PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA



UJIAN PROFESI AKTUARIS

MATA UJIAN : A50 – Metode Statistika TANGGAL : 23 November 2016

JAM : 13.30 – 16.30 WIB

LAMA UJIAN : 180 Menit SIFAT UJIAN : Tutup Buku

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA Komisi Penguji

TATA TERTIB UJIAN

- 1. Setiap Kandidat harus berada di ruang ujian selambat-lambatnya 15 (lima belas) menit sebelum ujian dimulai.
- 2. Kandidat yang datang 1 (satu) jam setelah berlangsungnya ujian dilarang memasuki ruang ujian dan mengikuti ujian.
- 3. Kandidat dilarang meninggalkan ruang ujian selama 1 (satu) jam pertama berlangsungnya ujian.
- 4. Setiap kandidat harus menempati bangku yang telah ditentukan oleh Komisi Penguji.
- 5. Buku-buku, diktat, dan segala jenis catatan harus diletakkan di tempat yang sudah ditentukan oleh Pengawas, kecuali alat tulis yang diperlukan untuk mengerjakan ujian dan kalkulator.
- 6. Setiap kandidat hanya berhak memperoleh satu set bahan ujian. Kerusakan lembar jawaban oleh kandidat, tidak akan diganti. Dalam memberikan jawaban, lembar jawaban harus dijaga agar tidak kotor karena coretan. Lembar jawaban pilihan ganda tidak boleh diberi komentar selain pilihan jawaban yang benar.
- 7. Kandidat dilarang berbicara dengan/atau melihat pekerjaan kandidat lain atau berkomunikasi langsung ataupun tidak langsung dengan kandidat lainnya selama ujian berlangsung.
- 8. Kandidat dilarang menanyakan makna pertanyaan kepada Pengawas ujian.
- 9. Kandidat yang terpaksa harus meninggalkan ruang ujian untuk keperluan mendesak (misalnya ke toilet) harus meminta izin kepada Pengawas ujian dan setiap kali izin keluar diberikan hanya untuk 1 (satu) orang. Setiap peserta yang keluar tanpa izin dari pengawas maka lembar jawaban akan diambil oleh pengawas dan dianggap telah selesai mengerjakan ujian.
- 10. Alat komunikasi harus dimatikan selama ujian berlangsung.
- 11. Pengawas akan mencatat semua jenis pelanggaran atas tata tertib ujian yang akan menjadi pertimbangan diskualifikasi.
- 12. Kandidat yang telah selesai mengerjakan soal ujian, harus menyerahkan lembar jawaban langsung kepada Pengawas ujian dan tidak meninggalkan lembar jawaban tersebut di meja ujian.
- 13. Kandidat yang telah menyerahkan lembar jawaban harus meninggalkan ruang ujian.
- 14. Kandidat dapat mengajukan keberatan terhadap soal ujian yang dinilai tidak benar dengan penjelasan yang memadai kepada komisi penguji selambat-lambatnya 10 (sepuluh) hari setelah akhir periode ujian.

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA Komisi Penguji

PETUNJUK MENGERJAKAN SOAL

Ujian Pilihan Ganda

- 1. Setiap soal akan mempunyai 4 (empat) atau 5 (lima) pilihan jawaban di mana hanya 1 (satu) jawaban yang benar.
- 2. Setiap soal mempunyai bobot nilai yang sama dengan tidak ada pengurangan nilai untuk jawaban yang salah.
- 3. Saudara diminta untuk membaca dan mengikuti petunjuk pengisian yang ada di lembar jawaban.
- 4. Jangan lupa menuliskan nomor peserta, kode dan tanggal ujian pada tempat yang disediakan dan tanda tangani lembar jawaban tersebut tanpa menuliskan nama Saudara.

Ujian Soal Esay

- 1. Setiap soal dapat mempunyai lebih dari 1 (satu) pertanyaan, Setiap soal mempunyai bobot yang sama kecuali terdapat keterangan pada soal.
- 2. Tuliskan jawaban Saudara pada Buku Jawaban Soal dengan jelas, rapi dan terstruktur sehingga akan mempermudah pemeriksaan hasil ujian.
- 3. Saudara bisa mulai dengan soal yang anda anggap mudah dan tuliskan nomor jawaban soal dengan soal dengan jelas.
- 4. Jangan lupa **menuliskan nomor peserta, kode dan tanggal ujian pada** tempat yang disediakan dan **tanda tangani Buku Ujian tanpa menuliskan nama Saudara**.

