

# 机械手圆周运动的轨迹规划与实现

陈国良 黄心汉 王 敏

(华中科技大学 控制科学与工程系, 湖北 武汉 430074)

**摘要:** 研究机器人跟踪由任意不共线空间三点所决定的外接圆曲线, 提出了机器人圆周运动的一种笛卡尔空间的轨迹规划方法. 该方法通过坐标变化将三维空间内的圆周轨迹规划问题简化到二维平面上进行研究, 由此简化了轨迹规划问题; 为了保证机器人圆周运动较好的插补精度和圆周轮廓, 提出了一种可控插补精度的圆周插补算法. 根据坐标变化以及插补算法给出了轨迹规划的算法步骤, 将该规划方法用于微操作机械手, 完成了机械手的圆周涂胶作业, 实际应用表明该方法能够满足实时性和精度指标要求.

**关键词:** 机械手; 圆周运动; 轨迹规划; 微操作

**中图分类号:** TP241 **文献标识码:** A **文章编号:** 1671-4512(2005)11-0063-04

## Trajectory planning for the circular motion of manipulator and its implementation

Chen Guoliang Huang Xinhan Wang Min

**Abstract:** Arc motion is stereotype in the point to point motion of manipulator. The tracking of a manipulator curves determined by the circumscribed circle of three non-collinear arbitrary points was studied, and a trajectory planning for the circular motions of manipulators in the Cartesian space was proposed, where the problem in three-dimensional space could be simplified to the one in two-dimensional plane by transformation of coordinates. An interpolation algorithm with a controllable precision was proposed to obtain a preferable interpolation accuracy, circular profile, and its algorithm steps, presented according to the transformation of coordinates and the interpolation algorithm. The planning and algorithm were employed to accomplish the task of circular sizing of micromanipulator. Practical uses showed that the planning is capable of meeting the requirements of real-time utility and precision.

**Key words:** manipulator; circular motion; trajectory planning; micromanipulation

**Chen Guoliang** Doctoral Candidate; Dept. of Control Sci. & Eng., Huazhong Univ. of Sci. & Tech., Wuhan 430074, China.

传统的轨迹规划分为两种,一种是关节空间的规划,另一种是在笛卡尔空间的规划.关节空间的轨迹规划相对要简单些,而且不会出现奇异位形,但其末端的运动轨迹不直观;笛卡尔空间的轨迹规划比较直观,但在规划过程中容易产生机器人的奇异位形,同时其运动学反解也相对复杂.

对于机器人通常采用的点-点的直线或圆弧运动,文献[1]提出了机器人末端过空间三点做空间圆弧运动的一种有效轨迹规划方法,该方法能

够实现机器人的 MOVEC P2, P3 指令的轨迹规划,但是不能保证足够的圆弧位置及轮廓精度.对于机器人的复杂运动,Edwall 和 Lin 等人分别在文献[2]和[3]中采用三次、四次样条函数来构造关节轨迹,避免了求解机器人逆运动学方程.针对机器人做圆柱相贯线运动的特别运动轨迹,文献[4]进行了有效的轨迹规划.

任意给定不共线的空间三点  $P_1$ ,  $P_2$  和  $P_3$ , 要求机械手末端执行器沿这三点所确定的外接圆

收稿日期: 2005-01-17.

作者简介: 陈国良(1972-),男,博士研究生;武汉,华中科技大学控制科学与工程系(430074).

E-mail: ch2103103@163.com

基金项目: 国家高技术研究发展计划资助项目(2004AA844120);国家自然科学基金资助项目(60275013).

做圆周运动. 本文针对该轨迹跟踪任务, 对机械手的圆周运动进行了笛卡尔空间的轨迹规划. 并将该方法用于微操作机械手的“圆周涂胶”作业中.

