# - CUERPOS -

Los cuerpos son estructuras que cumplen:

Un conjunto dotado de dos operaciones adicion
AMAS OBJETOS
y multiplicación.

Este conjunto sera un cuerpo si

para cualquier 2 elementos de ese conjunto

se cumple:

- Que la suma de esos 2 elementos pertenece al cuerpo y el producto tambien pertenece al cuerpo

- Son conmutativos, es decir el orden de los factores no importa

- Y son asociativos es decir $a+b+c = a+(b+c) = (a+b)+c$ ... ... ...

- Tiene un elemento neutro para la adicion y un elemento neutro para la multiplicacion (siendo distintos el uno del otro

# CUERPOS

- Tiene que haber un elemento opuesto

$$(a) + (-a) = (-a) + (a) = 0$$

$\forall$ = "para todo"

Ej: $\forall x \in \mathbb{R}$

para todo X que pertenece a los numeros reales

- Tiene que tener un elemento inverso para los elementos diferentes a 0

$$a \in \mathbb{K} \qquad a^{-1} \in \mathbb{K}$$

- Es distributiva es decir podemos "quitar parentesis"

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

# RESUMEN PROPIEDADES CUERPOS

$\mathbb{K}$ conjunto con operaciones $(+)$ y $(\cdot)$

1. $a+b=b+a \qquad a\cdot b=b\cdot a$
2. $a+(b+c) = a+b+c = (a+b)+c$
3. $a\cdot(b+c) = a\cdot b + a\cdot c$
4. $(a+b)\in\mathbb{K} \qquad (a\cdot b)\in\mathbb{K}$
5. Hay elemento neutro tanto para $(+)$ como para $(\cdot)$ y son diferentes
6. $a\in\mathbb{K} \qquad -a\in\mathbb{K}$
7. $a\in\mathbb{K} \qquad a^{-1}\in\mathbb{K}$
   solo hay 1 inverso y un elemento opuesto

$y=$ neutro $(+)$
$x=$ neutro $(\cdot)$
$x\neq y$
$a+y=y+a=a \ \forall a\in\mathbb{K}$
$a\cdot x=x\cdot a=a \ \forall a\in\mathbb{K}$

* El elemento neutro es un absorvente en la multiplicación es decir da el mismo en la operacion (comportamiento del 0 normal)

Ejemplos:

Los numeros naturales no son negativos porque $(-5)$ no es natural y $-(5)$ no seria posible no hay opuesto

Los enteros lo mismo porque $1/2$ no es entero y es el inverso de $2$

$a+b = a+c$ demuestra $b=c$

$$(-a)+a+b = (-a)+a+c$$

$$0+b = 0+c$$

$$b = c$$

$\mathbb{Z}_2 = \{0,1\}$

| + | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

| · | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |