

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA



UJIAN PROFESI AKTUARIS

MATA UJIAN	:	A50 – Metode Statistika
TANGGAL	:	23 Mei 2018
JAM	:	12:30 – 15:30 WIB
LAMA UJIAN	:	180 Menit
SIFAT UJIAN	:	Tutup Buku

2018

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA
Komisi Penguji

TATA TERTIB UJIAN

1. Setiap Kandidat harus berada di ruang ujian selambat-lambatnya 15 (lima belas) menit sebelum ujian dimulai.
2. Kandidat yang datang 1 (satu) jam setelah berlangsungnya ujian dilarang memasuki ruang ujian dan mengikuti ujian.
3. Kandidat dilarang meninggalkan ruang ujian selama 1 (satu) jam pertama berlangsungnya ujian.
4. Setiap kandidat harus menempati bangku yang telah ditentukan oleh Komisi Penguji.
5. Buku-buku, diktat, dan segala jenis catatan harus diletakkan di tempat yang sudah ditentukan oleh Pengawas, kecuali alat tulis yang diperlukan untuk mengerjakan ujian dan kalkulator.
6. Setiap kandidat hanya berhak memperoleh satu set bahan ujian. Kerusakan lembar jawaban oleh kandidat, tidak akan diganti. Dalam memberikan jawaban, lembar jawaban harus dijaga agar tidak kotor karena coretan. Lembar jawaban pilihan ganda tidak boleh diberi komentar selain pilihan jawaban yang benar.
7. Kandidat dilarang berbicara dengan/atau melihat pekerjaan kandidat lain atau berkomunikasi langsung ataupun tidak langsung dengan kandidat lainnya selama ujian berlangsung.
8. Kandidat dilarang menanyakan makna pertanyaan kepada Pengawas ujian.
9. Kandidat yang terpaksa harus meninggalkan ruang ujian untuk keperluan mendesak (misalnya ke toilet) harus meminta izin kepada Pengawas ujian dan setiap kali izin keluar diberikan hanya untuk 1 (satu) orang. Setiap peserta yang keluar tanpa izin dari pengawas maka lembar jawaban akan diambil oleh pengawas dan dianggap telah selesai mengerjakan ujian.
10. Alat komunikasi harus dimatikan selama ujian berlangsung.
11. Pengawas akan mencatat semua jenis pelanggaran atas tata tertib ujian yang akan menjadi pertimbangan diskualifikasi. **Komisi Ujian dan Kurikulum mempunyai hak untuk melarang Kandidat yang didiskualifikasi untuk mengikuti ujian di periode berikutnya.**
12. Kandidat yang telah selesai mengerjakan soal ujian, harus menyerahkan lembar jawaban langsung kepada Pengawas ujian dan tidak meninggalkan lembar jawaban tersebut di meja ujian.
13. Kandidat yang telah menyerahkan lembar jawaban harus meninggalkan ruang ujian.
14. Kandidat dapat mengajukan keberatan terhadap soal ujian yang dinilai tidak benar dengan penjelasan yang memadai kepada komisi penguji selambat-lambatnya 10 (sepuluh) hari setelah akhir periode ujian.

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA
Komisi Penguji

PETUNJUK MENGERJAKAN SOAL

Ujian Pilihan Ganda

1. Setiap soal akan mempunyai 4 (empat) atau 5 (lima) pilihan jawaban di mana hanya 1 (satu) jawaban yang benar.
2. Setiap soal mempunyai bobot nilai yang sama dengan tidak ada pengurangan nilai untuk jawaban yang salah.
3. Saudara diminta untuk membaca dan mengikuti petunjuk pengisian yang ada di lembar jawaban.
4. Jangan lupa **menuliskan nomor peserta, kode dan tanggal ujian pada** tempat yang disediakan dan **tanda tangani lembar jawaban tersebut tanpa menuliskan nama Saudara.**

