1. 设$Y_1, \ldots, Y_n$ i.i.d. 为抽取自$N(0, \sigma^2)$, $\sigma > 0$的样本,

$$T_1 =: \frac{Y_1^2}{\sum_{j=2}^n Y_j^2} \text{ 和} T_2 =: \frac{Y_n^2}{\sum_{j=2}^n Y_j^2}$$

的分布相同吗? 求它们的分布(用熟悉的分布—例如统计学中的三大分布χ^2分布、t分布和F分布的分布函数—表示T_1, T_2的分布函数).

2. 设$X_1, \ldots, X_n$ i.i.d. 为抽取自指数分布总体的样本, 总体的密度函数为

$$f(x;\lambda) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & 0 < x < \infty, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$$

其中$\lambda > 0$ 为参数, $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \cdots X_{(r)} \leq \cdots X_{(n)}$ 为次序统计量.

1. 以$\boldsymbol{X} = (X_1, \cdots, X_n)$为样本, 证明$T = \sum_{i=1}^n X_i$是$\lambda$的充分、完全统计量;
2. 求条件概率$P(X_1 \leq x | T = t)$;
3. 求$\boldsymbol{Y} = (X_{(1)}, \cdots, X_{(r)})$的密度函数; 以$\boldsymbol{Y}$为样本, 证明$S = \sum_{i=1}^r X_{(i)} + (n-r)X_{(r)}$是$\lambda$的充分、完全统计量.