## 1 外接圆确定及坐标变换

### 1.1 圆心及半径

如图1所示,  $\{O-XYZ\}$  为机器人基座坐标

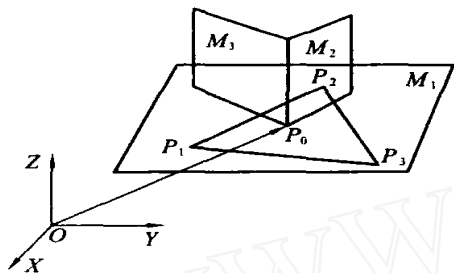


图1 空间坐标关系示意图

系.  $P_1, P_2, P_3$  为不共线的任意空间3点.  $P_1(x_1, y_1, z_1), P_2(x_2, y_2, z_2), P_3(x_3, y_3, z_3)$  为三点相对于基座坐标系的坐标. 三点唯一地确定一个外接圆, 该圆所在平面  $M_1$  的方程为

$$\begin{vmatrix} x - x_3 & y - y_3 & z - z_3 \\ x_1 - x_3 & y_1 - y_3 & z_1 - z_3 \\ x_2 - x_3 & y_2 - y_3 & z_2 - z_3 \end{vmatrix} = 0.$$

将行列式展开后可以得到  $M_1$  的方程的一般形式

$$A_1 x + B_1 y + C_1 z + D_1 = 0, \quad (1)$$

式中:  $A_1 = (y_1 - y_3)(z_2 - z_3) - (y_2 - y_3)(z_1 - z_3)$ ,  $B_1 = (x_2 - x_3)(z_2 - z_3) - (x_1 - x_3)(z_2 - z_3)$ ,  $C_1 = (x_1 - x_3)(y_2 - y_3) - (x_2 - x_3)(y_1 - y_3)$ ,  $D_1 = -\{[(y_1 - y_3)(z_2 - z_3) - (y_2 - y_3)(z_1 - z_3)]x_3 + [(x_2 - y_3)(z_2 - z_3) - (x_1 - y_3)(z_2 - z_3)]y_3 + [(x_1 - x_3)(y_2 - y_3) - (x_2 - x_3)(y_1 - y_3)]z_3\}$ .

$P_1 P_2$  的垂直平分面  $M_2$  的方程为

$$A_2 x + B_2 y + C_2 z + D_2 = 0, \quad (2)$$

式中:  $A_2 = (x_2 - x_1)$ ;  $B_2 = (y_2 - y_1)$ ;  $C_2 = (z_2 - z_1)$ ;  $D_2 = -[(x_2^2 - x_1^2) + (y_2^2 - y_1^2) + (z_2^2 - z_1^2)]/2$ .

$P_2 P_3$  的垂直平分面  $M_3$  的方程为

$$A_3 x + B_3 y + C_3 z + D_3 = 0, \quad (3)$$

式中:  $A_3 = (x_3 - x_2)$ ;  $B_3 = (y_3 - y_2)$ ;  $C_3 = (z_3 - z_2)$ ;  $D_3 = -[(x_3^2 - x_2^2) + (y_3^2 - y_2^2) + (z_3^2 - z_2^2)]/2$ .

2. 联立  $M_1, M_2$  和  $M_3$  三平面方程有

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -D_1 \\ -D_2 \\ -D_3 \end{vmatrix}. \quad (4)$$

式(4)有且仅有惟一的一组解, 采用高斯消元法可以得到该组解, 解即为外接圆的圆心  $P_0(x_0, y_0, z_0)$ . 根据圆心可得到外接圆的半径

$$r = [(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2]^{1/2}. \quad (5)$$

### 1.2 坐标变换

以文献[1]为基础讨论如下. 以圆心  $P_0(x_0, y_0, z_0)$  为原点建立新的坐标系, 新坐标系的  $Z_0$  轴方向为平面  $M_1$  的法矢量, 则根据式(1)可以知道  $Z_0$  轴的方向余弦为:  $a_x = A_1/L$ ,  $a_y = B_1/L$ ,  $a_z = C_1/L$ , 其中  $L = (A_1^2 + B_1^2 + C_1^2)^{1/2}$ . 规定新坐标系的  $X_0$  轴方向为  $P_0 P_1$  矢量方向,  $X_0$  轴方向余弦

$$n_i = \frac{(i_1 - i_0)}{\sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2}},$$

式中  $i = x, y, z$ . 由  $Z_0$  轴和  $X_0$  轴可以确定新坐标系的  $Y_0$  轴, 其方向余弦为  $Z_0$  轴方向余弦与  $X_0$  轴方向余弦的叉乘.

