Matematyczne metody optymalizacji

Sprawozdanie: laboratorium nr 2

Paweł Siciński

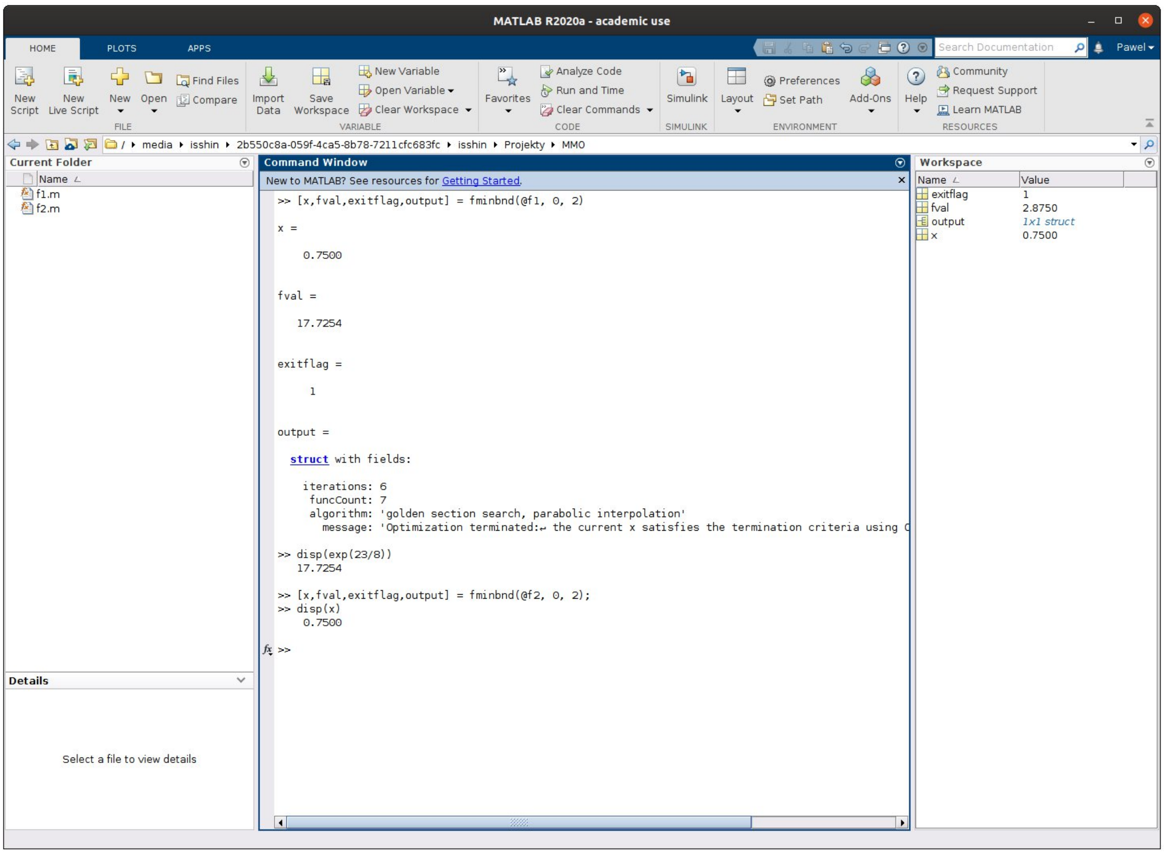
$$f(x) \ = e^{2x^2 - 3x + 4}$$

Dziedzina: $x \in \boldsymbol{R}$

Miejsca zerowe: $x \ = \ \frac{3}{4}$ (dla wykładnika)

