第 25 卷第 6 期
2008 年 12 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 25 No. 6
Dec. 2008

文章编号: 1000−8152(2008)06−1037−05

6R机器人实时逆运动学算法研究

刘松国, 朱世强, 李江波, 王宣银

(浙江大学 流体传动及控制国家重点实验室, 浙江 杭州 310027)

摘要: 提出一套解决各类6R机器人逆运动学问题的实时算法. 一般算法通过矢量计算和16阶矩阵分解得到一般6R机器人的最多16组逆运动学解. 封闭解法直接提取运动学等式求出关节变量的解析解. 组合算法将封闭解法或一般算法的结果作为初始值, 采用牛顿-拉夫森方法迭代出逆运动学精确解, 适用于所有接近满足封闭解条件或一般算法条件的6R机器人. 求解实验结果表明, 整套算法最大算法时间约为2.03 ms, 为任意几何结构的6R机器人应用于强实时系统提供了逆运动学解决方案.

关键词: 6R机器人; 逆运动学; 实时算法; 组合算法

中图分类号: TP242.2　　　**文献标识码**: A

Research on real-time inverse kinematics algorithms for 6R robots

LIU Song-guo, ZHU Shi-qiang , LI Jiang-bo, WANG Xuan-yin

(State Key Lab of Fluid Power Transmission and Control, Zhejiang University, Hangzhou Zhejiang 310027, China)

Abstract: A set of real-time algorithms for inverse kinematics of all type of 6R robots is proposed. The general algorithm obtains 16 inverse kinematics solutions in total for general 6R robots based on vector operations and eigenvalue-decomposition of a 16 order target matrix. The closed-form algorithm selects proper kinematics equations directly and solves for the joint variables analytically. The obtained results are employed by the combined algorithm as the initial values in the iterative Newton-Raphson method for finding the exact solutions of the inverse kinematics, which can be used for 6R robots that approximately meet the requirements of the closed-form algorithm or the general algorithm. Experimental results show that the proposed set of algorithms solves the inverse kinematics problem of 6R robots with any geometry configuration in 2.03 ms, and provides effective solutions for the inverse kinematics problem of 6R robots applied in strong real-time systems.

Key words: 6R robots; inverse kinematics; real-time algorithm; combined algorithm

1 引言(Introduction)

逆运动学算法是6R机器人轨迹规划与控制的基础, 其实时性能对机器人控制系统具有至关重要的意义. 当6R机器人的几何结构满足Pieper准则[1], 即3个相邻关节轴交于一点或者3个相邻关节轴相互平行时, 可以采用封闭解法[2]求解逆运动学问题, PUMA560等广泛使用的工业机器人均采用这种结构. 对于满足Pieper准则但又存在结构误差的6R机器人, 通常采用补偿算法[3]修正结构误差对逆运动学解的影响, 然而补偿算法都针对特定的机器人系统, 通用性和实时性无法保证. 当6R机器人的几何结构不满足Pieper准则时, 成为一般6R机器人, 其逆运动学问题是机器人领域密切关注的难题[5~10]. Raghavan和Roth通过矢量运算由6个逆运动学等式构造14个基础方程[5], 消元运算后得到一元24次方程, 求出最多16组逆运动学解, 但存在8个增根. Manocha采用24阶矩阵特征分解方法对Raghavan的算法进行改进[6], 提高了逆运动学解算的稳定性和精度. 文献[7,8]为解决空间7R机构的位移分析难题, 分别采用复数方法和矩阵运算构造10个基础方程, 进而得到一元16次方程, 消除了增根, 两种方法对一般6R机器人的逆运动学求解具有借鉴意义.

本文提出一套解决各类6R机器人逆运动学问题的实时算法. 采用封闭解法求解满足Pieper准则的6R机器人的逆运动学问题. 一般算法通过矢量计算和符号运算将Manocha得到的目标矩阵从24阶降低到16阶, 并以矩阵特征分解方法提高一般6R机器人逆运动学求解的效率和稳定性. 将封闭解法和一般算法分别与牛顿-拉夫森迭代算法[4]组合, 解决满足Pieper准则但又存在结构误差的6R机器人和不满

收稿日期: 2007−05−18; 收修改稿日期: 2008−01−01.