KETENTUAN DAN PROSEDUR KEBERATAN SOAL UJIAN PAI

- 1. Peserta dapat memberikan sanggahan soal, jawaban atau keluhan kepada Komisi Ujian dan Kurikulum selambat-lambatnya 10 hari setelah akhir periode ujian.
- 2. Semua pengajuan keberatan soal dialamatkan ke sanggahan.soal@aktuaris.or.id
- 3. Pengajuan keberatan soal setelah tanggal tersebut (Poin No 1) tidak akan diterima dan ditanggapi.

1. Misalkan X adalah variabel acak untuk umur pada saat kematian dengan

$$\mu_x = \frac{1}{2(100-x)}$$
, untuk $0 \le x \le 100$

Hitunglah $20p_{36}$

A. 0,542

B. 0,633

C. 0,683

D. 0,781

E. 0,829

2. Jika diketahui:

- a) 100 orang yang diamati berumur x
- b) 60 orang peserta baru masuk dalam pengamatan pada umur x + s, 0 < s < 1
- c) Terdapat 4 kematian dalam interval (x, x + 1)
- d) Dengan menggunakan metode actuarial exposure diperoleh $\hat{q}_x = 1/35$

Tentukan s

A. 1/5

B. 3/10

C. 1/3

D. 2/3

E. 7/10

3. Diketahui $\mu_x=0.005$ untuk semua umur x>0. Probabilitas bahwa seseorang berumur 30 tahun akan tetap hidup untuk 10 tahun berikutnya adalah A. Setelah itu, orang tersebut akan tetap hidup untuk 10 tahun berikutnya lagi, dengan probabilitas sebesar B. Berapakah nilai A/B?

- A. 1,00
- B. 0,80
- C. 0,75
- D. 0,50

E. 0,30

4. Jika diketahui force of mortality adalah $\mu_x^{(d)} = \frac{4}{5(100-x)}$ dan force of withdrawal adalah $\mu_x^{(w)} = \frac{4}{5(100-x)}$ $\frac{6}{5(100-x)}$, hitunglah conditional density function untuk kematian seseorang pada umur 70+t, jika orang tersebut hidup pada umur 70.

- A. $\frac{30-t}{600}$
- B. $\frac{30-t}{1200}$ C. $\frac{30-t}{1125}$ D. $\frac{70-t}{1200}$ E. $\frac{70-t}{1800}$

5. Dalam sebuah studi menggunakan pendekatan estimasi moment, diperoleh data jumlah kematian dalam interval (x, x + 1], berdasarkan besaran *exposure* yang diberikan sebagai berikut:

Selang	Jumlah Kematian	Exposure
(0, 1]	12	1100
(1, 2]	9	1220
(2, 3]	7	1365
(3, 4]	5	1522
(4, 5]	4	1784

Hitunglah $\hat{S}(5)$

- A. 0,794
- B. 0,832
- C. 0,896
- D. 0,934
- E. 0,971

- 6. Berdasarkan soal nomor 5, hitunglah $Var\left[\hat{S}(5) \mid \{n'_i\}\right]$
 - A. 0,000022
- B. 0,000029
- C. 0,000034
- D. 0,000041
- E. 0,000046
- 7. Pada sebuah model double decrement, diperoleh informasi sebagai berikut:

$$l_x^{(T)} = 100 l_{x+3}^{(T)} = 60$$

$$l_{x+3}^{(T)} = 60$$

$$_3q_{\chi}^{(1)} = 0.04$$

$$_{2} | q_{\chi}^{(2)} = 0.06$$

Hitunglah $_{2}q_{x}^{(2)}$

- A. 0,30
- B. 0,32
- C. 0,35
- D. 0,38
- E. 0,40

8. Diketahui force of mortality sebagai berikut:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0.01, & untuk \ 0 < x \le 30 \\ 0.02, & untuk \ x > 30 \end{cases}$$

Hitunglah $_{20}p_{20}$

- A. 0,050
- B. 0,238
- C. 0,586
- D. 0,741
- E. 0,867

9. Jika diasumsikan force of mortality adalah sebagai berikut:

$$\mu_x = (1+x)^{-1}$$
, untuk $x > 0$

Berapakah nilai dari tq_{20} ?