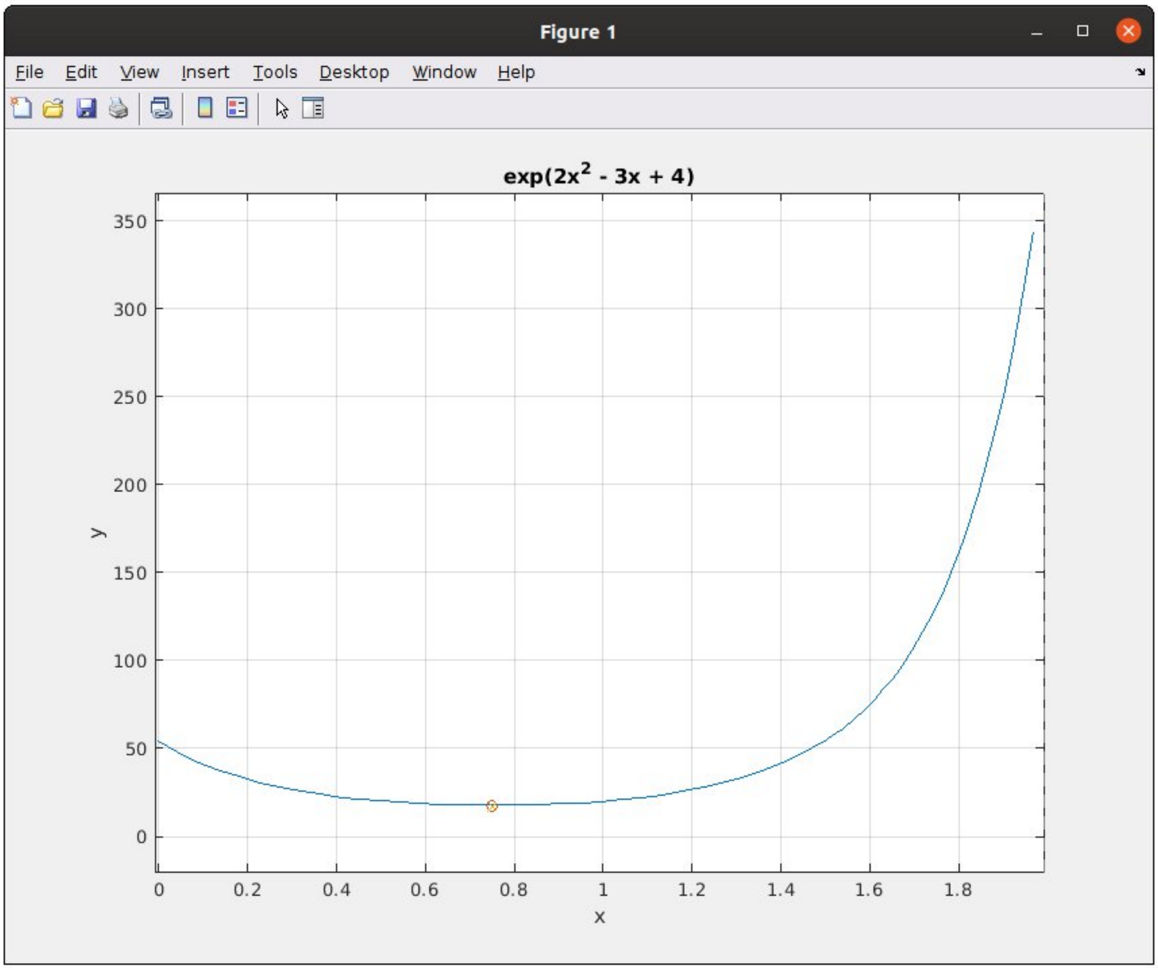
Granice przedziałów: $(-\infty, +\infty) \ \to \ (0, \infty)$

Przedział poszukiwań: wokół miejsca zerowego jako że $(e^x)' \ = \ e^x$; przyjęto $(0, 2)$



Rozwiązanie analityczne: $y \ = \ e^{\frac{23}{8}} \ \approx \ 17{,}73$; $x \ = \ \frac{3}{4} \ = \ 0.75$

Błąd rozwiązania: $\epsilon_x \ = \ 0$



$$g(x) = sin^3 cos\ x$$

Dziedzina: $x \in \boldsymbol{R}$

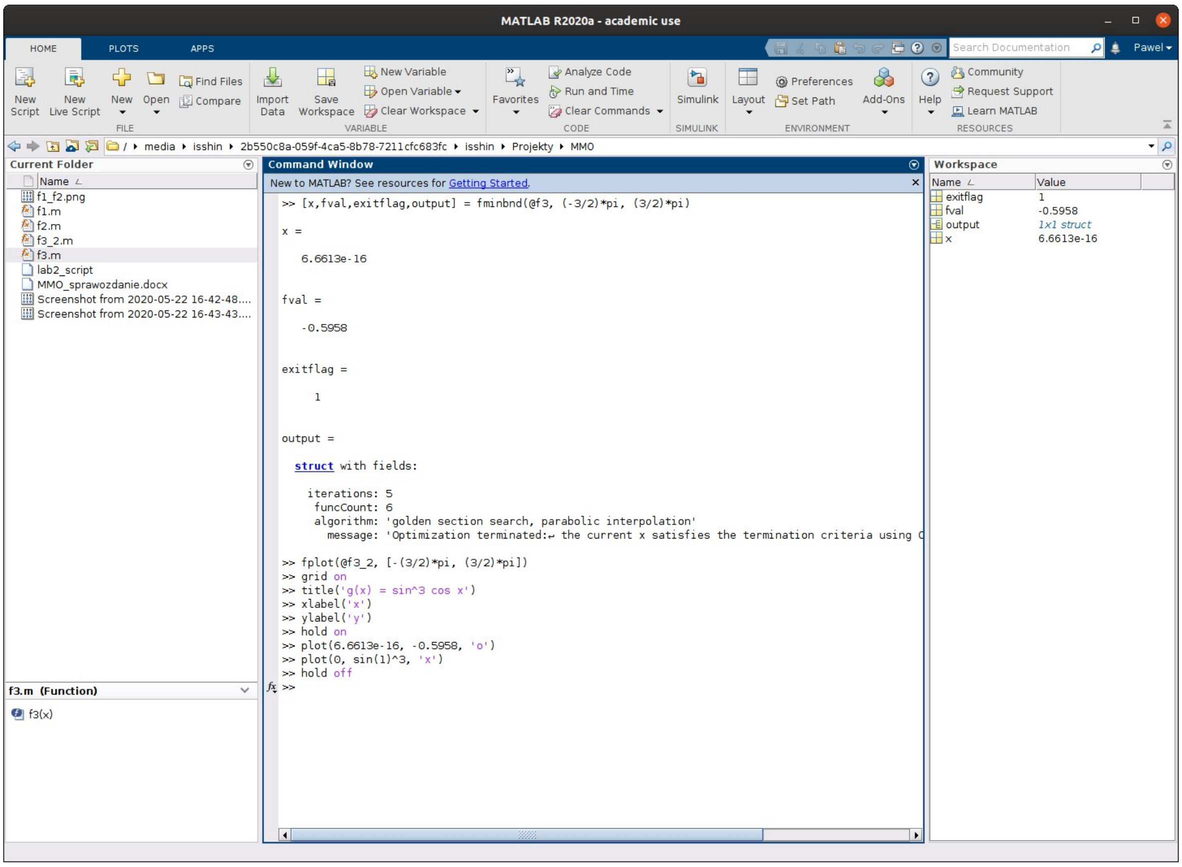
Miejsca zerowe: $\frac{\pi}{2} + 2k\pi n$ (dla funkcji wewnętrznej)

