Problem 20:

$\int \frac{x^3 - 3x^2 + 4x - 9}{x^2 + 3} dx$

$= \int \frac{x(x^2+3) + (-3x^2 + x - 9)}{x^2 + 3} dx$

$= \int x dx + \int \frac{-3x^2 + x - 9}{x^2 + 3} dx$

$= \frac{x^2}{2} + \int \frac{-3(x^2 + 3) + x}{x^2 + 3} dx$

$= \frac{x^2}{2} + \int (-3) dx + \int \frac{x}{x^2 + 3} dx$

$= \frac{x^2}{2} - 3x + \frac{1}{2} ln(x^2 + 3) + C$

Problem 30:

$\int \frac{x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{3}} - 1} dx$

Let u $= x^{\frac{1}{3}}$, x $= u^3$, du $= \frac{1}{3 \times x^{-\frac{2}{3}}} dx$

dx $= 3x^{2/3} du = 3(u^3)^{2/3} du = 3u^2 du$

$\int \frac{3u^3}{u - 1} du = 3 \int \frac{(u-1)u^2 + u^2}{u - 1} du$

$= 3 \int u^2 du + 3 \int \frac{(u-1)u + u}{u - 1} du$

$= u^3 + 3 \int u du + 3 \int \frac{(u-1) + 1}{u - 1} du$

$= u^3 + \frac{3u^2}{2} + 3 \int du + 3 \int \frac{1}{u - 1} du$

$= u^3 + \frac{3u^2}{2} + 3u + 3ln(u - 1) + C$

$= x + \frac{3\sqrt[3]{x}}{2} + 3 \times \sqrt[3]{x} + 3ln(\sqrt[3]{x} - 1) + C$

Problem 56:

$\int_e^{e^2} \frac{1}{xln(x)} dx$

Let u $= $ ln(x), x $= e^u$, du $= \frac{1}{x} dx$

dx $= x du = e^u du$

If x $= e$, u $= 1$

If x $= e^2$, u $= 2$

$\int_1^2 \frac{1}{u \times e^u} e^u du$

$= \int_1^2 \frac{du}{u}$

$= ln(u)|_1^2$

$= ln(2) - ln(1) = ln(2)$