

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA



UJIAN PROFESI AKTUARIS

MATA UJIAN : A50 – Metode Statistika
TANGGAL : 17 Mei 2017
JAM : 13.30 – 16.30 WIB

LAMA UJIAN : 180 Menit
SIFAT UJIAN : Tutup Buku

2017

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA
Komisi Penguji

TATA TERTIB UJIAN

1. Setiap Kandidat harus berada di ruang ujian selambat-lambatnya 15 (lima belas) menit sebelum ujian dimulai.
2. Kandidat yang datang 1 (satu) jam setelah berlangsungnya ujian dilarang memasuki ruang ujian dan mengikuti ujian.
3. Kandidat dilarang meninggalkan ruang ujian selama 1 (satu) jam pertama berlangsungnya ujian.
4. Setiap kandidat harus menempati bangku yang telah ditentukan oleh Komisi Penguji.
5. Buku-buku, diktat, dan segala jenis catatan harus diletakkan di tempat yang sudah ditentukan oleh Pengawas, kecuali alat tulis yang diperlukan untuk mengerjakan ujian dan kalkulator.
6. Setiap kandidat hanya berhak memperoleh satu set bahan ujian. Kerusakan lembar jawaban oleh kandidat, tidak akan diganti. Dalam memberikan jawaban, lembar jawaban harus dijaga agar tidak kotor karena coretan. Lembar jawaban pilihan ganda tidak boleh diberi komentar selain pilihan jawaban yang benar.
7. Kandidat dilarang berbicara dengan/atau melihat pekerjaan kandidat lain atau berkomunikasi langsung ataupun tidak langsung dengan kandidat lainnya selama ujian berlangsung.
8. Kandidat dilarang menanyakan makna pertanyaan kepada Pengawas ujian.
9. Kandidat yang terpaksa harus meninggalkan ruang ujian untuk keperluan mendesak (misalnya ke toilet) harus meminta izin kepada Pengawas ujian dan setiap kali izin keluar diberikan hanya untuk 1 (satu) orang. Setiap peserta yang keluar tanpa izin dari pengawas maka lembar jawaban akan diambil oleh pengawas dan dianggap telah selesai mengerjakan ujian.
10. Alat komunikasi harus dimatikan selama ujian berlangsung.
11. Pengawas akan mencatat semua jenis pelanggaran atas tata tertib ujian yang akan menjadi pertimbangan diskualifikasi.
12. Kandidat yang telah selesai mengerjakan soal ujian, harus menyerahkan lembar jawaban langsung kepada Pengawas ujian dan tidak meninggalkan lembar jawaban tersebut di meja ujian.
13. Kandidat yang telah menyerahkan lembar jawaban harus meninggalkan ruang ujian.
14. Kandidat dapat mengajukan keberatan terhadap soal ujian yang dinilai tidak benar dengan penjelasan yang memadai kepada komisi penguji selambat-lambatnya 10 (sepuluh) hari setelah akhir periode ujian.

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA
Komisi Penguji

PETUNJUK MENGERJAKAN SOAL

Ujian Pilihan Ganda

1. Setiap soal akan mempunyai 4 (empat) atau 5 (lima) pilihan jawaban di mana hanya 1 (satu) jawaban yang benar.
2. Setiap soal mempunyai bobot nilai yang sama dengan tidak ada pengurangan nilai untuk jawaban yang salah.
3. Saudara diminta untuk membaca dan mengikuti petunjuk pengisian yang ada di lembar jawaban.
4. Jangan lupa **menuliskan nomor ujian Saudara pada** tempat yang disediakan dan **tanda tangani lembar jawaban tersebut tanpa menuliskan nama Saudara.**