Granice przedziałów: $(-\infty, +\infty) \rightarrow (\infty, \infty)$

Przedział poszukiwań: wokół miejsca zerowego $\pm\pi$ ze względu na okresowość funkcji; przyjęto $\left(-\frac{3}{2}\pi; \frac{3}{2}\pi\right)$

Rozwiązanie analityczne: $y = sin^3(1) \approx 0{,}60$; $x = 2k\pi n \approx 6{,}28kn$

Błąd rozwiązania: $\epsilon_x = 0.0000000000066613\ dla\ k,n = 0$


MATLAB R2020a - academic use
HOME
PLOTS
APPS
Current Folder
Command Window
Workspace
New to MATLAB? See resources for Getting Started.
>> [x,fval,exitflag,output] = fminbnd(@f3, (-3/2)*pi, (3/2)*pi)
x =
6.6613e-16
fval =
-0.5958
exitflag =
1
output =
struct with fields:
iterations: 5
funcCount: 6
algorithm: 'golden section search, parabolic interpolation'
message: 'Optimization terminated:↵ the current x satisfies the termination criteria using O
>> fplot(@f3_2, [-(3/2)*pi, (3/2)*pi])
>> grid on
>> title('g(x) = sin^3 cos x')
>> xlabel('x')
>> ylabel('y')
>> hold on
>> plot(6.6613e-16, -0.5958, 'o')
>> plot(0, sin(1)^3, 'x')
>> hold off
>>
f1_f2.png
f1.m
f2.m
f3_2.m
f3.m
lab2_script
MMO_sprawozdanie.docx
f3.m (Function)
f3(x)
exitflag 1
fval -0.5958
output 1x1 struct
x 6.6613e-16