相对于基坐标系  $\{O-XYZ\}$ , 新坐标系  $\{P_0 - X_0 Y_0 Z_0\}$  的坐标变换矩阵为

$$T = \begin{vmatrix} R & P_0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad (6)$$

则

$$T^{-1} = \begin{vmatrix} R^T & -R^T P_0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

通过坐标变换矩阵  $T$  可将基坐标系内的三维空间的外接圆变换到新坐标系内的二维平面的圆.

$P_1, P_2, P_3$  在新坐标系下的坐标  $Q_1(x_1, y_1, z_1), Q_2(x_2, y_2, z_2), Q_3(x_3, y_3, z_3)$  可由下式求出:

$$[Q_i, 1]^T = T^{-1} [P_i, 1]^T \quad (i = 1, 2, 3). \quad (7)$$

## 2 圆弧插补算法

### 2.1 插补原理

为了使机械手最大程度地接近理论的圆弧曲线减小轮廓误差, 本文用带误差上限的多段等弦直线运动来逼近实际的圆弧<sup>[5]</sup>. 其方法是: 在每一个运动周期  $dt$  内, 通过插补计算, 得到适当的  $X$  轴和  $Y$  轴方向的运动增量  $x$  和  $y$ , 使得每个周期内用来逼近对应弧长的弦的长度为一误差允许范围内的值.

设在当前运动周期内, 机械手末端位置为  $P_A(x_n, y_n)$ , 规定等弦长度为  $dL$  (插补精度), 允许上限误差为  $\epsilon$ , 插补运动目标点记为  $P_B(x_{n+1}, y_{n+1})$ , 圆曲线函数为  $y(x)$ , 则根据微分线段的弧长公式有  $dL = [1 + (y'(x))^2]^{1/2} dx$ , 因此有  $dx = dL / [1 + (y'(x))^2]^{1/2}$ , 于是目标点  $P_B$  的  $X$  轴坐标

$$x_{n+1} = x_n + dx = x_n + dL / [1 + (y'(x))^2]^{1/2}. \quad (8)$$

将  $x_{n+1}$  代入圆曲线函数  $y(x)$  可以得出目标点  $P_B$  的  $Y$  轴坐标  $y_{n+1}$  的值. 令

$$E = [ (x_{n+1} - x_n)^2 + (y_{n+1} - y_n)^2 ]^{1/2} - dL, \quad (9)$$

若  $E < \epsilon$ , 则  $P_B$  为满足要求的目标点. 否则  $dx = dL / (1 + K^2)^{1/2}$ , 其中  $K$  为直线  $P_A P_B$  的斜率. 重新计算目标点  $P_B$  的  $X$  轴坐标得

$$x_{n+1} = x_n + dx = x_n + (1 + K^2)^{-1/2} dL. \quad (10)$$

以新得到的目标点  $P_B$  坐标  $x_{n+1}$  计算  $y_{n+1}$ . 将  $(x_{n+1}, y_{n+1})$  代入式(9)重新计算  $E$ , 并将  $E$  与  $\epsilon$  做比较, 若  $E < \epsilon$ , 则该点为满足要求的目标点, 否则重复此过程直到满足条件.

由式(8)或式(10)求出目标点  $P_B$  后, 可以确定在该运动周期内  $X$  轴和  $Y$  轴的插补量

$$x = x_{n+1} - x_n; \quad y = y_{n+1} - y_n. \quad (11)$$

## 2.2 增量转换

式(11)确定的运动增量  $(x, y)$  事实上是相对于新坐标系  $\{P_0 - X_0 Y_0 Z_0\}$  的运动增量, 需要将该增量转换成基坐标系下的运动增量  $(X, Y, Z)$ ,

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

将式(12)求解出的基坐标系增量代入机器人逆运动学方程, 便可求出各关节的运动增量值.

