

科学计算

第五次作业

2020 年 3 月 23 日

1. 证明Newton-Cotes求积公式中系数 $C_i^{(n)}$, $n \geq 1$ 具有对称性:

$$C_i^{(n)} = C_{n-i}^{(n)}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

2. 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上有二阶连续导数, 证明

$$\int_a^b f(x)dx = (b-a)f\left(\frac{a+b}{2}\right) + \frac{(b-a)^3}{24}f''(\xi), \quad \xi \in (a, b) \quad (2)$$

3. 求 A_1, A_2, A_3 , 使得计算积分

$$I(f) = \int_{-1}^1 f(x)dx \quad (3)$$

的求积公式

$$I_2(f) = A_1f(-1) + A_2f(-1/3) + A_3f(1/3) \quad (4)$$

对2次多项式是精确的, 也称代数精度至少为2.

4. 求 x_1, x_2 , 使得计算积分

$$I(f) = \int_{-1}^1 f(x)dx \quad (5)$$

的求积公式

$$I_2(f) = 1/3(f(-1) + 2f(x_1) + 3f(x_3)) \quad (6)$$

的代数精度至少为2 (定义见上一题) .

5. 编程计算: 试用梯形和Simpson公式计算

(a) $\int_{1.1}^{1.8} e^x dx$

(b) $\int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx$

并与准确值比较. 同时用梯形和Simpson公式计算,

(a) $\int_1^2 e^{-x^2} dx$

(b) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{x} dx$

并利用误差公式估计误差.