足一般算法条件的一般6R机器人的逆运动学问题, 具有通用和高效的特点. 采用C++语言实现整套算法, 得到各类6R机器人的最大逆运动学算法时间约为2.03 ms.

2 逆运动学算法(Inverse kinematics algorithms)

根据D-H参数和连杆坐标系, 6R机器人的运动学方程描述为

$$T_{\rm End} = T_1T_2T_3T_4T_5T_6, \tag{1}$$

其中: $T_i = R_z(\theta_i)T_z(d_i)T_x(a_i)R_x(\alpha_i)(i=1,2,\cdots,6)$, a_i为连杆长度, α_i为连杆扭角, d_i为连杆偏置, θ_i为关节变量, $T_{\rm End}$为机器人工具中心的位姿矩阵. 6R机器人的逆运动学问题就是在已知连杆参数d_i, a_i和α_i以及给定$T_{\rm End}$的条件下, 求解关节变量θ_i.

2.1 一般算法(General algorithm)

一般算法用于解决无封闭解的一般6R机器人的逆运动学问题. 文献[6]构造了24×24矩阵, 通过矩阵特征分解求出关节变量, 存在两个问题: 24×24矩阵的获取和求根算法复杂; 有8个纯虚数增根. 对其采用的两个矢量等式P和L作变换, 得到

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda_2 & \mu_2 \\ 0 & \mu_2 & \lambda_2 \end{pmatrix} \left(\begin{pmatrix} c_2 & s_2 & 0 \\ s_2 & -c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a_2 \\ 0 \\ d_2 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} c_3 & s_3 & 0 \\ s_3 & -c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{pmatrix},$$

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda_2 & \mu_2 \\ 0 & \mu_2 & \lambda_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_2 & s_2 & 0 \\ s_2 & -c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_3 & s_3 & 0 \\ s_3 & -c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix}.$$

其中:

$$\mu_i = \sin\alpha_i,\ \lambda_i = \cos\alpha_i,$$
$$h_v = FSC(c_1, s_1, c_2, s_2),$$
$$f_v = FSC(c_4, s_4, c_5, s_5),$$
$$n_v = FSC(c_1, s_1, c_2, s_2),$$
$$r_v = FSC(c_4, s_4, c_5, s_5),$$

$v = 1,2,3$, $i = 1,2,\cdots,5$, FSC表示关节变量正余弦函数的组合, $s_i = \sin\theta_i$, $c_i = \cos\theta_i$.

采用符号运算对矢量等式P和L作乘法, 由P, L, $P\cdot P$, $P\cdot L$, $P\times L$和$(P\cdot P)L-(2P\cdot L)P$, 得到共14个逆运动学方程:

$$EQ1: P_{L1}(\theta_3,\theta_4,\theta_5) = P_{R1}(\theta_1,\theta_2);$$
$$EQ2: P_{L2}(\theta_3,\theta_4,\theta_5) = P_{R2}(\theta_1,\theta_2);$$
$$EQ3: P_{L3}(\theta_4,\theta_5) = P_{R3}(\theta_1,\theta_2);$$
$$EQ4: L_{L1}(\theta_3,\theta_4,\theta_5) = L_{R1}(\theta_1,\theta_2);$$
$$EQ5: L_{L2}(\theta_3,\theta_4,\theta_5) = L_{R2}(\theta_1,\theta_2);$$
$$EQ6: L_{L3}(\theta_4,\theta_5) = L_{R3}(\theta_1,\theta_2);$$
$$EQ7: (P\cdot P)_L(\theta_4,\theta_5) = (P\cdot P)_R(\theta_1,\theta_2);$$
$$EQ8: (P\cdot L)_L(\theta_4,\theta_5) = (P\cdot L)_R(\theta_1,\theta_2);$$
$$EQ9: (P\times L)_{L1}(\theta_3,\theta_4,\theta_5) = (P\times L)_{R1}(\theta_1,\theta_2);$$
$$EQ10: (P\times L)_{L2}(\theta_3,\theta_4,\theta_5) = (P\times L)_{R2}(\theta_1,\theta_2);$$
$$EQ11: (P\times L)_{L3}(\theta_4,\theta_5) = (P\times L)_{R3}(\theta_1,\theta_2);$$
$$EQ12: [(P\cdot P)L-(2P\cdot L)P]_{L1}(\theta_3,\theta_4,\theta_5) = [(P\cdot P)L-(2P\cdot L)P]_{R1}(\theta_1,\theta_2);$$
$$EQ13: [(P\cdot P)L-(2P\cdot L)P]_{L2}(\theta_3,\theta_4,\theta_5) = [(P\cdot P)L-(2P\cdot L)P]_{R2}(\theta_1,\theta_2);$$
$$EQ14: [(P\cdot P)L-(2P\cdot L)P]_{L3}(\theta_4,\theta_5) = [(P\cdot P)L-(2P\cdot L)P]_{R3}(\theta_1,\theta_2).$$

