

43)

T 服从负二项分布

$$\therefore P(X = x|T = t) = P(X = x, T = t)/P(T = t) = \frac{\prod_{i=1}^{n-1} \theta(1-\theta)^{x_i} * \theta(1-\theta)^{t-\sum x_i}}{C_{t+n-1}^{n-1} \theta^n (1-\theta)^t} = \frac{1}{C_{t+n-1}^{m-1}}$$

是充分统计量

用因子分解定理

$$f(x, \theta) = \theta^n (1-\theta)^t$$

是充分统计量

47)

$$f(X, Y, \theta) = \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right)^{\frac{n+m}{2}} \exp\left\{-\frac{m}{2\sigma^2}\left(\frac{1}{m}\sum X_i^2 + a^2 - 2a\bar{X}\right) - \frac{n}{2\sigma^2}\left(\frac{1}{n}\sum Y_i^2 + b^2 - 2b\bar{Y}\right)\right\}$$

$$\therefore S^2 = \frac{1}{m+n-2}(\sum X_i^2 - m\bar{X} + \sum Y_i^2 - n\bar{Y})$$

存在一一对应，是充分完全统计量

49)

$$f(x, \theta) = e^{-\sum x} e^{n\theta} I(X_{(1)} > \theta)$$

由因子分解定理，是充分统计量

其自然参数空间有内点，是完全统计量