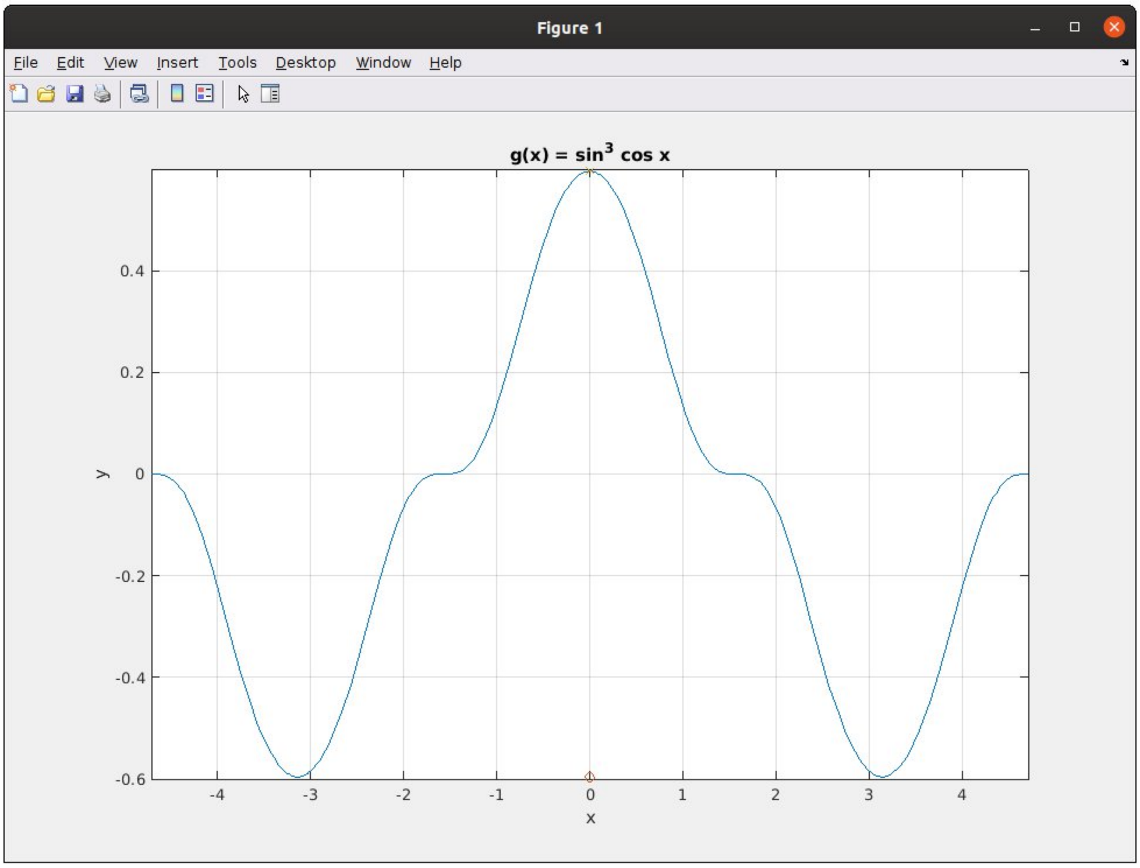
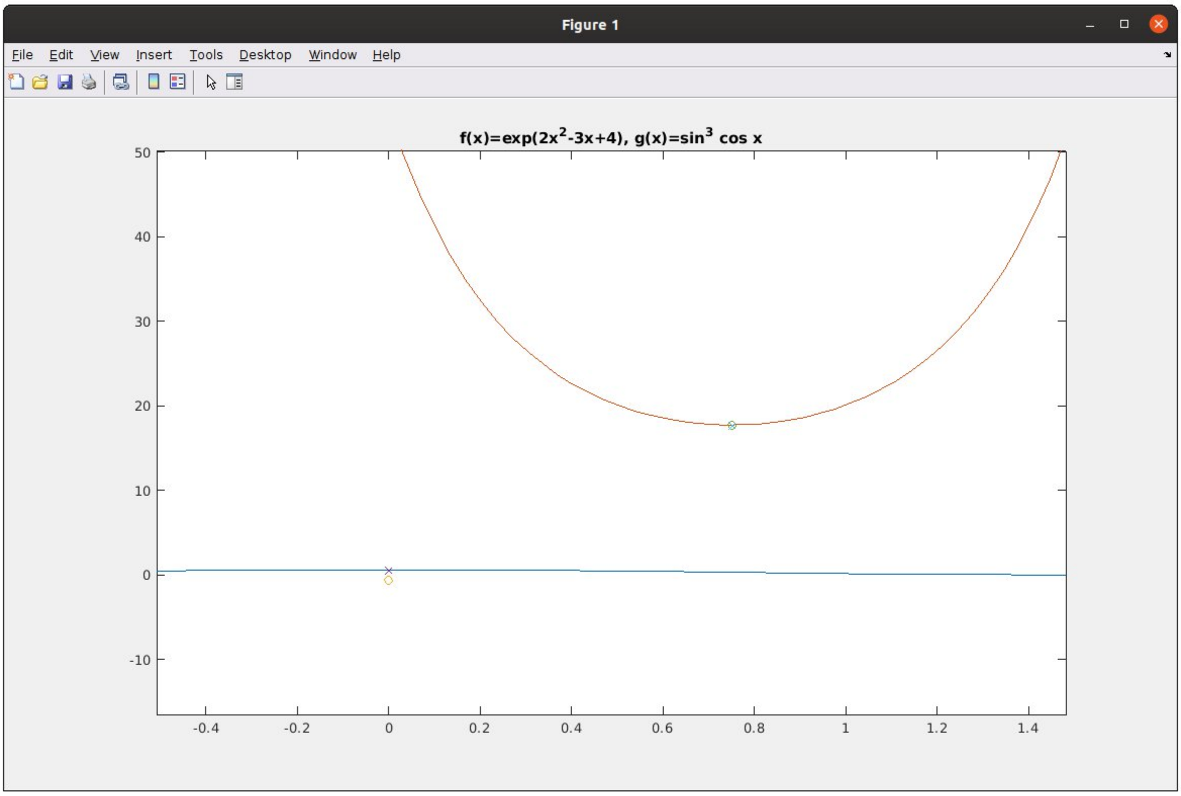


Figure 1
File Edit View Insert Tools Desktop Window Help
g(x) = sin3 cos x
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
y
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
x