Ujian Soal Esay

1. Setiap soal dapat mempunyai lebih dari 1 (satu) pertanyaan, Setiap soal mempunyai bobot yang sama kecuali terdapat keterangan pada soal.
2. Tuliskan jawaban Saudara pada Buku Jawaban Soal dengan jelas, rapi dan terstruktur sehingga akan mempermudah pemeriksaan hasil ujian.
3. Saudara bisa mulai dengan soal yang anda anggap mudah dan tuliskan nomor jawaban soal dengan soal dengan jelas.
4. Jangan lupa **menuliskan nomor ujian Saudara** pada tempat yang disediakan dan **tanda tangani Buku Ujian tanpa menuliskan nama Saudara.**

KETENTUAN DAN PROSEDUR KEBERATAN SOAL UJIAN PAI

1. **Peserta dapat memberikan sanggahan soal, jawaban atau keluhan kepada Komisi Ujian dan Kurikulum selambat-lambatnya 10 hari setelah akhir periode ujian.**
2. Semua pengajuan keberatan soal dialamatkan ke **sanggahan.soal@aktuaris.or.id**
3. Pengajuan keberatan soal setelah tanggal tersebut (Poin No 1) tidak akan diterima dan ditanggapi.

1. Jika diketahui fungsi *survival* dari seseorang yang baru lahir adalah sebagai berikut:

$$S_0(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x}{250}, & \text{untuk } 0 \leq x < 40 \\ 1 - \left(\frac{x}{100}\right)^2, & \text{untuk } 40 \leq x \leq 100 \end{cases}$$

Hitunglah probabilitas dari seseorang yang berumur 35 akan meninggal 20 tahun kemudian (dibulatkan 2 desimal).

- A. 0,15 B. 0,16 C. 0,17 D. 0,18 E. 0,19

2. Diketahui fungsi *survival* dari seseorang berumur 40 tahun adalah sebagai berikut:

$$S_{40}(t) = \begin{cases} 1 - (0,02t)^2, & \text{untuk } 0 \leq t < 25 \\ 0,75e^{b(t-25)}, & \text{untuk } t \geq 25 \end{cases}$$

Dari tiga nilai b berikut ini yaitu:

- (i) $-0,2$
(ii) $0,0$
(iii) $+0,2$

nilai b manakah yang akan menyebabkan fungsi *survival* di atas menjadi tidak valid?

- A. $-0,2$ dan $0,0$
B. $0,0$ dan $+0,2$
C. $-0,2$ saja
D. $0,0$ saja
E. $+0,2$ saja

3. Dalam sebuah populasi yang di dalamnya terdapat laki-laki dan perempuan dengan jumlah yang sama pada saat kelahiran, diketahui informasi sebagai berikut:

- (i). Pria : $\mu_x^{pria} = 0,10$ untuk $x \geq 0$
(ii). Wanita : $\mu_x^{wanita} = 0,06$ untuk $x \geq 0$

Hitunglah nilai q_{60} untuk populasi ini (dibulatkan 3 desimal).

- A. 0,046 B. 0,051 C. 0,056 D. 0,061 E. 0,066

4. Dalam suatu populasi yang pada awalnya terdapat 75% wanita dan 25% pria, diketahui:

- (i). Untuk wanita, *force of mortality* adalah konstan dan bernilai μ .
- (ii). Untuk pria, *force of mortality* adalah konstan dan bernilai $1,5 \mu$.
- (iii). Pada akhir tahun ke-20, populasi berubah menjadi 80% wanita dan 20% pria.

Hitunglah probabilitas wanita yang *survive* pada tahun ke-1.

- A. 0,972 B. 0,976 C. 0,980 D. 0,984 E. 0,988

5. Diketahui informasi sebagai berikut:

- i. μ_{x+t} adalah *force of mortality*
- ii. $R = 1 - e^{-\int_0^t \mu_{x+t} dt}$
- iii. $S = 1 - e^{-\int_0^t (\mu_{x+t} + k) dt}$
- iv. k adalah konstan sedemikian sehingga $S = 0,75 R$

Tentukan ekspresi untuk k .