Ujian Soal Esay

1. Setiap soal dapat mempunyai lebih dari 1 (satu) pertanyaan, Setiap soal mempunyai bobot yang sama kecuali terdapat keterangan pada soal.
2. Tuliskan jawaban Saudara pada Buku Jawaban Soal dengan jelas, rapi dan terstruktur sehingga akan mempermudah pemeriksaan hasil ujian.
3. Saudara bisa mulai dengan soal yang anda anggap mudah dan tuliskan nomor jawaban soal dengan soal dengan jelas.
4. Jangan lupa **menuliskan nomor ujian Saudara** pada tempat yang disediakan dan **tanda tangani Buku Ujian tanpa menuliskan nama Saudara.**

KETENTUAN DAN PROSEDUR KEBERATAN SOAL UJIAN PAI

1. **Peserta dapat memberikan sanggahan soal, jawaban atau keluhan kepada Komisi Ujian dan Kurikulum selambat-lambatnya 10 hari setelah akhir periode ujian.**
2. Semua pengajuan keberatan soal dialamatkan ke **sanggahan.soal@aktuaris.or.id.**
3. Pengajuan keberatan soal setelah tanggal tersebut (Poin No 1) tidak akan diterima dan ditanggapi.

1. Diketahui table mortalita dengan periode seleksi 2 tahun sebagai berikut

x	$q_{[x]}$	$q_{[x]+1}$	q_{x+2}	$x + 2$
40	0,115	0,140	0,150	42
41	0,120	0,135	0,160	43
42	0,130	0,145	0,190	44

Tingkat kematian menyebar secara seragam di setiap usia. Tentukanlah ${}_{1,6}p_{[41]+0,4}$.

- A. 0,81
- B. 0,82
- C. 0,83
- D. 0,84
- E. 0,85

2. Untuk sebuah tabel *double decrement* , diberikan

Usia x	$l_x^{(\tau)}$	$d_x^{(1)}$	$d_x^{(2)}$
20	1000	70	100
21		66	
22	650		

Setiap *decrement* menyebar seragam untuk tiap usia. Hitunglah $q'_{21}^{(2)}$.

- A. 0,1434
- B. 0,1560
- C. 0,1760
- D. 0,1800
- E. 0,2000

3. Berikut diberikan tabel *double decrement*

- i. $\mu_{x+0,5}^{(1)} = 0,02$
- ii. $q_x^{(2)} = 0,01$
- iii. Setiap *decrement* menyebar secara seragam pada tiap usia dalam tabel *single decrement* nya

Hitunglah $p_x^{(1)}$.

- A. 0,9750
- B. 0,9803
- C. 0,9831
- D. 0,9860
- E. 0,9901

4. Diberikan

- i. $\mu_{x+t} = \begin{cases} 0,03, & 0 \leq t < 1 \\ 0,08, & 1 \leq t < 2 \end{cases}$
- ii. $Y = \min(T_x, 2)$

Hitunglah $E(Y)$.

- A. 1,52
- B. 1,61
- C. 1,73
- D. 1,80
- E. 1,92

5. Diberikan:

$$\mu_x = \begin{cases} 0,03, & 30 \leq x < 40 \\ 0,04 + 0,001(x - 40)^2, & 40 \leq x < 50 \end{cases}$$

Hitunglah ${}_{4|11}q_{30}$.

- A. 0,305
- B. 0,325
- C. 0,355
- D. 0,375
- E. 0,400

6. Jika $l_x = 140$ dan $q_x = \frac{1}{5}$. Hitunglah $l_{x+1/4}$ menggunakan asumsi *Hyperbolic (Balducci)*
- A. 129
 - B. 130
 - C. 131
 - D. 132
 - E. 133

Data di bawah untuk soal nomor 7 dan 8!

Dalam studi mortalita untuk tahun kalender 2017, ada 120 jiwa yang lahir pada tahun 1986 dan 1987, dimana 5 orang lahir pada tanggal 1 setiap bulannya . Berikut data kematian dan withdrawals

No	Tanggal lahir	Tanggal Kejadian	Kejadian
1	1 Februari 1986	1 Maret 2017	Withdrawal
2	1 April 1986	1 Maret 2017	Meninggal
3	1 Juni 1986	1 Juli 2017	Meninggal
4	1 Agustus 1986	1 Februari 2017	Withdrawal
5	1 Maret 1987	1 Januari 2017	Meninggal

7. Hitunglah selisih absolut dari q_{30} dengan perhitungan estimasi aktuaria dan q_{30} dengan menggunakan perhitungan *exact exposure* (asumsi konstan *force of mortality*).
- A. 0,00006
 - B. 0,00008
 - C. 0,00010
 - D. 0,00012
 - E. 0,00014

8. Setelah diteliti ternyata ada kesalahan data tanggal pada data ke 3 yang seharusnya 1 Juni 1987, bukan 1 Juni 1986. Dengan menggunakan usia *nearest birthday*. Hitunglah p_{30} dengan menggunakan metode *exact exposure* (asumsi konstan *force of mortality*) setelah data dikoreksi.

- A. 0,9513
- B. 0,9627
- C. 0.9715
- D. 0.9823
- E. 0.9901

9. Dalam sebuah studi pada 10 jiwa.

Jiwa	d_i	x_i	u_i
1	2	3,1	
2	2,5	4,0	
3	3,0		3,2
4	3,4		4,0
5	3,8	6,2	
6	4,0		5,2
7	4,0	8,4	
8	4,0		5,2
9	4,2	5,2	
10	4,4		8,4

Hitunglah estimasi *Nelson – Åalen* dari $S(7|X>2)$

- A. 0,3114
- B. 0,3234
- C. 0,3301
- D. 0,3402
- E. 0,3450

10. Dalam sebuah model dua *decrement*, diberikan:

- I. $q_x^{(1)} = 0,05$
- II. $q_x^{(2)} = 0,15$
- III. Setiap *decrement* menyebar seragam dalam usia pada tabel *decrement*

Tentukanlah $\mu_{x+0,2}^{(1)}$.

- A. 0,0490
- B. 0,0521
- C. 0,0560
- D. 0,0590
- E. 0,0610

11. Diketahui bahwa mortalita mengikuti

$$l_x = 100 - x, 0 \leq x \leq 100$$

Hitunglah $e_{75,2}$.

- A. 10,70
 - B. 10,90
 - C. 11,10
 - D. 11,50
 - E. 11,90
12. Dalam sebuah studi mortalita, ada 20 orang. Kematian terjadi pada waktu 1, 4, 5, dan 7. Satu orang *withdraw* dari studi pada waktu 2, dan dua orang *withdraw* dari studi pada waktu 6. Sisa 13 orang bertahan sampai waktu ke 10. Hitunglah estimasi *variance* dari *product limit estimator* $S(10)$ menggunakan formula *Greenwood*.
- A. 0,0075
 - B. 0,0082
 - C. 0,0090
 - D. 0,0093
 - E. 0,0103
13. Dalam studi mortalita, 2 kematian terjadi pada waktu 3 dan 3 kematian pada waktu 5. Tidak ada kematian lain sebelum waktu 5. Estimasi *Variance* dari *Nelson – Åalen* $H(3)$ adalah 0,002222. Sedangkan estimasi *variance* dari *Nelson – Åalen* $H(5)$ adalah 0,007222
- Tentukanlah jumlah yang *withdraw* di antara waktu 3 dan 5.
- A. 6
 - B. 7
 - C. 8
 - D. 9
 - E. 10

14. Diberikan:

- i. Kematian menyebar secara seragam pada tiap usia
- ii. $\mu_{45,5} = 0,3$

Hitunglah $e^o_{45:1}$.

- A. 0,8624
- B. 0,8712
- C. 0,8813
- D. 0,8945
- E. 0,9001

15. Anda diberikan:

- i. $j(x) = 1,3^{x-100}$
- ii. $\mu_x = j(x)/[1 + j(x)]$

Hitunglah q_{103}/q_{102} .

