

五
第三章

1. 假设两个风险资产 A 和 B ，它们收益率的相关系数为 $\rho = 0.1$ ，其它数据由下表给出：

$Asset$	$E(r)$	σ
A	0.1	0.15
B	0.18	0.3

(1) 求投资组合 $\alpha A + (1-\alpha)B$ 使其波动率最小。

(2) 这个最小波动率（即标准差）是多少？

(3) 这个组合的期望回报是多少？

2. 假设有 n 种互不相关的风险资产，它们有相同的期望回报 $E(r)$ ，但是它们的方差不同，

分别为 $\sigma_i^2, i = 1, 2, \dots, n$ 。

(1) 在期望标准差平面上画出可行资产区域以及前沿边界。

(2) 求最小方差点。

3. 有的时候用所有资产来构造投资组合是不切实际的。一种解决的办法就是寻找一个有部分 n 个资产组成的投资组合，使得它与目标投资组合的收益率之差的方差最小。现假设目标组合的收益率为 \tilde{r}_M ，可供选择的有 n 个资产，收益率分别为 $\tilde{r}_1, \tilde{r}_2, \dots, \tilde{r}_n$ 。我们希望找到这样一个投资组合满足：

$$\begin{cases} \min Var(\tilde{r} - \tilde{r}_M) \\ \tilde{r} = \alpha_1 \tilde{r}_1 + \alpha_2 \tilde{r}_2 + \dots + \alpha_n \tilde{r}_n, \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1 \end{cases}$$

(1) 求解满足上述问题的 α_i 。

(2) 虽然上述问题的解可以保证它与目标组合的收益率之差的方差最小，但可能它们的期望收益相差很远。因此，一个合理的想法就是让其在保证一定期望收益水平的基础上再求方差最小，即在原优化问题上加入一个约束条件： $E(\tilde{r}) \geq r$ 。请求解这个新问题。