式中: 下标L和R分别表示矢量等式的左边和右边, 1, 2和3是矢量中元素的标号. 可见, $EQ3$, $EQ6$, $EQ7$, $EQ8$, $EQ11$和$EQ14$共6个方程左右两边与θ_3无关, 移项并组合成矩阵形式, 可得

$$L1_{6\times 11}\,[s_4s_5\ s_4c_5\ c_4s_5\ c_4c_5\ s_4\ c_4\ s_5\ c_5\ s_2\ c_2\ 1]^{\rm T} = R1_{6\times 6}\,[s_1s_2\ \ s_1c_2\ \ c_1s_2\ \ c_1c_2\ \ s_1\ \ c_1]^{\rm T}. \tag{2}$$

式中: $L1_{6\times 11}$和$R1_{6\times 6}$为常系数矩阵. 令$x_3 = \tan(\theta_3/2)$, 代入含有θ_3的8个等式中, 线性变换后得到8个新的等式:

$$EQ1_L + x_3EQ2_L = EQ1_R + x_3EQ2_R,$$
$$EQ2_L - x_3EQ1_L = EQ2_R - x_3EQ1_R,$$
$$EQ4_L + x_3EQ5_L = EQ4_R + x_3EQ5_R,$$
$$EQ5_L - x_3EQ4_L = EQ5_R - x_3EQ4_R,$$
$$EQ9_L + x_3EQ10_L = EQ9_R + x_3EQ10_R,$$
$$EQ10_L - x_3EQ9_L = EQ10_R - x_3EQ9_R,$$
$$EQ12_L + x_3EQ13_L = EQ12_R + x_3EQ13_R,$$
$$EQ13_L - x_3EQ12_L = EQ13_R - x_3EQ12_R.$$

移项并组合成矩阵形式, 得

$$L2_{8\times 11}(x_3)[s_4s_5\ \ s_4c_5\ \ c_4s_5\ \ c_4c_5\ \ s_4\ \ c_4\ \ s_5\ \ c_5\ \ s_2\ \ c_2\ \ 1]^{\rm T} = R2_{8\times 6}[s_1s_2\ \ s_1c_2\ \ c_1s_2\ \ c_1c_2\ \ s_1\ \ c_1]^{\rm T}. \tag{3}$$

式中: $R2_{8\times 6}$为常数矩阵, $L2_{8\times 11}(x_3)$的各项元素为x_3的一次二项式或常数.

当${\rm rank}(R1_{6\times 6}) = 6$时, 式(2)两边左乘$R1_{6\times 6}^{-1}$, 并

令$x_i = \tan(\theta_i/2)$, $i = 4, 5$, 代入式(3), 每个等式左右两边分别乘以$(1 + x_4^2)(1 + x_5^2)$, 可得

$$L3_{8\times11}(x_3)\left[x_4^2x_5^2\ \ x_4^2x_5\ \ x_4x_5^2\ \ x_4x_5\ \ x_4^2\ \ x_4\ \ x_5^2\ \ x_5\ \ s_2k\ \ c_2k\ \ 1\right]^{\mathrm{T}} = 0_{8\times1}. \tag{4}$$