- A. $\ln\left(\frac{1-0,75q_x}{1-p_x}\right)$
B. $\ln\left(\frac{1-0,75p_x}{1-p_x}\right)$
C. $\ln\left(\frac{1-p_x}{1-0,75q_x}\right)$
D. $\ln\left(\frac{1-q_x}{1-0,75q_x}\right)$
E. $\ln\left(\frac{1-0,75q_x}{1-q_x}\right)$

6. Diantara fungsi berikut ini, manakah yang valid sebagai *force of mortality*?

- (i). $\mu(x) = BC^x, B > 0, 0 < C < 1, x \geq 0$
- (ii). $\mu(x) = B(x+1)^{-\frac{1}{2}}, B > 0, x \geq 0$
- (iii). $\mu(x) = k(x+1)^n, n > 0, k > 0, x \geq 0$

- A. (i) saja B. (ii) saja C. (iii) saja D. (i) dan (ii) E. (ii) dan (iii)

7. Dalam suatu tabel *double decrement*, diberikan data sebagai berikut:

x	$q_x^{(1)}$	$q_x^{(2)}$
25	0,01	0,15
26	0,02	0,15

Bila diketahui $l_{26}^{(T)} = 8.400$, hitunglah perubahan pada $d_{26}^{(1)}$ jika $q_{25}^{(2)}$ berubah dari 0,15 menjadi 0,30.

- A. 20 B. 25 C. 30 D. 35 E. 40

8. Pada sebuah model *double decrement*, diperoleh informasi sebagai berikut:

x	$l_x^{(T)}$	$d_x^{(1)}$
30	9.450	40
31	9.220	85
32	8.680	150
33	7.520	315
34	5.600	450

Hitunglah probabilitas bahwa seseorang yang berumur 30 tahun akan berkurang dalam 3 tahun karena decrement ke-2.

- A. 0,165 B. 0,170 C. 0,175 D. 0,180 E. 0,185

9. Untuk sebuah tabel *double decrement* dimana penyebab pertama adalah kematian dan penyebab kedua adalah *withdrawal*, diketahui informasi sebagai berikut:

- (i). Kematian terdistribusi *uniform* sepanjang tahun dalam tabel *single decrement*.
- (ii). *Withdrawal* terjadi di akhir tahun
- (iii). $l_x^{(\tau)} = 1000$
- (iv). $q_x^{(2)} = 0,5$
- (v). $d_x^{(1)} = 0,65 d_x^{(2)}$

Hitunglah $p_x'^{(2)}$ (dibulatkan 2 desimal)

- A. 0,26 B. 0,33 C. 0,40 D. 0,47 E. 0,54

10. Untuk sebuah tabel *double decrement*, diberikan informasi sebagai berikut:

- (i). $q'_x{}^{(1)} = 0,3$
- (ii). $q'_x{}^{(2)} = 0,4$
- (iii). Setiap *decrement* berdistribusi *uniform* sepanjang tahun dalam tabel *double decrement*.

Berapakah nilai dari ${}_{0,3}q_{x+0,1}^{(1)}$? (dibulatkan 3 desimal).

- A. 0,070 B. 0,076 C. 0,082 D. 0,088 E. 0,094

11. Berikut ini adalah tabel mortalita *select* dan *ultimate* dengan periode seleksi 3 tahun:

$[x]$	$q_{[x]}$	$q_{[x]+1}$	$q_{[x]+2}$	q_{x+3}	$x + 3$
60	0,10	0,12	0,14	0,16	63
61	0,11	0,13	0,15	0,17	64
62	0,12	0,14	0,16	0,18	65
63	0,13	0,15	0,17	0,19	66
64	0,14	0,16	0,18	0,20	67

- (i). Bapak Budi adalah individu baru yang diamati (*selected life*) pada tanggal 1 Januari 2015
- (ii). Umur Bapak Budi pada tanggal 1 Januari 2016 adalah 61.
- (iii). P Adalah probabilitas pada 1 Januari 2016 bahwa Bapak Budi akan tetap hidup pada tanggal 1 Januari 2021.

