

\mathbb{Z}_n ?

\mathbb{Z}_n el conjunto \mathbb{Z}_n es el conjunto que tiene exactamente n elementos

$$\mathbb{Z}_n = \{[0], [1], [2] \dots [n-1]\}$$

\uparrow
(max)

$$n=5 \quad \mathbb{Z}_5 = \{[0] \dots [5-1]\}$$

150?
 $\begin{array}{r} 150 \\ 00 \end{array} \xrightarrow[30]{n} 5$ Al ser el resto 0 se denota que 150 pertenece a la clase del $[0]$ de $\mathbb{Z}_5 \rightarrow 150 \in [0]$

$$\begin{array}{r} 77 \\ 27 \end{array} \xrightarrow[15]{15} 2 \quad 77 \in [2]$$

\hookrightarrow

$$\mathbb{Z}_n \quad \mathbb{Z}_3 = \{ [0], [1], [2] \}$$

La suma de dos se define como

$$[p] + [q] = [p+q]$$

Producto $[p] \cdot [q] = [p \cdot q]$

+	0	1	2
0	$[0]$	$[1]$	$[2]$
1	$[1]$	$[2]$	$[0]$ <small>$[0] \equiv 3 \cdot 1$</small>
2	$[2]$	$[0]$	$[1]$

·	0	1	2
0	$[0]$	$[0]$	$[0]$
1	$[0]$	$[1]$	$[2]$
2	$[0]$	$[2]$	$[1]$

Si el resultado de la suma es mayor a $n-1$
 lo dividimos por n y el resto será su
 clase correspondiente

Estas tablas sirven para calcular los opuestos y los
 inversos.

Opuesto \mathbb{Z}_3

+	0	1	2
0	[0]	[1]	[2]
1	[1]	[2]	[0]
2	[2]	[0]	[1]

·	0	1	2
0	[0]	[0]	[0]
1	[0]	[1]	[2]
2	[0]	[2]	[1]

Opuesto [1]

$$-[1] \Rightarrow [x] + [1] = [0]$$

$$x=2 \Rightarrow [2] + [1] = [3] \xrightarrow{\mathbb{Z}_3} [0]$$

Inverso [1]

$$[x] \cdot [1] = [1]$$

opuesto	n	Inverso
$[x] + [n] = [0]$		$[y] \cdot [n] = [1]$
$[x] \text{ opuesto } [n]$		$[x] \text{ inverso } [n]$

\mathbb{Z}_4 No es un cuerpo puesto que 2 no tiene inverso

+	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

•	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	2
3	0	3	2	1

\mathbb{Z}_5 ES UN CUERPO

+	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	0
2	2	3	4	0	1
3	3	4	0	1	2
4	4	0	1	2	3

•	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	1	3
3	0	3	1	4	2
4	0	4	3	2	1

\mathbb{Z}_6 No es un cuerpo

+	0	1	2	3	4	5
0	0	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5	0
2	2	3	4	5	0	1
3	3	4	5	0	1	2
4	4	5	0	1	2	3
5	5	0	1	2	3	4

•	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5
2	0	2	4	0	2	4
3	0	3	0	4	0	3
4	0	4	2	0	4	2
5	0	5	4	3	2	1