式中$k = (1 + x_4^2)(1 + x_5^2)$, $L3_{8\times11}(x_3)$与$L2_{8\times11}(x_3)$具有相似的形式. 将式(4)中各式乘以x_4, 得到8个新的方程, 并与式(4)中的8个方程组合, 可得

$$L4_{16\times16}(x_3)[x_4^3x_5^2\ \ x_4^3x_5\ \ x_4^2x_5^2\ \ x_4^2x_5\ \ x_4^3\ \ x_4^2\ \ x_4x_5^2\ \ x_4x_5\ \ x_4s_2k\ \ x_4c_2k\ \ x_4\ \ x_5^2\ \ x_5\ \ s_2k\ \ c_2k\ \ 1]^{\mathrm{T}} = 0_{16\times1}.$$

为表述方便, 简单表示为

$$L4(x_3)(V_{245}) = 0. \tag{5}$$

其中: $L4(x_3) = Ax_3 + B$, $A, B \in \mathbb{R}^{16\times16}$为常数矩阵, V_{245}为包含θ_4和θ_5的半角正切以及θ_2的正余弦函数的向量.

使方程(5)有解的必要条件是

$$\det[L4(x_3)] = 0. \tag{6}$$

采用矩阵特征分解方法求解关节变量. 当A为非奇异矩阵时, 由方程$L4(x_3) = 0$可得

$$Ix_3 + A^{-1}B = 0. \tag{7}$$

其中I为16×16单位矩阵. 令$M = -A^{-1}B$, 由矩阵计算理论可知, 矩阵M的16个特征值即为x_3的16个解, 对应的特征向量即为V_{245}, 由V_{245}中的相关元素可以计算出x_4, x_5, s_2和c_2, 从而解出θ_2, θ_3, θ_4和θ_5, 代入式(2)中, 可以解出θ_1, 将求出的5个关节变量代入式(1), 即可解出θ_6.

当6R机器人的3个相邻关节轴相互平行时, 有

$$R1_{6\times6} = \begin{pmatrix} 0_{2\times6} \\ R_{4\times6} \end{pmatrix}.$$

当6R机器人3个相邻关节轴相交于一点时, 有

$$A = \begin{pmatrix} R_{16\times12} & 0_{16\times4} \end{pmatrix}.$$

即当6R机器人的几何结构满足Pieper准则时, 关键矩阵无法求逆, 因此一般算法不适合满足Pieper准则的6R机器人的逆运动学求解. 对于满足Pieper准则但有误差的6R机器人的逆运动学求解, 一般算法也适用.

2.2 封闭解法(Close form algorithm)

当6R机器人的几何结构满足Pieper准则时, 可以得到封闭解. 不满足Pieper准则的一般6R机器人只有在零连杆参数数目较多时, 才可能有封闭解. 目前广泛使用的工业机器人都力求满足Pieper准则以得到封闭解, 如PUMA560类型机器人腕部三轴相交于一点. 封闭解法对于不同类型的满足Pieper准则的6R机器人和具有封闭解的一般6R机器人, 仅需选择不同的运动学等式. 以研制的PUMA560类型机器人为例, D-H参数如表1所示.

令$L(i,j)$和$R(i,j)$分别表示4 × 4矩阵L和R的第i行第j列个元素, 求解其逆运动学问题的步骤为:

由

$$\begin{cases} L = T_1^{-1}T_{\mathrm{End}} = T_2T_3T_4T_5T_6 = R, \\ L(3,4) = R(3,4),\ L(1,4) = R(1,4), \\ L(2,4) = R(2,4) \end{cases} \tag{8}$$

可分别求出θ_1和θ_3在[–180°, 180°]区间内的两个解. 同样, 由

$$\begin{cases} L = (T_1T_2T_3)^{-1}T_{\mathrm{End}} = T_4T_5T_6 = R, \\ L(1,4) = R(1,4), \\ L(3,4) = R(3,4), \\ L(1,3) = R(1,3), \\ L(2,3) = R(2,3) \end{cases} \tag{9}$$

可求出θ_2在[– 180°, 180°]区间内的一个解和θ_4在区间内的两个解. 由

$$\begin{cases} L = (T_1T_2T_3T_4)^{-1}T_{\mathrm{End}} = T_5T_6 = R, \\ L(1,3) = R(1,3), \\ L(2,3) = R(2,3) \end{cases} \tag{10}$$

可求出θ_5在[– 180°, 180°]区间内的一个解. 由

$$\begin{cases} L = (T_1T_2T_3T_4T_5)^{-1}T_{\mathrm{End}} = T_6 = R, \\ L(1,3) = R(1,3), \\ L(2,3) = R(2,3) \end{cases} \tag{11}$$

可求出θ_6在[– 180°, 180°]区间内的一个解. 可见θ_1, θ_3和θ_4分别有两个解, θ_2, θ_5和θ_6分别有一个解, 因此, PUMA560类型机器人最多有8组逆运动学解.

表 1 PUMA560机器人D-H参数

Table 1 D-H parameters of PUMA560 robot

关节	$\theta/(^\circ)$	d/mm	a/mm	$\alpha/(^\circ)$
1	θ_1	211	150	–90.0
2	θ_2	0	550	0
3	θ_3	0	175	–90.0
4	θ_4	650	0	90.0
5	θ_5	0	0	90.0
6	θ_6	0	0	0

2.3 组合算法(Combined algorithm)

6R机器人某关节坐标系下的广义速度可以描述为线速度ν和角速度ω组成的6维列矢量, 微分运动可以描述为微分平移d和微分旋转δ组成的6维列矢量D, 且

$$\begin{pmatrix} \nu \\ \omega \end{pmatrix} = \lim_{\Delta t\to0}\frac{1}{\Delta t}\begin{pmatrix} d \\ \delta \end{pmatrix} = \lim_{\Delta t\to0}\frac{1}{\Delta t}D. \tag{12}$$

同时, 6R机器人笛卡尔空间的广义速度和关节空间的关节速度可以通过6×6机器人雅可比矩阵J相互转换:

$$\begin{pmatrix}\nu\\ \omega\end{pmatrix}=J(\theta)\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}. \tag{13}$$

由式(12)和式(13)可得

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{1}{\Delta t}D=J(\theta)\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t},$$

即$D=J(\theta)\mathrm{d}\theta$.

6R机器人从当前位姿T_{Cur}运动到目标位姿T_{End}可以描述为微分运动形式:

$$T_{\mathrm{End}}=T_{\mathrm{Cur}}(I+{}^{T_{\mathrm{Cur}}}\Delta),$$

则有

$${}^{T_{\mathrm{Cur}}}\Delta=T_{\mathrm{Cur}}^{-1}T_{\mathrm{End}}-I.$$

${}^{T_{\mathrm{Cur}}}\Delta$ 即为微分平移和微分旋转变换, 且有

$${}^{T_{\mathrm{Cur}}}\Delta=\begin{pmatrix}0&-\delta_z&\delta_y&d_x\\ \delta_z&0&-\delta_x&d_y\\ -\delta_y&\delta_x&0&d_z\\ 0&0&0&1\end{pmatrix},$$

其中: d_x, d_y和d_z为微分平移矢量d中的元素, δ_x, δ_y和δ_z为微分旋转矢量δ中的元素. 当$J(\theta)$可逆时, 可以求得

$$\mathrm{d}\theta=J^{-1}(\theta)D.$$

因此, 可采用牛顿-拉夫森迭代法求解6R机器人的逆运动学问题, 具体步骤如下:

Step 1 估计一个邻近的关节矢量θ_{Cur}, 将θ_{Cur}代入式(1)中, 可得当前位姿;

Step 2 根据当前位姿T_{Cur}和目标位姿T_{End}计算微分运动矩阵:

$${}^{T_{\mathrm{Cur}}}\Delta=T_{\mathrm{Cur}}^{-1}T_{\mathrm{End}}-I;$$

Step 3 由微分运动矩阵中的相应元素得到微分运动矢量D, 进一步求出

$$\mathrm{d}\theta=J^{-1}(\theta_{\mathrm{Cur}})D;$$

Step 4 当$||\mathrm{d}\theta||\leqslant\xi$时, 迭代结束并输出$\theta_{\mathrm{Cur}}$, ξ是满足精度需要的自定义充分小数; 当迭代次数大于N时, 迭代结束并输出迭代失败信息, N为满足预计迭代次数要求的自定义充分大数; 当$||\mathrm{d}\theta||>\xi$且迭代次数小于N时, 令$\theta_{\mathrm{Cur}}=\theta_{\mathrm{Cur}}+\mathrm{d}\theta$, 并计算$T_{\mathrm{Cur}}=T(\theta_{\mathrm{Cur}})$, 重复Step 2至Step 4, 直至迭代退出条件满足.

2.3.1 组合算法I(Combined algorithm I)

对于修正误差后满足Pieper准则的6R机器人, 可以先忽略几何结构误差, 采用封闭解法求出逆运动学解初始值, 然后考虑结构误差, 以牛顿-拉夫森算法迭代出精确解. 该组合算法融合了封闭解算法高效和迭代算法局部收敛速度快的优势, 是一种通用高效的误差修正算法. 极少数情况下迭代算法不能收敛到真实解时, 只需将修正误差后满足Pieper准则的6R机器人当作一般6R机器人, 采用一般算法即可求出逆运动学解.

2.3.2 组合算法II(Combined algorithm II)

当6R机器人有部分连杆参数为零而又不满足Pieper准则时, 可能导致一般算法的关键矩阵不可逆, 且不存在封闭解. 此时令所有零连杆参数的部分或者全部为小数据, 使一般算法关键矩阵可逆, 首先采用一般算法求出逆运动学解初始值, 然后恢复零连杆参数, 以牛顿–拉夫森算法迭代出精确解.

3 实验与性能(Experiments and performance)

在配置为Pentium IV 2.4G CPU, 512M RAM, Windows 2000操作系统的计算机平台上检验算法的有效性和实时性能, 采用VC++编译和直接调用NEWMAT和CLAPCAK进行数值和矩阵运算.

表2 8组逆运动学解

Table 2 Eight solutions of inverse kinematics

组号	关节	$\theta/(^\circ)$	关节	$\theta/(^\circ)$
1	1	–89.06600660	2	–74.85649451
	3	179.7228035	4	–170.8453051
	5	94.47941234	6	116.3625337
2	1	–88.55429421	2	–75.15308876
	3	–179.6059981	4	9.060946030
	5	–94.77339928	6	–64.18684275
3	1	93.04835838	2	6.535200275
	3	160.3906167	4	–71.31810443
	5	–171.8629364	6	–172.5755194
4	1	93.23458698	2	6.725601300
	3	160.5885754	4	105.9482565
	5	172.0180762	6	10.00521334
5	1	90.00000000	2	–140.0000000
	3	49.99999999	4	9.999999999
	5	80.00000001	6	120.0000000
6	1	90.47589037	2	–139.3355973
	3	49.29915095	4	–170.0932884
	5	–79.95845685	6	–60.49231174
7	1	–85.24308956	2	165.0634692
	3	29.93108715	4	–60.10148599
	5	171.4032793	6	–5.452477881
8	1	–85.55598331	2	165.0269727
	3	30.24760494	4	121.5296107
	5	–171.1870577	6	173.2035008

以有误差的PUMA560机器人作为求解实例, D-H参数如表1, 且$\theta_1 = 90, \theta_2 = -140, \theta_3 = 50, \theta_4 = 10, \theta_5 = 80$及$\theta_6 = 120$, 有误差的连杆参数为: $d_2 = d_3 = d_5 = d_6 = a_4 = a_5 = a_6 = 2, \alpha_2 = \alpha_6 = 1$. 采用组合算法I和一般算法均可求出8组逆运动学解, 如表2. 以各类6R机器人测试提出的逆运动学算法的有效性, 得到算法的适用范围和实时性能如表3. 以相同的硬件平台和程序设计方法实现Manocha的算法, 算法时间为4.6 ms, 而本文的一般算法的算法时间为1.37 ms, 前者是计算机性能提高的结果, 后者是算法优化的结果.