## 2.3 插补精度分析

上面讨论的圆弧曲线插补算法中, 每个目标插补点的  $Y$  轴坐标是由理论圆曲线函数直接计算出来的, 因此在目标插补点不存在位置误差. 但是由于是用直线段来逼近圆弧, 不可避免地会带来轮廓误差<sup>[5]</sup>.

如图 2 所示,  $r$  为圆弧半径,  $P_A$  和  $P_B$  为圆曲线上两相邻的插补点. 显然, 在线段  $P_A P_B$  的中点所对应的圆弧顶点处, 插补的轮廓误差达到最大值. 在轮廓误差给定条件下, 插补精度

$$dL = (8r - 4\epsilon^2)^{1/2},$$

说明  $dL$  的选择与圆曲线的半径有很大的关系, 圆曲线半径越大, 允许的插补精度就越高.

算法基本步骤如下:

- 根据给定的不共线的空间三点, 按式(1)~(3)求  $M_1, M_2, M_3$  三平面方程;
- 用高斯消去法, 求解方程组(4), 得到外接圆圆心;
- 利用式(5)求外接圆半径;
- 根据式(6)求坐标变换矩阵  $T$ , 并根据式(7)进行坐标变换;
- 在新坐标系  $\{P_0 - X_0 Y_0 Z_0\}$  下, 写出外接圆的函数  $y(x)$  的表达式;
- 根据式(8)~(10)以及式(13)求目标插补点, 直到插补点满足允许误差;
- 根据式(12)将插补增量转化为基坐标系下的运动增量;
- 解逆运动学方程, 获得关节运动增量, 并送下位机伺服.

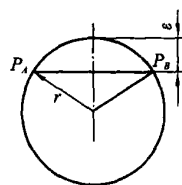


图 2 圆曲线插补精度分析

## 3 仿真与应用

通过 Matlab 对圆弧插补算法进行仿真研究. 规定  $dL = 0.05$ ,  $\epsilon = 0.01$ ; 理想圆弧曲线函数为  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 4$ ; 插补初始点为  $P_1(-2, 0)$ . 经过 250 次插补后的仿真试验结果表明, 所规划的轨迹非常光滑, 具有很好的圆周曲线轮廓.

将该轨迹规划算法用于微操作机器人的“圆周涂胶”作业.

微操作机械手由微动平台、末端执行器和显微视觉系统三部分组成. 机械手的机构部分主体为  $X-Y-Z$  三维微动平台, 采用三台美国 Bayside 公司的高精度滚柱丝杆组成, 每台滚柱丝杆为一个自由度, 最大运动距离 50 mm, 重复定位精度为  $2 \mu\text{m}$ .

“杯口涂胶”是机械手的一项作业任务, 是在具有光滑圆曲线的靶腔边沿均匀地涂抹上粘胶, 以便粘住小球. 机械手可以通过显微视觉系统获取靶腔的位置信息. 由于显微图像引导下的机械手圆曲线运动实时性不高, 同时, 精度也随着作业环境、光线条件的变化波动很大, 因此机械手圆轨迹运动不采取图像引导的方法实现, 而是通过跟踪理论圆曲线的方法来完成.