- A. $\frac{2t}{20+t}$ B. $\frac{t}{20+t}$ C. $\frac{20}{20+t}$ D. $\frac{t}{21+t}$ E. $\frac{21}{21+t}$

- 10. Sebuah studi mortalita dilakukan atas pengamatan terhadap 50 peserta dimulai dari waktu 0. Diketahui:

Waktu	Jumlah Kematian	Jumlah yang disensor
t	d_t	c_t
15	4	0
17	0	2
25	3	0
30	0	c ₃₀
32	8	0
40	3	0

 $\hat{S}(35)$ adalah estimasi Product Limit dari S(35).

 $\hat{V}[\hat{S}(35)]$ adalah estimasi variansi dari $\hat{S}(35)$ menggunakan formula Greenwood.

$$\frac{\hat{V}[\hat{S}(35)]}{[\hat{S}(35)]^2} = 0.012452$$

Hitunglah c_{30} , jumlah yang disensor pada waktu t=30.

- A. 6
- B. 7
- C. 8
- D. 9
- E. 10

11. Dari studi mortalita yang diobservasi pada tahun kalender 2007, diperoleh data sebagai berikut:

Individu	Tanggal Lahir
Α	1 Juli 1976
В	1 Januari 1977
С	1 Juli 1977

Dalam periode observasi tersebut, hanya individu B yang meninggal dunia dan tidak ada individu yang melakukan withdrawal. Dengan menggunakan metode exact exposure (asumsi force of mortality adalah konstan) diperoleh $\hat{q}_{30} = 0.451$.

Pada tanggal berapa individu B meninggal dunia? (cari tanggal yang terdekat)

- A. 1 Agustus 2007
- B. 1 September 2007
- C. 1 Oktober 2007
- D. 1 November 2007
- E. 1 Desember 2007

12. Anda mencocokkan model berikut dalam empat pengamatan:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \varepsilon_i$$
, $i = 1,2,3,4$

Diberikan data sebagai berikut:

i	X_{2i}	X_{3i}
1	-3	-1
2	-1	3
3	1	-3
4	3	1

Estimasi least square dari eta_3 dinyatakan sebagai $\hat{eta}_3 = \sum_{i=1}^4 w_i Y_i$

Tentukan nilai dari (w_1, w_2, w_3, w_4)

A.
$$\left(-\frac{1}{20}, \frac{3}{20}, -\frac{3}{20}, \frac{1}{20}\right)$$

B.
$$\left(-\frac{1}{20}, -\frac{3}{20}, \frac{3}{20}, \frac{1}{20}\right)$$

A.
$$\left(-\frac{1}{20}, \frac{3}{20}, -\frac{3}{20}, \frac{1}{20}\right)$$

B. $\left(-\frac{1}{20}, -\frac{3}{20}, \frac{3}{20}, \frac{1}{20}\right)$
C. $\left(\frac{1}{20}, -\frac{3}{20}, \frac{3}{20}, -\frac{1}{20}\right)$
D. $\left(-\frac{3}{20}, -\frac{1}{20}, \frac{1}{20}, \frac{3}{20}\right)$
E. $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}\right)$

D.
$$\left(-\frac{3}{20}, -\frac{1}{20}, \frac{1}{20}, \frac{3}{20}\right)$$

E.
$$(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{4})$$

13. Misalkan X adalah variabel acak untuk umur pada saat kematian.

Hitunglah $_{20}m_{25}$, jika diasumsikan X mengikuti hukum de Moivre (berdistribusi *uniform*) dengan $\omega=100$.

