39)

负二项分布

$P(X=x)=\binom{x+r-1}{r-1}p^r(1-p)^x=\binom{x+r-1}{r-1}exp\{xln(1-p)\}p^r$

$\phi=ln(1-p)$

$\therefore p=1-e^{\phi}$

自然参数空间为$\Theta^*=\{-\infty<\phi<0\}$

指数分布

$f(x)=\lambda exp\{-\lambda x\}$

$\phi=-\lambda$

自然参数空间为$\Theta^*=\{-\infty<\phi<0\}$

41)

设$\theta,\phi\in\Theta$

对于$0<a<1$

$\int h(x)exp\{(a\theta+(1-a)\phi)x\}dx=\int h(x)(exp\{x\theta\})^a(exp\{x\theta\})^{1-a}dx$

由Holder不等式得

$\int h(x)exp\{(a\theta+(1-a)\phi)x\}dx\leq(\int h(x)(exp\{x\theta\})dx)^a(\int h(x)(exp\{x\phi\})dx)^{1-a}$

所以是凸集

42)

$$P(X=x|T=t)=P(X=x,T=t)/P(T=t)=\frac{\lambda^te^{-n\lambda}\prod x_i!}{(n\lambda)^te^{-n\lambda}/t!}=\frac{\prod x_i!}{n^t/t!}$$

是充分统计量

$f(x,\lambda)=\lambda^te^{-n\lambda}/\prod x_i!=g(t(x),\lambda)h(x)$

是充分统计量