- A. 1,01
- B. 1,02
- C. 1,03
- D. 1,04
- E. 1,06

16. Sebuah sampel yang merupakan 10 buah mesin dengan waktu kegagalan terjadi (dalam hari) 3, 4, 5, 7, 7, 8, 10, 10, 10, 12. Asumsikan model survival yang digunakan adalah *exponensial*, estimasikanlah λ dengan menggunakan metode median.

(pdf dari sebaran *exponensial* $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$)

- A. 0,087
- B. 0,092
- C. 0,095
- D. 0,100
- E. 0,130

17. Untuk sebuah tabel mortalita dengan dua tahun seleksi , diberikan:

- i. $q_{[x]} = (1 - 2k)q_x$ untuk semua x
- ii. $q_{[x]+1} = (1 - k)q_{x+1}$ untuk semua x
- iii. $l_{[32]} = 90$
- iv. $l_{32} = 100$
- v. $l_{33} = 90$
- vi. $l_{34} = 63$

Hitunglah $q_{[32]}$.

- A. 1/12
- B. 2/25
- C. 1/15
- D. 2/31
- E. 2/35

18. Pada model regresi linier 2 variabel:

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i$$

Diberikan beberapa asumsi dibawah:

- I. Hubungan antara Y dan X merupakan linier
- II. X merupakan sebuah variabel stokastik yang memiliki angka tidak pasti
- III. Nilai harapan dari error (ε) adalah nol, $E(\varepsilon) = 0$
- IV. Error memiliki konstan *variance* untuk semua observasi, $E(\varepsilon^2) = \sigma^2$
- V. Error menyebar secara seragam.

Manakah asumsi diatas yang merupakan asumsi model regresi linier 2 variabel.

- A. I,II, dan III saja
- B. I dan II saja
- C. I,II,III, dan IV saja
- D. I, III, dan IV saja
- E. Semua asumsi tersebut benar.

19. Diketahui dari 50 pengamatan:

$$\begin{aligned}\sum \hat{\varepsilon}^2 &= 100 \\ \sum (Y_i - \bar{Y})^2 &= 200 \\ \widehat{Var}(\varepsilon) &= 30\end{aligned}$$

Jika, hitunglah \bar{R}^2 untuk $k = 1$

- A. 0,34
- B. 0,44
- C. 0,50
- D. 0,54
- E. 0,64

20. Diketahui suatu proses *autoregressive-moving average* ARMA(1,1)

$$y_t = 0,9y_{t-1} + 2 + \varepsilon_t - 0,2\varepsilon_{t-1}$$

Hitunglah ρ_2

- A. 0,72
- B. 0,74
- C. 0,76
- D. 0,78
- E. 0,80

21. Diketahui suatu proses *moving average order 2*, MA(2)

$$y_t = 0,3 + \varepsilon_t + 0,5\varepsilon_{t-1} - 0,4\varepsilon_{t-2}$$

Berapakah nilai optimal dari 2 langkah ke depan dari model tersebut yang dibuat pada waktu t , jika error dari model pada waktu t , $t - 1$ and $t - 2$ masing –masing 0,06 dan -0,1 dan 0.2 dan jika diketahui pula nilai dari deret y pada waktu $t-1$ adalah -0,4?

- A. 0
- B. 0,23
- C. 0,24
- D. 0,30
- E. 0,64

22. Anda diberikan

- I. $\hat{y}_{T+1} = y_T$
- II. $\hat{y}_{T+2} = y_T$
- III. *Error variance* adalah $\frac{\sigma_\varepsilon^2}{2}$ untuk dua periode *forecast*

Yang manakah pernyataan valid dari yang di atas dalam proses *Random Walk*, sebuah stokastik deret waktu?