- A. 0,012
- B. 0,013
- C. 0,014
- D. 0,015
- E. 0,016

14. Diketahui model deret waktu sebagai berikut:

$$y_t = 0.8y_{t-1} + 1 + \varepsilon_t - 0.5\varepsilon_{t-1}$$

Juga diberikan:

$$y_T = 7.0$$

$$\hat{\varepsilon}_T = 0.4$$

Dengan mengasumsikan *error* di periode yang akan datang adalah nol, hitunglah perkiraan 2 periode, yaitu $\hat{y}_T(2)$

- A. 6,00
- B. 6,12
- C. 6,40
- D. 6,67
- E. 6,71
- 15. Dalam sebuah studi kesehatan untuk n orang yang hidup pada waktu t = 0, diketahui tidak ada penambahan peserta. Terdapat 2 kematian pada waktu t_5 , 2 kematian pada waktu t_6 , dan 1 kematian pada waktu t_7 . Dengan menggunakan estimasi $product \ limit \ dari \ S(t)$, diperoleh $\hat{S}(t_5) = 0.90$, $\hat{S}(t_6) = 0.72$, $\hat{S}(t_7) = 0.48$. Hitunglah banyaknya orang yang melakukan terminasi antara t_6 dan t_7 .
 - A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5
- E. 6

16. Jika diketahui $q_x^{\prime(d)}=$ 0,3 dan $q_x^{\prime(w)}=$ 0,5, hitunglah $q_x^{(au)}$

- A. 0,25
- B. 0,35
- C. 0,45
- D. 0,55
- E. 0,65

17. Untuk selang estimasi (x, x + 2], diketahui data sebagai berikut:

	s = 0	<i>s</i> = 1
Jumlah orang yang hidup di umur $x + s$	200	170
Jumlah orang yang keluar di umur $x + s + 0.5$	20	22
Jumlah peserta baru di umur $x + s + 0.25$	40	32
Jumlah orang yang keluar di umur $x + s + 0.75$	20	28
Jumlah orang yang bertahan di umur $x + s + 1$	170	140

Dengan menggunakan metode actuarial exposure, hitunglah estimasi $_{2}q_{x}$, yaitu kemungkinan orang berumur x tahun yang akan meninggal dalam 2 tahun berikutnya.

- A. 0,198
- B. 0,200
- C. 0,202
- D. 0,204
- E. 0,206
- 18. Jika $\mu_{50+t}^{(d)}$ dan $\mu_{50+t}^{(w)}$ bernilai konstan pada 0 < t < 1 , hitunglah $q_{50}^{(d)}$ jika diketahui

$$q_{50}^{\prime(d)} = q_{50}^{\prime(w)} = 0.4$$

- A. 0,180

- B. 0,215 C. 0,255 D. 0,285
- E. 0,320
- 19. Misalkan Anda melakukan smoothing deret waktu y_t menggunakan metode exponentialsmoothing 2-parameter dari Holt:

t	y_t	$ ilde{y}_t$	r_t
1995	120,50	117,50	12,00
1996	135,00	131,70	13,65
1997	147,70	146,29	14,36
1998	146,60	$ ilde{y}_{1998}$	r_{1998}

Hitunglah $\mathit{forecast}$ 2-periode \hat{y}_{2000} dengan terlebih dahulu melengkapi tabel di atas dengan deret exponential 2-parameter dari Holt.

- A. Lebih kecil dari 166
- B. Paling sedikit 166, tetapi lebih kecil dari 172
- C. Paling sedikit 172, tetapi lebih kecil dari 176
- D. Paling sedikit 176, tetapi lebih kecil dari 180
- E. Paling sedikit 180

20. Jika diketahui tabel mortalita select dan ultimate berikut ini:

[x]	$q_{[x]}$	$q_{[x]+1}$	$q_{[x]+2}$	q_{x+3}	x + 3
62	0.11	0.13	0.15	0.17	65
63	0.12	0.14	0.16	0.18	66
64	0.13	0.15	0.17	0.19	67

Hitunglah probabilitas seseorang yang berumur 62 akan tetap hidup 3 tahun berikutnya.

- A. 0,477
- B. 0,483
- C. 0,593
- D. 0,658
- E. 0,713

21. Dalam sebuah populasi tertentu, suatu cumulative hazard function didefinisikan sebagai berikut:

$$\Lambda(t) = \begin{cases} 0.010, \ 60 < t \le 70 \\ 0.015, \ 70 < t \le 80 \\ 0.025, \ t > 80 \end{cases}$$

Untuk seseorang dari populasi ini yang tepat berumur 65 tahun, hitunglah probabilitas bahwa orang tersebut akan meninggal dunia antara umur 80 dan 83 tahun.

