П О В Е З И В А Њ Е Р О Б О Т С К Е И Љ У Д С К Е Ш А К Е
C O N N E C T I N G R O B O T I C A N D H U M A N H A N D S

ВЕЉКО ИЂУШКИ МИЛОШ МЕЋАВА АЛЕКСЕЈ ГУДЕЉ
3. и 4. разред Средње техничке школе Сомбор

М Е Н Т О Р И

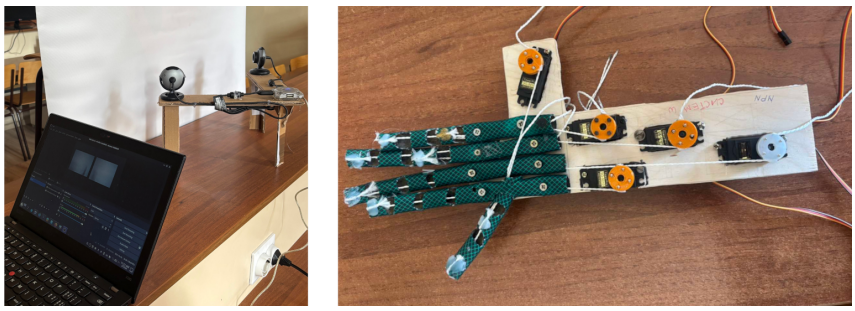
МАРИЈАНА БОГДАНОВИЋ
дипл. инж. електротехнике, СТШ Сомбор

ГОРАН ОПСЕНИЦА
инж. електронике и телекомуникација, Bosch Србија

фебруар 2026.

1 . Р Е З И М Е

У овом раду приказан је досадашњи напредак секције роботике Средње техничке школе Сомбор на путу до осмишљања бесконтактног интерфејса људске и роботске шаке посредством веб-камера и опонашања покрета људске шаке роботском. Предмет истраживања јесте могућност остваривања таквог интерфејса, а циљ јесте успоставити такав интерфејс. У оквиру рада конструисан је модел леве шаке, од свакодневних материјала, чију покретљивост обезбеђују серво мотори. Конструисан је и нарочит систем камера који прикупља слике прикладне за предвиђену обраду. Ради управљања шаком, осмишљена је математичка апроксимација кретања врха прста шаке. Обезбеђен је серијски интерфејс рачунара и микроконтролерске платформе Arduino Uno. Утврђен је шаблон по ком рачунар прослеђује бројеве микроконтролеру и постигнута нумеричка контрола шаке. Методом сингуларне декомпозиције матрице успешно је рачунарски реализована тријангулација означене тачке на основу симултаних слика двају камера, што ће уз поменути математички модел фитован кроз тачке на трајекторији прста и одговарајућу анализу слике у даљем раду омогућити генерацију управљачких бројева за шаку. Да би се остварила планирана веза између роботске и људске шаке и испунио циљ пројекта потребно је још реализовати анализу слике шаке. За испуњење циља пројекта сматра се да је довољно уколико се тај проблем реши сегментацијом слике по боји, а преостало доступно време за рад након тога треба посветити елиминацији фактора боје.



Слика 1: *лево: систем α; десно: систем ω*

2. ПРИНЦИП РАДА И ПРАКТИЧНА РЕАЛИЗАЦИЈА

2. 1. *Математички основи*

Модел „Киндерица”. Нек је x ортогонална пројекција врха прста на осу паралелну прсту када је опружен, Δl — промена дужине дела тетиве унутар прста, ϕ_0 — угао усека на прсту када је опружен, а $\sigma_0 = \mathrm{tg}\frac{\phi_0}{2}$. Врх прста роботске шаке креће се по закону (1)[1].

$$x = 2l\left(2\tau^3 + \tau^2 - \tau\right) \tag{1}$$
$$\tau = \cos\left(\phi_0 - 2\,\mathrm{arctg}\left(\sigma_0 - \tfrac{\Delta l}{6}\right)\right)$$

Тријангулација тачке. Нека је $\boldsymbol{R}$ тачка у простору коју две камере у сопственим координатним системима виде као $\boldsymbol{r_1}$ и $\boldsymbol{r_2}$. Нек су „матрице камера” $\boldsymbol{P_1}$ и $\boldsymbol{P_2}$. Знајући $\boldsymbol{r_1}$, $\boldsymbol{r_2}$, $\boldsymbol{P_1}$ и $\boldsymbol{P_2}$, $\boldsymbol{R}$ се може наћи решавањем система једначина (2)[2].

$$\boldsymbol{r_1} \times \boldsymbol{P_1 R} = \boldsymbol{0} \quad \wedge \quad \boldsymbol{r_2} \times \boldsymbol{P_2 R} = \boldsymbol{0} \tag{2}$$

Сингуларна декомпозиција матрице. Свака матрица може се записати у облику производа матрица $\boldsymbol{U\Sigma V^\dagger}$, где су $\boldsymbol{U}$ и $\boldsymbol{V^\dagger}$ ротације, а $\boldsymbol{\Sigma}$ — скалирање[3].