- A. I dan II saja
- B. II dan III saja
- C. I saja
- D. I dan III saja
- E. I, II, dan III

23. Sebuah regresi linier dengan dua variable bebas dan satu konstan digunakan untuk mencocokkan suatu deret dengan 50 pengamatan, diketahui bahwa:

$$\sum_{t=2}^{50} (\hat{\varepsilon}_t - \hat{\varepsilon}_{t-1})^2 = 90$$

$$\sum_{t=1}^{50} \hat{\varepsilon}_t^2 = 59$$

Diberikan tabel uji Durbin-Watson

N	k = 1		k = 2		k = 3		k = 4	
	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
50	1,5	1,59	1,46	1,63	1,42	1,67	1,38	1,32

d_L : batas bawah dari *critical value*

d_U : batas atas dari *critical value*

Apa keputusan yang cocok pada uji Durbin-Watson tersebut?

- A. *Residuals* memiliki *serial correlation* yang positif
- B. *Residuals* memiliki *serial correlation* yang negatif
- C. *Residuals* tidak memiliki *serial correlation*
- D. *Residuals* memiliki *serial correlation* yang tak negatif
- E. Hasil uji tidak dapat disimpulkan

24. Dalam sebuah regresi model diberikan

Untuk *unrestricted* model:

$$ESS_{UR} = 90$$

$$TSS_{UR} = 190$$

Untuk *restricted* model:

$$ESS_R = 40$$

$$TSS_R = 60$$

Hitunglah Statistik $F_{1,98}$

- A. 40
- B. 41
- C. 42
- D. 43
- E. 44

25. Sebuah regresi linier

$$Y_i = 1 + \beta X_i + \varepsilon_i$$

Y	1	3	5
X	2	4	8

Hitunglah estimasi *heteroscedasticity-consistent* dari $Var[\hat{\beta}]$

- A. 0,0011
- B. 0,0015
- C. 0,0017
- D. 0,0019
- E. 0,0021

26. Sebuah regresi 2 variabel mengestimasi 100 titik,

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i$$

ESS (error sum of squares)=10000

$$\sum X_i^2 = 5000$$

Hitunglah *standard error* $\hat{\beta}$ dan $\hat{\alpha}$, yaitu $s_{\hat{\beta}}$ dan $s_{\hat{\alpha}}$

- A. 0,143 dan 1,010
- B. 0,167 dan 1,210
- C. 0,182 dan 1,323
- D. 0,193 dan 1,433
- E. 0,210 dan 1,500

27. Diberikan model regresi di bawah ini.

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \varepsilon_i$$

Diketahui

$$\sum X_{2i}^2 = 1200$$

$$\sum X_{3i}^2 = 2200$$

$$\sum X_{2i}X_{3i} = 2500$$

$$s^2 = 1000$$

Hitunglah $\widehat{COV}(\widehat{\beta}_2, \widehat{\beta}_3)$.

- A. 0,5612
- B. 0,6925
- C. 0,7125
- D. 0,7513
- E. 0,8276

28. Diberikan beberapa stokastik deret waktu di bawah:

- I. Proses *Random Walk*
- II. Proses AR(1) dengan $0 < \phi_1 < 1$
- III. Proses AR(1) dengan $\phi_1 = 1$

Proses manakah di atas yang bukan proses *Stationary*?

- A. I dan II
- B. I dan III,
- C. II saja
- D. III saja
- E. Semuanya proses *Stationary*

29. Anda mencocokkan model *moving average* order pertama yang *invertible* ke dalam deret waktu.

Koeffisien *autocorrelation* dari sampel *lag* 1 adalah -0,3. Hitunglah tebakan awal untuk θ (yaitu parameter *moving average*)

- A. 0,3
- B. 0,4
- C. 0,5
- D. 0,6
- E. 0,7

30. Diberikan *forecast error* 4 langkah ke depan berdasarkan ARIMA model

$$e_T(4) = 0,3\varepsilon_{T+4} - 0,4\varepsilon_{T+3} + 0,2\varepsilon_{T+2} - 0,5\varepsilon_{T+1}$$

Diketahui pula, standar deviasi dari error, $\sigma_\varepsilon = 1,2$

Hitunglah *variance* dari *forecast error* tersebut:

- A. 0,6480
- B. 0,6911
- C. 0,7250
- D. 0,7776
- E. 0,7930