作业任务分解如下: 通过显微视觉系统提供的图像信息提取杯口圆曲线上任意三点的位置信

息;确定三点所决定的外接圆,即杯口的圆周曲线;计算杯口相对于机械手基坐标系的坐标变化矩阵;利用本文的轨迹规划方法获取插补运动增量;将  $X$ - $Y$ - $Z$  三轴的运动增量送下位机伺服。

机械手只具有  $X$ - $Y$ - $Z$  三个方向的移动自由度,因此不要求解逆运动学方程,机械手末端的运动增量就是各关节的运动增量。

图3是微操作机械手进行圆周运动的显微图像

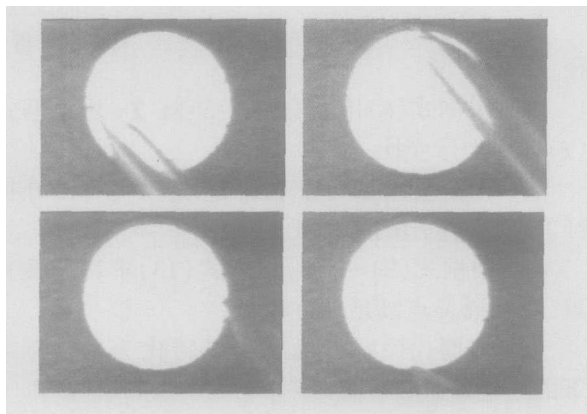


图3 机械手涂胶作业显微图像

像。应用表明了该轨迹规划方法以及圆弧插补算法的有效性。

本文算法简单,具有通用性。考虑到圆弧运动是机器人完成点到点运动常采用的运动方式,因此本文研究的内容具有普遍的意义。

#### 参 考 文 献

- [1] 吴镇炜,谈大龙. 机械手空间圆弧运动的一种有效轨迹规划方法[J]. 机器人, 1999(1): 8~11
- [2] Edwall C W, Ho C Y, Pottinger H J. Trajectory generation and control of a robot arm using splines functions [J]. Robots, 1982 (VI): 421—445
- [3] Lin C S, Chang P R, Luh J Y S. Formulation and optimization of cubic polynomial joint trajectories for industrial robots [J]. IEEE Trans Automat Contr, 1983(12): 1 066—1 073
- [4] 边广韬,叶长龙,赵建国. 机械手的一种轨迹规划[J]. 沈阳工业大学学报, 2001(6): 490—491
- [5] 周学才,刘广超. 三次样条曲线轨迹规划的实现方法[J]. 深圳信息职业技术学院学报, 2003(1): 7—10

(上接第59页)

$$X_2 = [0.502, 0.498]^T;$$

$$X_3 = [0.502, 0.498]^T;$$

$$X_4 = [0.502, 0.498]^T.$$

$S_1, S_2, S_3$  相对于  $G_1, G_2, G_3, G_4, G_5$  和  $G_6$  分别为:

$$X_5 = [0.503, 0.375, 0.234,$$

$$0.260, 0.213, 0.358]^T;$$

$$X_6 = [0.211, 0.412, 0.395,$$

$$0.311, 0.412, 0.292]^T;$$

$$X_7 = [0.286, 0.213, 0.371,$$

$$0.429, 0.375, 0.350]^T.$$

d. 计算三个方案相对于总目标的权向量。按照层次分析法中层次总排序的方法,可计算出三个方案相对于总目标的权向量  $E = [0.329, 0.338, 0.333]^T$ 。

由此可知,方案2(战术巡航导弹)为最佳方

案,方案1(战略巡航导弹)为最差方案。

本系统作为决策支持系统中针对多目标、多层次的一种重要的决策评价工具,为决策者(设计师)提供决策支持。当然,其还有待于在应用中进行检验、改进和完善。

#### 参 考 文 献

- [1] 姜 华,高国安,刘栋梁. 多准则、多目标决策评价系统的设计与实现[J]. 系统工程学报, 1999, 14(3): 296—300
- [2] 赵焕辰,许树柏,和金生. 层次分析法——一种简易的新决策方法[M]. 北京:科学出版社,1986.
- [3] 邓聚龙. 灰理论基础[M]. 武汉:华中科技大学出版社,2002.
- [4] 陈义保. 基于蚁群系统、灰理论和特征变量的机械优化设计理论和方法的研究[D]. 武汉:华中科技大学机械科学与工程学院,2003.
- [5] 任志勇,常伯浚,董正卫. 飞航导弹总体方案评价决策技术研究[J]. 战术导弹技术, 2003(6): 7—11