方法

白凤翔\* 曾 华 尚鹤岭 张 滔 李静仪

(云南师范大学物理系·昆明)

郭履容

马建坤

谢明

(四川大学光电系·成都)

(昆明油漆总厂技术处)

**Abstract:** In the computer matching of the paint there is a problem that is nonlinear relation between the ratio of absorption to scattering coefficients and the every paints' compound. This article has presented a method of first-order spectrum approximation to change nonlinear into linear relation and used Linear Programming to computer the print's recipes quickly. The result has made known that matching precision is as same as we want to get.

**摘要** 涂料计算配色中,较难解决的问题是 Kubelka-Munk 公式中样品吸收与散射系数的比值与各颜料配比的非线性关系,本文提出了一种用一阶近似化该方程为线性方程并用线性规划算法快速给出最佳配方的方法,结果表明,其配色精度与预期结果一致。

## 一、前言

目前的涂料计算配色中,基本上以 Kubelka-Munk 理论为基础,利用几种色料混合样品的吸收和散射和颜料比例的线性关系,通过 K&M 公式得到样品的反射光谱(透射光谱)和颜料比例之间的间接关系<sup>[1,2]</sup>,即:

$$K = C_1 K_1 + C_2 K_2 + \dots + C_m K_m = \sum C_i K_i \quad (1-1)$$

$$S = C_1 S_1 + C_2 S_2 + \dots + C_m S_m = \sum C_i S_i \quad (1-2)$$

$$Q = \frac{(1-R)^2}{2R} = \frac{K}{S} = \frac{\sum C_i K_i}{\sum C_i S_i} \quad (1-3)$$

其中  $K$ ——样品的光学吸收系数,  $S$ ——样品的光学散射系数,  $C$ ——配样的比例配方,  $m$  为参配颜料数目。

利用(1-3)式,通过色度计算,就能确定样品光谱  $R$  和配比  $C$  的关系而得到其配方。但在具体实施中,(1-3)式是对每个波长点的非线性方程,数学处理和迭代过程都比较复杂,本文利用光谱一阶近似,化该方程为线性方程并用线性规划算法快速给出最佳配方,经过实际配色验证,其配色精度和预期结果相吻合。

## 二、数据库的建立

我们在实施过程中,将各种颜料和树脂等按一定比例混合,制成各种基础色浆(均由

\* 作者现系四川大学光电系在职博士研究生

昆明油漆总厂技术处按生产常规配制提供),选其中一种为基准色浆和任一色浆混合,通过对基准色浆、任一色浆和混合色浆的光谱测定,即可求出式(1-3)中的各量之间的关系。相应的符号约定如下:

	光谱	吸收系数	散射系数	配 比	$\varphi$ 值
基准色浆	$R_o$	$S_o$	$K_o$		$\varphi_o$
任一色浆	$R_i$	$S_i$	$K_i$		$\varphi_i$
混合色浆	$R_m$	$S_m$	$K_m$	$C_o + C_i$	$\varphi_m$

其中  $C_o, C_i$  为基准色浆和任一色浆混合的配比,由(1-1-3)式可得如下方程:

$$(1 - R_o)^2 / 2R_o = K_o / S_o = \varphi_o \quad (2-1)$$

$$(1 - R_i)^2 / 2R_i = K_i / S_i = \varphi_i \quad (2-2)$$

$$(1 - R_m)^2 / 2R_m = (C_o K_o + C_i K_i) / (C_o S_o + C_i S_i) = \varphi_m \quad (2-3)$$

由(2-1-3)式可得出基准色浆和任一色浆的散射率的相对值<sup>[3]</sup>:

$$\frac{S_i}{S_o} = \frac{C_o(\varphi_o - \varphi_m)}{C_i(\varphi_m - \varphi_i)} \quad (2-4)$$