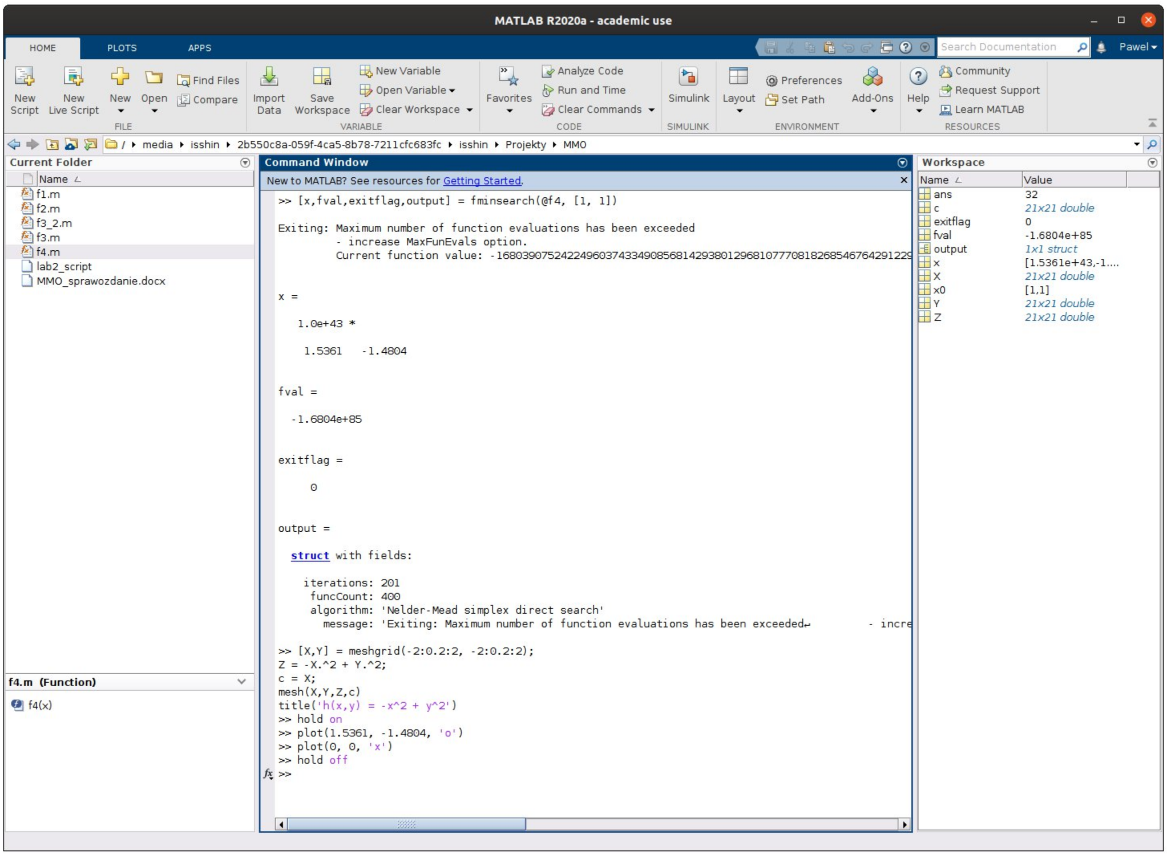
$$h(x,y) = -x^2 + y^2$$

Dziedzina: $x \in \boldsymbol{R}, y \in \boldsymbol{R}$

Punkty stacjonarne: $\begin{cases} -2x = 0 \\ 2y = 0 \end{cases} \rightarrow P_1 = \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$

Punkt startowy: wokół P_1, który zwykle oznacza przegięcie, a zatem nie musi to być minimum globalne; przyjęto $(1, 1)$

Rozwiązanie analityczne: brak minimów globalnych; P_1 jest minimum lokalnym


MATLAB R2020a - academic use
Command Window
New to MATLAB? See resources for Getting Started.
>> [x,fval,exitflag,output] = fminsearch(@f4, [1, 1])
Exiting: Maximum number of function evaluations has been exceeded
- increase MaxFunEvals option.
Current function value: -1680390752422496037433490856814293801296810777081826854676429122
x =
1.0e+43 *
1.5361 -1.4804
fval =
-1.6804e+85
exitflag =
0
output =
struct with fields:
iterations: 201
funcCount: 400
algorithm: 'Nelder-Mead simplex direct search'
message: 'Exiting: Maximum number of function evaluations has been exceeded
>> [X,Y] = meshgrid(-2:0.2:2, -2:0.2:2);
Z = -X.^2 + Y.^2;
c = X;
mesh(X,Y,Z,c)
title('h(x,y) = -x^2 + y^2')
>> hold on
>> plot(1.5361, -1.4804, 'o')
>> plot(0, 0, 'x')
>> hold off
>>
Current Folder
f1.m
f2.m
f3_2.m
f3.m
f4.m
lab2_script
MMO_sprawozdanie.docx
f4.m (Function)
f4(x)
Workspace
ans 32
c 21x21 double
exitflag 0
fval -1.6804e+85
output 1x1 struct
x [1.5361e+43,-1....
X 21x21 double
x0 [1,1]
Y 21x21 double
Z 21x21 double