Nilai P adalah:

- A. $0 \leq P < 0,43$
- B. $0,43 \leq P < 0,45$
- C. $0,45 \leq P < 0,47$
- D. $0,47 \leq P < 0,49$
- E. $0,49 \leq P \leq 1,00$

12. Diketahui tabel mortalita *select* dan *ultimate* dengan periode seleksi 2 tahun sebagai berikut:

$[x]$	$q_{[x]}$	$q_{[x]+1}$	q_{x+2}
30	0,00422	0,00465	0,00620
31	0,00454	0,00598	0,00690
32	0,00473	0,00635	0,00790
33	0,00511	0,00680	0,00855
34	0,00550	0,00738	0,00938

Hitunglah ${}_2|q_{[30]+1}$ (dibulatkan 4 desimal).

- A. 0,0053 B. 0,0058 C. 0,0063 D. 0,0068 E. 0,0073

13. Untuk sebuah studi mortalita pada $(x, x + 1]$, diperoleh informasi sebagai berikut:

- (i). Pada awal pengamatan, 600 orang hidup pada umur x
- (ii). 40 orang baru masuk pada umur $x + 1/4$
- (iii). 20 orang keluar dari pengamatan pada umur $x + 1/2$
- (iv). 10 orang keluar dari pengamatan pada umur $x + 3/4$
- (v). Di akhir pengamatan, 500 orang mencapai umur $x + 1$

Jika kematian terjadi pada umur $x + 1/2$ dan *force of mortality* adalah konstan pada $(x, x + 1]$, hitunglah estimator eksak (*exact estimator*) dari q_x (dibulatkan 2 desimal).

- A. 0,18 B. 0,21 C. 0,24 D. 0,27 E. 0,30

14. Dalam pengamatan atas 5 Pemegang Polis yang juga adalah Tertanggung, tersedia informasi sebagai berikut:

- (i). Periode pengamatan mencakup ulang tahun polis pada tahun 1982 s.d 1986.
- (ii). Perhitungan umur berdasarkan pada ulang tahun polis dan menggunakan ulang tahun terdekat.
- (iii). Setiap bulan diaproksimasi sebagai $1/12$ tahun.
- (iv). $\mu^{(d)}$ adalah force of mortality konstan pada $(56,57]$

Individu	Tanggal Lahir	Tanggal Terbit Polis	Tanggal Kematian	Tanggal Keluar
1	1 Juni 1926	1 Mei 1981	--	--
2	1 Februari 1929	1 Januari 1983	1 Juni 1985	--
3	1 Januari 1928	1 Desember 1983	--	--
4	1 Juli 1929	1 Maret 1984	--	1 November 1985
5	1 Agustus 1930	1 September 1985	1 September 1987	--

Hitunglah estimasi maximum likelihood dari $\mu^{(d)}$ (dibulatkan 2 desimal).

- A. 0,12 B. 0,15 C. 0,18 D. 0,21 E. 0,24

15. Dalam suatu studi mortalita atas n individu, diketahui informasi berikut ini:

- (i). Tidak ada data yang disensor dan tidak ada 2 kematian terjadi pada saat yang sama.
- (ii). t_k = waktu pada saat kematian ke- k
- (iii). Estimasi Nelson-Aalen atas fungsi kumulatif *hazard* adalah $\hat{\Lambda}(t_2) = \frac{59}{870}$

Tentukan estimasi *product limit* Kaplan-Meier dari fungsi *survival* pada saat t_9 .

- A. 0,76 B. 0,70 C. 0,64 D. 0,58 E. 0,52

16. Hitunglah ekspektasi hidup dari seseorang yang terdiagnosa LAS (state 2a menurut model *Panjer*) bila diketahui informasi berikut ini:

- I. $\mu_{2a} = 0,50$
- II. Variansi dari pengharapan hidup untuk orang yang berada dalam *state* 2a adalah 7,97.
- III. Ekspektasi pengharapan hidup untuk orang yang berada dalam *state* 3 adalah 0,60.

