

# 科学计算

## 第三次作业：实验作业

2020 年 3 月 9 日

注意事项：实验报告必须包含：1.问题；2.数学理论和算法；3.程序；4.结果；5.结论或讨论。

根据以下边界条件，编写不同的三次样条函数 $I_h(x)$ ，函数的输入为插值点的坐标 $x = [x_0, x_1, \dots, x_n]$  和函数值 $y = [y_0, y_1, \dots, y_n]$ (和边界导数值)，函数的输出为 $I_h(x) = \{S_i(x), i = 1, 2, \dots, n\}$ 的系数，其中 $S_i(x)$ 是区间 $[x_{i-1}, x_i]$  上的样条函数。

1. 自然三次样条：边界满足 $S_1''(x_0) = 0, S_n''(x_n) = 0$ 。
2. 曲率调整三次样条：边界满足 $S_1''(x_0) = a, S_n''(x_n) = b$ ，其中 $a, b$ 是给定的两个实数。在实验中，可设置 $a = y_0'', b = y_n''$ 。
3. 钳制三次样条：边界满足 $S_1'(x_0) = a, S_n'(x_n) = b$ ，其中 $a, b$ 是给定的两个实数。在实验中，可设置 $a = y_0', b = y_n'$ 。
4. 抛物线端点的三次样条：边界满足 $S_1''(x_0) = S_1''(x_1), S_n''(x_{n-1}) = S_n''(x_n)$ 。
5. 非扭结三次样条：边界满足 $S_1'''(x_1) = S_2'''(x_1), S_{n-1}'''(x_{n-1}) = S_n'''(x_{n-1})$ 。

利用以上程序测试函数 $y(x) = \frac{1}{1+25x^2}$ 在区间 $[0, 1]$ 上的不同三次样条插值函数，其中插值点为(1).  $x_i = \frac{i}{n}$ , (2).  $x_i = (\frac{i}{n})^2$ ，其中 $i = 0, 1, \dots, n, n = 20$ 。画出 $y(x) - I_h(x)$  在区间 $[0, 1]$ 上的误差（取100 等距点），并给出 $x = 0.03$ 和 $x = 0.97$ 的误差值。根据结果，探讨哪种剖分，和哪种边界条件比较合理。