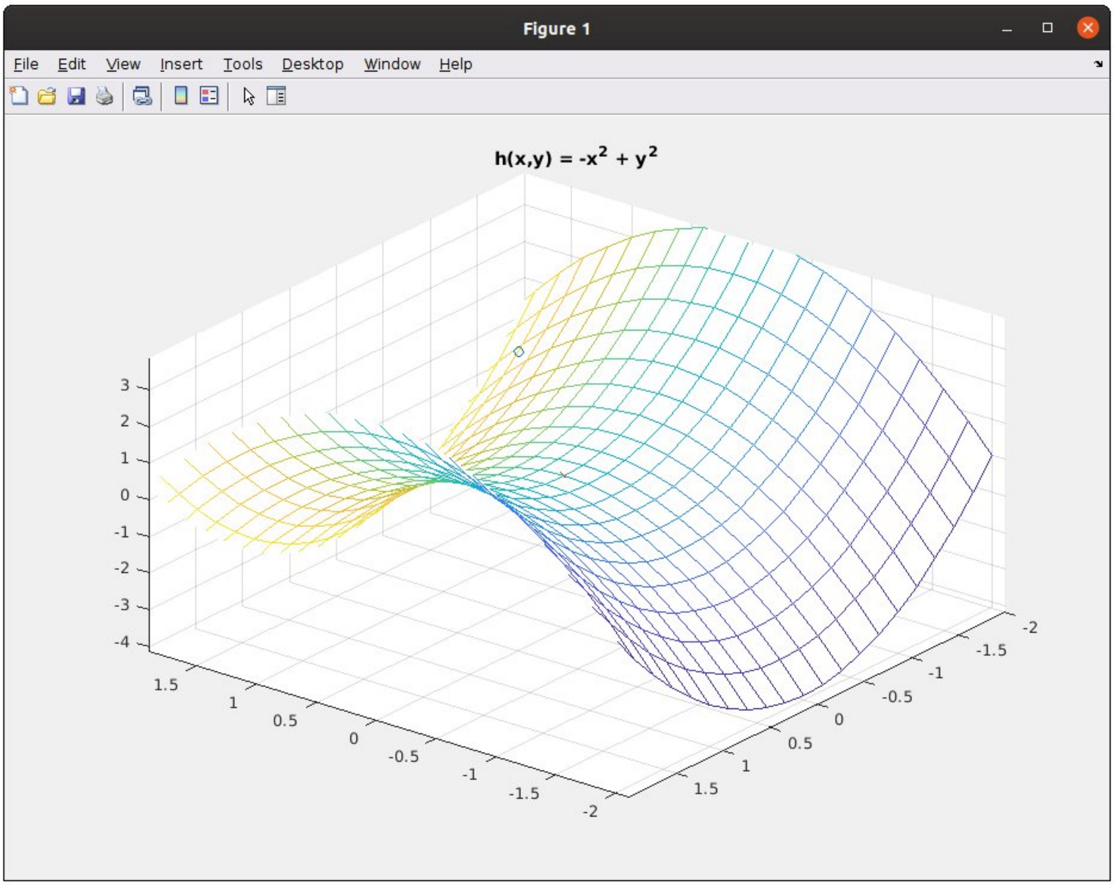


Figure 1
File Edit View Insert Tools Desktop Window Help
h(x,y) = -x^2 + y^2
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
1.5 1 0.5 0 -0.5 -1 -1.5 -2
-2 -1.5 -1 -0.5 0 0.5 1 1.5