- A. 0,041
- B. 0,059
- C. 0,065
- D. 0,068
- E. 0,070

22. Berdasarkan soal nomor 21 di atas, hitunglah probabilitas bahwa orang tersebut akan meninggal dunia sebelum umur 75 tahun.

- A. 0,078
- B. 0,088
- C. 0,095
- D. 0,105
- E. 0,118

23. Diketahui hasil dari regresi linear sebagai berikut:

t	Aktual	Penyesuaian
	(actual)	(fitted)
1	76.00	75.20
2	70.00	70.50
3	71.00	71.60
4	73.00	73.20
5	66.00	64.80

Hitunglah estimasi koefisien korelasi deret lag 1 (*lag 1 serial correlation coefficient*) untuk residual, menggunakan statistik Durbin-Watson!

- A. -0,02
- B. 0,05
- C. 0,22
- D. 0,30
- E. 0,42

24. Diketahui informasi sebagai berikut:

(i).
$$y_i = \beta x_i + \varepsilon_i$$

$$Var(\varepsilon_i) = (\frac{x_i}{2})^2$$

(ii).

i	x_i	y_i
1	1	6
2	2	4
3	3	2
4	4	-2

Tentukan nilai estimasi weighted least square dari β :

- A. 1,35
- B. 1,88
- C. 1,96
- D. 2,04
- E. 2,35

25. Untuk sebuah deret waktu y_t , diketahui:

t	y_t	$y_t - \bar{y}$
1	960	-15
2	1030	22
3	880	-10
4	1020	14
5	975	-8

Hitunglah estimasi fungsi autokorelasi parsial (partial autocorrelation) pada time displacement k=2 (dibulatkan 2 desimal)

- A. -0,14
- B. -0,63
- C. 0,22
- D. 0,28
- E. 0,36

26. Pada sebuah model double decrement, diketahui:

- a) Dalam tabel *decrement* tunggal yang diasosiasikan dengan penyebab (1), $q_{40}^{\prime(1)}=0.100$ dan berdistribusi *uniform* dalam suatu tahun.
- b) Dalam tabel *decrement* tunggal yang diasosiasikan dengan penyebab (2), $q_{40}^{\prime(2)}=0.125$ dan semua decrement terjadi pada saat t=0.7.

Hitunglah $q_{40}^{(2)}$

- A. 0,114
- B. 0,115
- C. 0,116
- D. 0,117
- E. 0,118

27. Diketahui:

(i)
$$\mu_x = F + e^{2x}, x \ge 0$$

(ii)
$$_{0.4}p_0 = 0.45$$

Hitunglah nilai F (dibulatkan).

A. 0,20

B. 0,30

C. 0,46

D. 0,52

E. 0,63

28. Untuk suatu model ARMA(1,1) diberikan persamaan sebagai berikut:

$$y_t = 0.9y_{t-1} + 3 + \varepsilon_t - 0.4\varepsilon_{t-1}$$

Hitunglah ho_1

A. 0,62

B. 0,73

C. 0,81

D. 0,88

E. 0,92

29. Anda mencocokkan model *moving average* order pertama yang *invertible* ke dalam Deret Waktu. Koefisien *autocorrelation* dari *sample lag* 1 adalah -0.40. Hitunglah tebakan awal untuk θ , yaitu parameter *moving average*.

A. 0,3

B. 0,4

C. 0,5

D. 0,6

E. 0,7

30. Untuk satu orang yang diamati dalam studi mortalita yang dilakukan dari tanggal 1 Januari 1991 sampai dengan 30 Juni 1993, diperoleh informasi sebagai berikut :

I.Tanggal lahir : 1 November 1960II.Tanggal dimulainya pengamatan : 1 Februari 1991III.Tanggal kematian : 1 Mei 1993

Dengan menggunakan metode *exact exposure*, diperoleh $E=e_{30}+e_{31}+e_{32}$ Dengan menggunakan metode *actuarial exposure*, diperoleh $A=e_{30}+e_{31}+e_{32}$ (catatan: e_x adalah exposure untuk umur x)

Hitunglah E + A (dalam tahun)

A. 4,25

B. 4,50

C. 4,75

D. 5,00

E. 5,25