各色浆光谱值  $R$  及该色浆和基准色浆的散射率之比,构成了该配色的基础色浆数据库。

### 三、给出最佳配方的线性规划方法

配色过程中,最终决定其颜色的乃是反射光谱,在可见光范围内,当标样和配样的光谱曲线相重合时,就达到了理想的光谱匹配,即:

$$R_i^{(s)} = R_i^{(m)} \quad (3-1)$$

但是,在实际生产中,只有标样和配样所用的材料和颜料配方相同时,两者的光谱分布曲线才可能完全重合,这无疑给光谱匹配带来了非常苛刻的条件:只要生产中材料或颜料的变化,利用光谱颜色匹配就不能保证标样和配样的光谱曲线相重合,这极大地限制了它在生产中的实用性。

实际上,即使有一定的光谱差异也能满足其实际的颜色匹配要求,因此,追求最小的光谱差异度构成了实现标样和配样颜色相匹配的目标。现在 400~700nm 范围内取波长间隔  $\Delta\lambda = 10\text{nm}$ ,考虑  $n = 30$  个波长点,用  $m$  种色浆匹配( $m = 1, 2, \dots, m$ ),在标样与配样之间的光谱差异很小时,对光谱引入适用于各个波长段的近似式<sup>[6,7]</sup>:

$$\begin{aligned} \Delta R_i &= R_i^{(s)} - R_i^{(m)} \\ &= (\partial R / \partial K)_i \Delta K_i + (\partial R / \partial S)_i \Delta S_i \\ &= (\partial R / \partial K)_i [K_i^{(s)} - K_i^{(m)}] + (\partial R / \partial S)_i [S_i^{(s)} - S_i^{(m)}] \end{aligned} \quad (3-2)$$

若每个光谱点的  $\Delta R_i$  均为零则得到最佳匹配结果,对(1-3)式微分得:

$$(\partial R / \partial K)_i = -2R_i^{(s)2} / [S_i^{(s)}(1 - R_i^{(s)2})] \quad (3-3)$$

$$(\partial R / \partial S)_i = R_i^{(s)} [1 - R_i^{(s)}] / [S_i^{(s)}(1 + R_i^{(s)})] \quad (3-5)$$

将(2-1)(2-2)(2-3)式替换代入(为简化起见,用  $R_i$  替代  $R_i^{(0)}$ ,  $S_i$  替代  $S_i^{(0)}$ , 其它类推),最后得如下形式:

$$\Delta R_i = \frac{R_i(1-R_i)}{1+R_i} - \frac{2R_i^2 q_i}{1-R_i^2} + \frac{S_i}{S_0} \left[ C_i \left( \frac{2R_i^2 q_i}{(1-R_i^2)} - \frac{R_i(1-R_i)}{1+R_i} \right) \frac{S_i}{S_0} + \dots + C_m \left( \frac{2R_i^2 q_m}{(1-R_i^2)} - \frac{R_i(1-R_i)}{1+R_i} \right) \frac{S_m}{S_0} \right] \quad (3-6)$$

由于  $S_i/S_0$  为标样相对于基准色浆的散射率的相对值,在计算最小  $\Delta R$  的线性方程中可视为常数,可见利用上面的变换就将  $\Delta R_i$  与配方  $C$  的关系变为线性关系。取标样和配样的光谱差一极小  $C_{m+1}$ , 当  $C_{m+1}$  为最小时就得到最佳光谱匹配,依照此思想,将(3-6)式代入(3-2)式,加上配方归一化条件,得如下线性规划模型<sup>[4,5]</sup>:

目标函数:

$$F = \text{Min}(C_{m+1})$$

约束方程:

$$|C_1 + C_2 + \dots + C_m| = 1$$

$$|C_1 a_{11} + C_2 a_{12} + \dots + C_m a_{1m} - b_1| \leq C_{m+1} \quad (3-7)$$

$$|C_1 a_{21} + C_2 a_{22} + \dots + C_m a_{2m} - b_2| \leq C_{m+1}$$

.....

$$C_1 a_{n1} + C_2 a_{n2} + C_m a_{nm} - b_n \leq C_{m+1}$$

$$C_1, C_2, \dots, C_{m+1} \geq 0$$

其中( $b_i$  为与配方  $C_i$  无关的常数; $a_{ij}$  为与  $C_i$  有关的系数):

$$b_i = \frac{R_i(1-R_i)}{1+R_i} - \frac{2R_i^2 q_{ij}}{1-R_i^2} \quad (3-8)$$

$$a_{ij} = \left( \frac{2R_i^2 q_{ij}}{1-R_i^2} - \frac{R_i(1-R_i)}{1+R_i} \right) \frac{S_i}{S_0} \quad (3-9)$$

$$i = 400, 410, \dots, 700$$

$$j = 1, 2, \dots, m$$

采用对偶单纯行法即可计算最佳配方( $C_1, C_2, \dots, C_m$ )。

检验计算配方是否满足实际配色要求的标准是在一定照明条件下的色差大小,因此,将其计算配方代入式(1-1~1-3),得到计算光谱分布,利用一定的照明条件得出计算三刺激值,通过现行的色差公式计算标样和配样间的色差,若色差在允许范围内则为可行配方打印,若超过允许范围则为不可取配方舍去。

#### 四、实验结果及分析

我们经过多次的配色实验以验证本方法,实验中采用 D65 光源, CIE1964 补充观察者光谱三刺激值; (CIE1976(L \* a \* b \* ) 均色空间色差公式,以某一样品为例,配色结果如下:

计 算 配 方: 钛白: 大红: 铁蓝 = 0.235 : 0.002 : 0.762

测量三刺激值:  $X_s = 66.867$   $Y_s = 61.740$   $Z_s = 22.389$

测量三刺激值:  $X_m = 66.060$   $Y_m = 61.245$   $Z_m = 20.533$

色 差:  $\Delta E = 2.713$  [CIE1976(L \* a \* b \*)单位]

实验中我们发现:

1. 在标样和配样的光谱匹配相差较小时,结果较佳;光谱匹配相差较大时,往往出现伪配方,因此,必须建立一定数量的基础数据库得到较多的色浆组合供配色使用。

2. 衡量颜色匹配与否的常用数学标准是标样和配养间的色差,但色差计算以一定照明条件下的三刺激值密切相关,若在三刺激加权值较高的光谱点处光谱相匹配,则色差较小;若在三刺激加权值较低的光谱点处光谱相匹配,则色差可能较大。

总之,一阶光谱近似规划方法是易于实现的一种有效的方法,在标样和配样的光谱差异相差不大时得出的结果十分令人满意。

### 参 考 文 献

- [1]曾华:SPT 光电配色理论和应用,四川大学,博士学位论文。
- [2]束越新:颜色光学基础理论,山东科学技术出版社,1981 年。
- [3]崔宝生:涂料配色的计算,涂料工业,1992 年。
- [4]罗国安等:可见紫外定量分析及微机应用,上海科技文献出版社,1987 年。
- [5]韦鹤平:最优化技术应用,同济大学出版社,1986 年。
- [6]J. A. Cogno "Linear and Quadratic Optimization Algorithms for Computer Color Match"  
Color research and application. 1988. 2
- [7]E. Allen "Basic Equations Used in Computer Color Matching I. Tristimulus Match, Two-constant Theory" J.  
Opt. Soc. Am. 1974. 7

## 欢迎订阅《商业科技》杂志

《商业科技》杂志(月刊)是商业部系统综合性科技刊物,由《商业科技》编辑部出版。《商业科技》面向基层,服务基层,沟通信息,传递情报、传授知识、开拓市场、提高效益、促进各行业的技术改造和技术进步,为商业现代化建设服务。主要的阅读对象是各级管理干部、科技人员和广大营售业务人员。

主要报道党和国家有关商业科技、经济的政策和方针,国内外商业科技新成果,新技术、新材料、新产品以及其发展水平和趋向,各种管理知识,商品知识,市场动态,商品信息,销售趋势,好经理,好主任、好营业员。

《商业科技》欢迎各级商业、供销、粮食行政部门,各级商业企业,商办工业厂,有关大专院校、技工学校,职业学校,情报,商检、卫生防疫、图书馆、文化馆、技术交流站等部门,以及城乡专业户、个体户和广大读者订阅。

《商业科技》每期每本 0.40 元 全年十二期 共 4.80 元

总发行:北京市报刊发行局

订阅处:全国各地邮局 代 号:2-398

《商业科技》编辑部