$$k(x,y,z) = 2x^3 - 4y^2 + sin^2 z$$

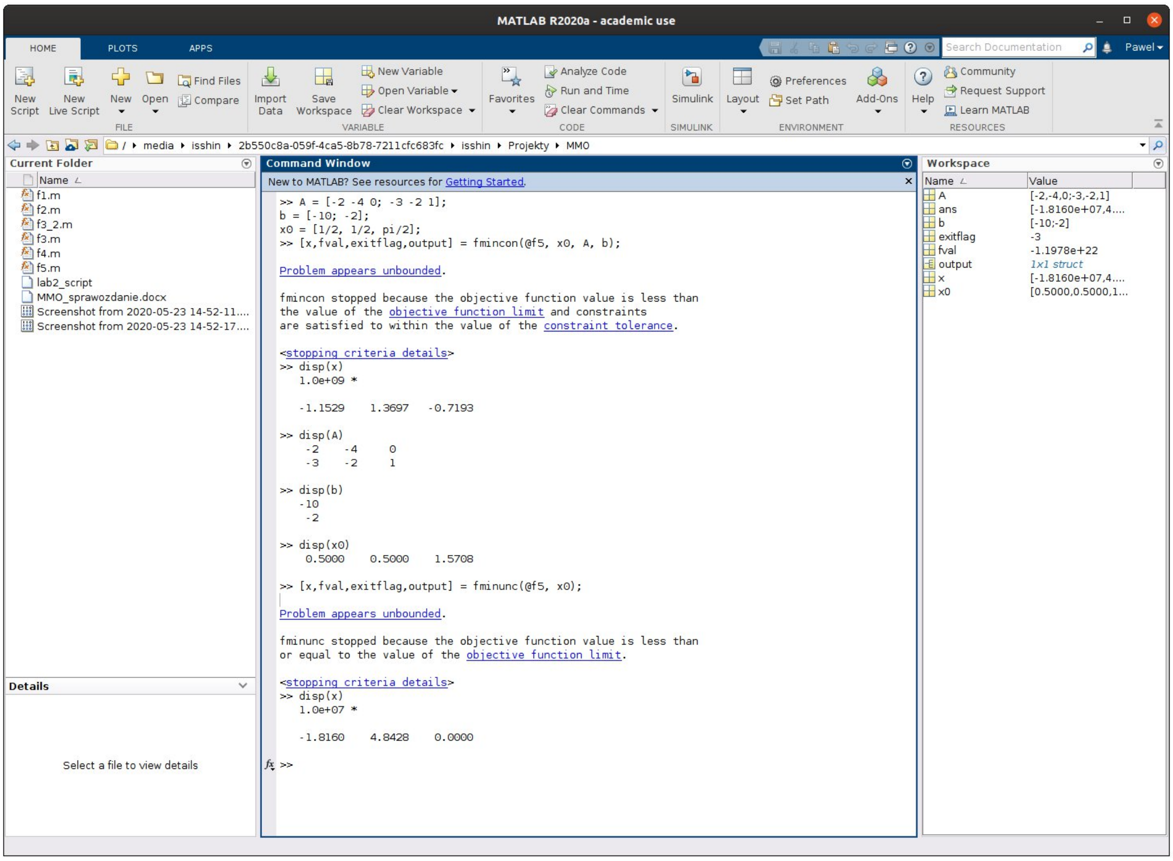
Dziedzina: $x \in \boldsymbol{R}, y \in \boldsymbol{R}, z \in \boldsymbol{R}$

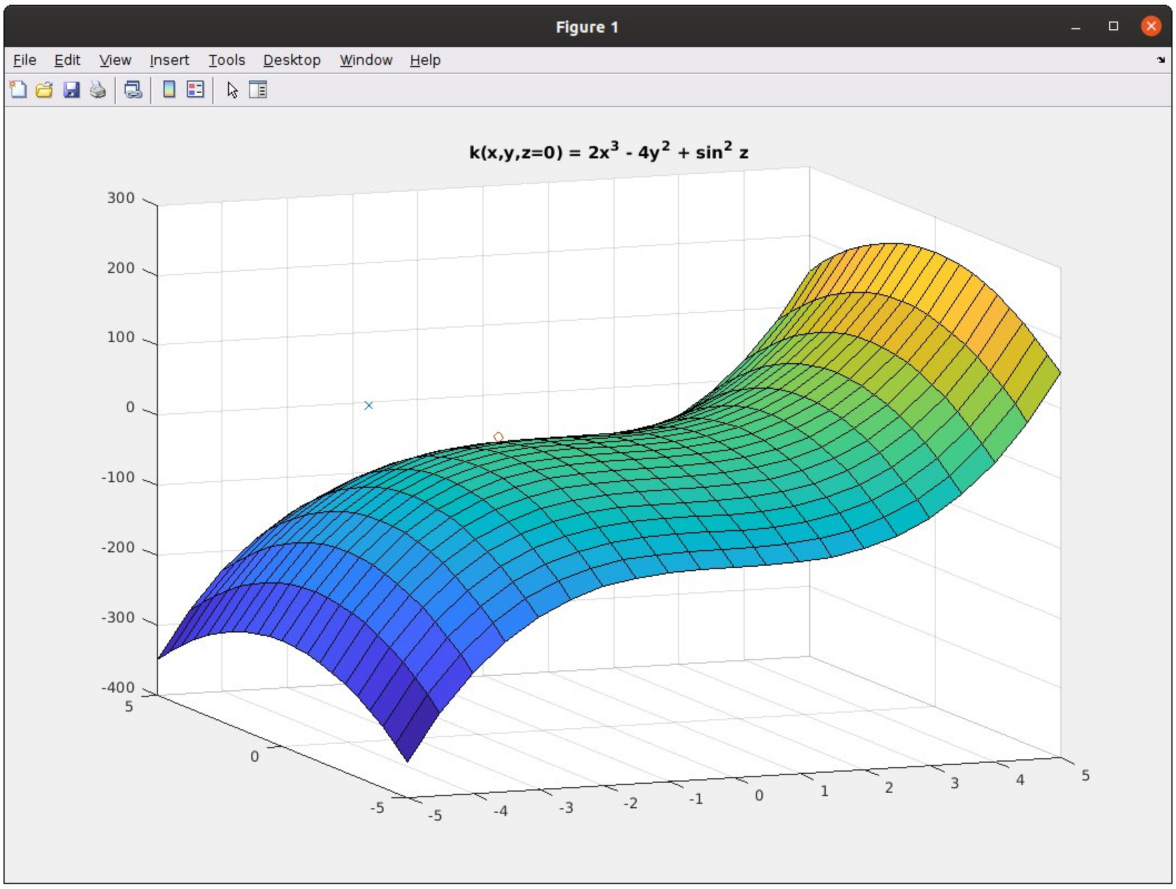
Punkty stacjonarne: $\begin{cases} 6x^2 = 0 \\ -8y = 0 \\ 2 \sin z \cos z = 0 \end{cases} \rightarrow P_1 = \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = \frac{\pi}{2} kn \end{cases}$