2. 2. *Хардвер пројекта* [4]

Пројекат је сегментован у две целине: систем α и систем ω (слика 1). Систем α бави се прихватом и обрадом података, а систем ω извршним делом пројекта.

Систем α чине IBM-PC-компатибилан рачунар и две веб-камере постављене у хоризонталној равни, тако да су им сопствене x осе ортогоналне, а сопствене y осе паралелне. За потребе фиксирања положаја камера израђен је нарочит сталак од картона.

Систем ω чине роботска шака, серво мотори и платформа Arduino Uno.

Роботска шака јесте главна компонента система ω. Израђена је од обликованог комада

шперплоче који чини основу шаке и комада баштенског црева који одговарају људским прстима. Управљање прстима врши се танким синтетичким канапима — тетивама. Сваки прст има две тетиве, тј. два степена слободе кретања. Тренутно је у употреби само једна тетива по прсту, па се прсти крећу с једним степеном слободе.

Серво мотори омогућавају регулисано повлачење тетива. Користе се серво мотори SG-5010 уграђени у подлактицу модела. За управљање моторима користи се микроконтролерска платформа Arduino Uno, која генерише одговарајуће PWM сигнале. Мотори се, због велике укупне снаге, напајају лабораторијским напајањем.

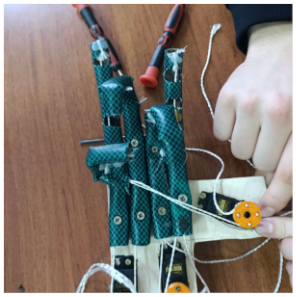
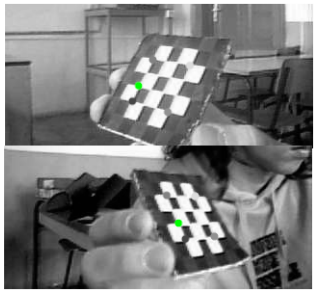
2. 3. *Софтвер пројекта* [5]

Софтвер система α чине програм за калибрацију камере, програм за анализу слике, програм за тријангулацију тачке, програм за одређивање управљачких бројева и програм за кодовање и слање порука систему ω. Програмски кôд система α писан је у програмском језику Python, помоћу библиотека `numpy`, `opencv` и `pyserial`. У време писања рада преостало је да се доврше програм за анализу слике и програм за одређивање управљачких бројева.

Калибрација камере јесте операција којом се добија матрица $\boldsymbol{K}$, која пројектује тачке простора у сопственом координатном систему камере на раван слике. Матрица $\boldsymbol{P}$, потребна за тријангулацију тачака, јесте матрица $\boldsymbol{K}$ изражена у спољним координатама. За потребе калибрације користе се тест-слике шаховнице утврђених димензија. Калибрација камере врши се функцијом `calibrateCamera` библиотеке `opencv`, којој се прослеђују координате углова унутар шаховнице на свакој тест-слици (које се проналазе функцијом `findChessboardCorners` исте библиотеке), координате углова унутар шаховнице у њеном сопственом координатном систему и димензије тест-слика[6].

Програм за тријангулацију тачке решава систем једначина (2) применом сингуларне декомпозиције матрице, коју омогућава функција `svd` библиотеке `numpy`. Проблем тријангулације своди се на минимизацију $|\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{R}}|$ по $\hat{\boldsymbol{R}}$, где је $\boldsymbol{A}$ матрица у зависности од $\boldsymbol{r_1}, \boldsymbol{r_2}, \boldsymbol{P_1}$ и $\boldsymbol{P_2}$. То се савладава узимањем за решење оне колоне матрице $\boldsymbol{V}$ која се (након транспоновања) множи најмањим бројем из (дијагоналне) матрице $\boldsymbol{\Sigma}$, а то је по дефиницији крајња десна[7].

Програм за кодовање и слање порука кодује излаз програма за одређивање управљачких бројева у поруку облика $\overline{A_1A_2A_3B_1B_2B_3C_1C_2C_3D_1D_2D_3E_1E_2E_3N}$, где је A_i репрезентација у коду ASCII i-те цифре слева троцифрене декадне репрезентације броја A, B_i

Слика 2: *лево: систем ω слуша нумеричне наредбе са рачунара; средина: тест-пример за тријангулацију са шаховницом; десно: 3D реконструкција одабраних углова шаховнице у односу на координатни почетак, ћошак картонског носача камера (розе на слици)*

— броја B, итд. N је знак кода ASCII за нови ред. Број A одговара палцу, број B кажипрсту итд. Добијену 128-битну поруку програм шаље USB комуникацијом систему ω помоћу метода `write` класе `Serial` библиотеке `pyserial`, којему се као једини параметар прослеђује бинарна порука[8].

Софтвер система ω писан је у програмском језику C++, помоћу хедера `Arduino.h`, и крајње је једноставан. Када Arduino прими поруку од система α (детектује битове у бафер методом `available` класе `Serial`), чува је у ниску предвиђену за ту намену помоћу метода `readString` класе `Serial`, цепа је на трословне сегменте и одбацује знак за нови ред. Трословне сегменте потом тумачи као декадне бројеве помоћу метода `toInt` класе `String` те на основу њих генерише PWM сигнале за серво моторе прстију[9].

3. РЕЗУЛТАТ

Направљен је функционалан модел леве шаке користећи шперплочу, баштенско црево, синтетички канап и серво моторе.

Модел шаке повезан је на платформу Arduino Uno и постигнуто је нумеричко управљање моторима (слика 2).

Успешно је спрегнут Arduino са рачунаром USB комуникацијом. Arduino исправно тумачи шаблонске поруке послате са рачунара (слика 2).

Склопљен је систем камера које дају слике спремне за обраду. Извршена је калибрација камера, чиме су одређене матрице камера потребне за тријангулацију тачке.

Урађена је тријангулација тачака на тест-примеру (слика 2).

4. ЗАКЉУЧАК

До писања рада савладан је велики део изазова на путу до испуњења циља пројекта.

Преостаје реализација анализе слика шаке и примена модела „Киндерица” на превођење координата прстију у управљачке сигнале.

План даљег рада подразумева пре свега сегментацију слике на основу боје, пројекцију прстију на сопствене x осе уз претпоставку да су опружени прсти паралелни сопственим y осама камера, фитовање модела „Киндерица” кроз мерења трајекторија прстију и примену фитоване функције на управљање прстима. Решавање тих проблема испуњава циљ пројекта. Након тога, рад се може побољшати увођењем технике издвајања обележја у анализу слике ради елиминације зависности од боје и анализом равни длана у циљу слободнијег постављања шаке пред камере. Проблем увођења другог степена слободе кретања прстију последњи је у низу будућих задатака.

5. ЗАХВАЛНИЦА

Захваљујемо Денису Фаркашу, који је такође учествовао у изради пројекта, на залагању и помоћи. Захваљујемо нашим менторима, Маријани Богдановић и Горану Опсеници, на стручном навођењу ка циљу пројекта и издвојеном времену. Захваљујемо Средњој техничкој школи на простору и материјалу за рад и свим нашим професорима који су имали разумевања за наше изостајање с наставе. Захваљујемо Милораду Недељкову на уступању веб-камера и Дејану Богдановићу на донацији серво мотора. Захваљујемо Радовану Јелачи на услузи 3D штампе. Захваљујемо Лазару Добрићу на прослеђивању литературе за обраду слике применом техника машинског учења.

6. ЛИТЕРАТУРА И РЕФЕРЕНЦЕ

[1] V. Iđuški, M. Mećava, A. Gudelj, Model „Kinderica”, *Povezivanje robotske i ljudske šake*, Сомбор, 2026.
URL: https://github.com/veljkoidjuski/povezivanjeRobotskeiLjudskeSake/blob/master/kinderica/kinderica.pdf
[2] R. Boomgaard, L. Dorst, Triangulation, *Computer Vision*, Universiteit van Amsterdam, Амстердам, 2021.
URL: https://staff.fnwi.uva.nl/r.vandenboomgaard/ComputerVision/LectureNotes/CV/StereoVision/triangulation.html
[3] M. Embree, *Matrix Methods for Computational Modeling and Data Analysis*, Virginia Tech, Блексбург, 2019. URL: https://personal.math.vt.edu/embree/cmda3606/chapter6.pdf
[4] V. Iđuški, M. Mećava, A. Gudelj, Hardver projekta, *Povezivanje robotske i ljudske šake*, Сомбор, 2026.
URL: https://github.com/veljkoidjuski/povezivanjeRobotskeiLjudskeSake/blob/master/hardver/hardver.pdf
[5] V. Iđuški, M. Mećava, A. Gudelj, Softver projekta, *Povezivanje robotske i ljudske šake*, Сомбор, 2026.
URL: https://github.com/veljkoidjuski/povezivanjeRobotskeiLjudskeSake/blob/master/softver/softver.pdf
[6] Open Source Computer Vision, Camera Calibration, приступ 22. 2. 2026.
URL: https://docs.opencv.org/4.x/dc/dbb/tutorial_py_calibration.html
[7] Kris Kitani, Triangulation, *16-385 Computer Vision*, Carnegie Mellon University, Питсбург, 2017.
URL: https://www.cs.cmu.edu/~16385/s17/Slides/11.4_Triangulation.pdf
[8] pySerial API, приступ 22. 2. 2026. URL: https://pyserial.readthedocs.io/en/latest/pyserial_api.html
[9] ARDUINODOCS, Serial, приступ 22. 2. 2026.
URL: https://docs.arduino.cc/language-reference/en/functions/communication/serial