表 3 算法适用范围及实时性能

Table 3 Applicability and real-time performance of algorithms

Pieper准则	类型	算法	时间/ms
满足且无误差	PUMA560	封闭解法	0.11
	其他	封闭解法	≈ 0.11
满足但有误差	PUMA560	组合算法I 一般算法	0.77 1.37
	其他	组合算法I 一般算法	≈ 0.77 1.37
不满足	有封闭解	封闭解法	≈ 0.11
	无封闭解但满足一般算法条件	一般算法	1.37
	无封闭解且不满足一般算法条件	组合算法II	≈ 2.03

求解实验和算法实时性能分析结果表明, 整套算法可求出各类6R机器人的逆运动学解, 并具有良好的实时性能, 为满足Pieper准则但有结构误差的6R机器人提供了通用实时误差修正算法, 为一般6R机器人的实时逆运动学求解提供了解决方案.

4 结论(Conclusion)

提出一套解决各类6R机器人逆运动学问题的实时算法. 当6R机器人的几何结构满足Pieper准则, 或者不满足Pieper准则但由于零连杆参数数目较多而具有封闭解时, 通过选择不同的运动学等式可以得到封闭解. 对于不满足Pieper准则且无封闭解的一般6R机器人, 采用一般算法可求出最多16组逆运动学解. 组合算法I和组合算法II分别为满足Pieper准则但有误差的6R机器人和不满足一般算法条件的一般6R机器人提供了通用逆运动学求解方案. 采用C++实现整套算法, 算法时间最大约为2.03 ms, 最小约为0.11 ms, 因此为各类6R机器人应用于强实时系统提供了逆运动学解决方案.

参考文献(References):

[1] 熊有伦. 机器人技术基础[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 1996.
(XIONG Youlun. *Fundamentals of Robot Techniques*[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 1996.)

[2] PAUL R P, ZHANG H. Computational efficient kinematics for manipulators with spherical wrists based on homogeneous transformation representation[J]. *International Journal of Robotics Research*, 1986, 5(2): 30 – 42.

[3] DOLINSKY J U, JENKINSON I D, COLQUHOUN G J. Application of genetic programming to the calibration of industrial robots[J]. *Computers in Industry*, 2007, 58(3): 255 – 264.

[4] ANGELES J. On the numerical solution to the inverse kinematics problem[J]. *International Journal of Robotics Research*, 1985, 4(2): 21 – 37.

[5] RAGHAVAN M, ROTH B. Kinematic analysis of the 6R manipulator of general geometry[C]//*International Journal of Robotics Research*. Tokyo: MIT Press, 1989: 314 – 320.

[6] MANOCHA D, CANNY J F. Efficient inverse kinematics for general 6R manipulators[J]. *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, 1994, 5(9): 648 – 657.

[7] 廖启征, 梁崇高, 张启先. 空间7R机构位移分析的新研究[J]. 机械工业学报, 1986, 22(3): 1 – 9.
(LIAO Qizheng, LIANG Chonggao, ZHANG Qixian. A novel approach to the displacement analysis of general spatial 7R mechanism[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 1986, 22(3): 1 – 9.)

[8] LEE H Y, LIANG C G. Displacement analysis of the general spatial 7-link 7R mechanism[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 1988, 23(3): 219 – 226.

[9] HUSTY M L, PFURNER M, SCHROCKER H P. A new and efficient algorithm for the inverse kinematics of a general serial 6R manipulator[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2007, 42(1): 66 – 81.

[10] CHAPELLE F, BIDAUD P. A closed form for inverse kinematics approximation of general 6R manipulators using genetic programming[C]//*Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics & Automation*. Seoul, USA: IEEE Press, 2001: 3364 – 3369.

作者简介:

刘松国 (1980—), 男, 博士生, 目前研究方向为智能机器人与嵌入式系统, E-mail: sgliu@zju.edu.cn;

朱世强 (1966—), 男, 教授, 目前研究方向为智能机器人与机电控制系统, E-mail: sqzhu@zju.edu.cn;

李江波 (1983—), 男, 硕士生, 目前研究方向为智能机器人与机器视觉, E-mail: ernist@zju.edu.cn;

王宣银 (1966—), 男, 教授, 目前研究方向为机器人与图像信息技术, E-mail: xywang@zju.edu.cn.