Przedział ograniczeń: $(-\infty; 3x + 2y - 2\rangle \cup \left\langle \frac{5-x}{2}; \infty \right)$

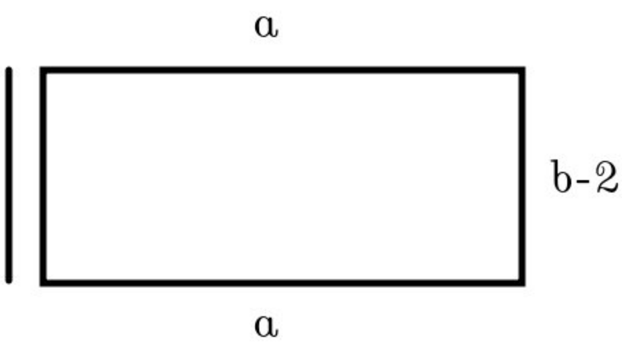
Punkt startowy: wokół P_1; dla $k,n = 0$ będzie to $P_1 = \vec{0}$, punkty przegięcia prawdopodobnie występują okresowo na hiperpłaszczyźnie; przyjęto $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

Rozwiązanie analityczne: brak minimów globalnych





funkcja celu P



$$\begin{cases} 2a + (b-2) = 1000 \\ P = a(b-2) \end{cases}$$

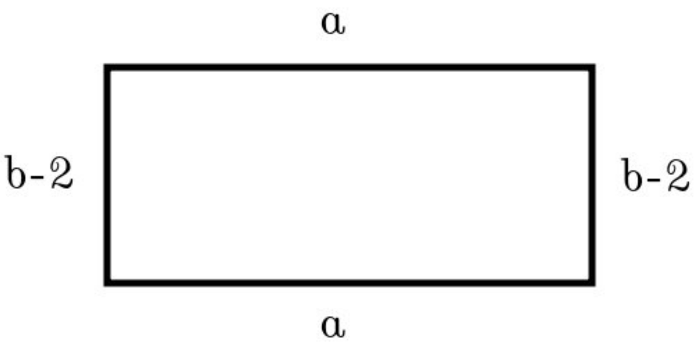
$$b = 1002 - 2a$$

$$p(a) = -2a^2 + 1000a$$

$$\max p(a) : a_{wierzchołka} \ = \ -\frac{b^*}{2a^*} \ = \ 250$$

$$b \ = \ 502$$

$$P\left(a_w, b\right) \ = \ P(250, 502) \ = \ 125\,500\ [m]$$



$$\begin{cases} 2a \ + \ 2(b-2) \ = \ 1000 \\ P \ = \ a(b-2) \end{cases}$$

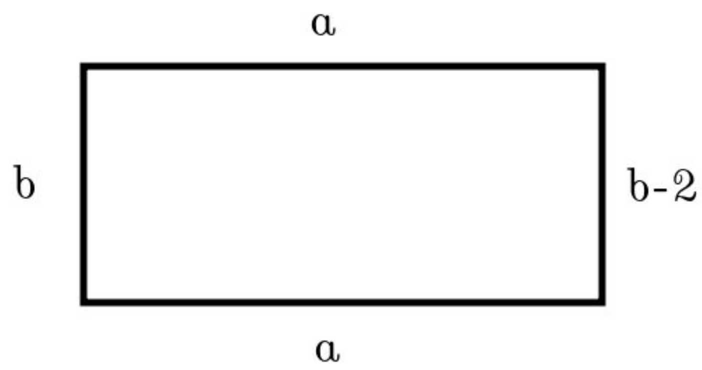
$$a \ = \ 502 \ - \ b$$

$$p(b) \ = \ -b^2 \ + \ 504b \ - \ 1004$$

$$\max p(b) : b_{wierzchołka} \ = \ -\frac{b*}{2a*} \ = \ 252$$

$$a \ = \ 250$$

$$P\left(a, b_w\right) \ = \ P(250, 252) \ = \ 63\,000\ [m]$$



$$\begin{cases} 2a + b + (b-2) = 1000 \\ P = ab \end{cases}$$

$$a = 501 - b$$

$$p(b) = -b^2 + 501b$$

$$\max p(b) : b_{wierzchołka} = -\frac{b*}{2a*} = 250\ \frac{1}{2}$$

$$a = 250\ \frac{1}{2}$$

$$P\left(a, b_w\right) = P\left(250\ \frac{1}{2}, 250\ \frac{1}{2}\right) = 62\,750\ \frac{1}{4}\ [m]$$