- A. 4,10 B. 4,20 C. 4,30 D. 4,40 E. 4,50

17. Dalam sebuah studi kesehatan untuk n orang yang hidup pada waktu $t = 0$, diketahui tidak ada penambahan peserta. Terdapat 1 kematian pada waktu t_6 , 2 kematian pada waktu t_7 , dan 2 kematian pada waktu t_8 . Dengan menggunakan estimasi *product limit* dari $S(t)$, diperoleh $\hat{S}(t_6) = 0,60$, $\hat{S}(t_7) = 0,45$, $\hat{S}(t_8) = 0,27$. Hitunglah banyaknya orang yang melakukan terminasi antara t_7 dan t_8 .

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. 4

18. Untuk studi survival dengan data yang dipotong dan disensor, diketahui sebagai berikut:

Waktu (t)	Jumlah Risiko (Risk)	Jumlah Kegagalan (Failure)
1	30	5
2	25	9
3	32	6
4	23	5
5	20	4

Probabilitas untuk gagal pada atau sebelum waktu 4 dengan kondisi *survive* melewati waktu 1 adalah ${}_3q_1$. Hitunglah aproksimasi Greenwood terhadap variansi dari ${}_3\hat{q}_1$.

- A. 0,0069 B. 0,0067 C. 0,0065 D. 0,0063 E. 0,0061

19. Pada suatu studi data lengkap dengan ukuran sampel mula-mula adalah 10, diketahui estimasi *product limit* atas $S(12)$ ditemukan sebagai $\hat{S}(12) = 0.60$.

Hitunglah estimasi Nelson-Aalen atas $S(12)$ (dibulatkan 2 desimal).

- A. 0,62 B. 0,65 C. 0,68 D. 0,71 E. 0,74

20. Atas studi mortalita dari dua negara, diperoleh data sebagai berikut:

t_i	Negara A		Negara B	
	d_j	r_j	d_j	r_j
1	30	300	22	200
2	32	270	15	178
3	15	238	18	163
4	20	223	16	145

- r_j adalah banyaknya risiko dalam periode (t_{i-1}, t_i)
- d_j adalah banyaknya kematian dalam periode (t_{i-1}, t_i) , yang diasumsikan terjadi pada t_i .
- $S^T(t)$ adalah estimasi *Product Limit* dari $S(t)$ berdasarkan total semua data pengamatan.
- $S^B(t)$ adalah estimasi *Product Limit* dari $S(t)$ berdasarkan data pengamatan Negara B.

Hitunglah $|S^T(4) - S^B(4)|$ (dibulatkan dua desimal).

- A. 0,05 B. 0,04 C. 0,03 D. 0,02 E. 0,01

21. Sebuah regresi 2 variabel digunakan untuk mencocokkan data berikut ini:

X	Y
2	10
5	6
8	11
9	13

Hitunglah $Cov[\hat{\alpha}, \hat{\beta}]$.

- A. -1,77 B. -1,85 C. -1,93 D. -2,01 E. -2,09

22. Untuk sebuah regresi 2 variabel berdasarkan 8 pengamatan, diketahui informasi sebagai berikut:

$$\sum (X_i - \bar{X})^2 = 2000$$

$$\sum \varepsilon_t^2 = 957$$

Hitunglah s_β , yaitu *standard error* dari β .

- A. 0,22 B. 0,25 C. 0,28 D. 0,31 E. 0,34

23. Anda mencocokkan model berikut dalam empat pengamatan:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, 3, 4$$

Diberikan data sebagai berikut:

i	X_{2i}	X_{3i}
1	-4	-2
2	-2	4
3	2	-4
4	4	2

Estimasi *least square* dari β_3 dinyatakan sebagai $\hat{\beta}_3 = \sum_{i=1}^4 w_i Y_i$

Tentukan nilai dari (w_1, w_2, w_3, w_4)

- A. $(-\frac{1}{20}, \frac{3}{20}, -\frac{3}{20}, \frac{1}{20})$
 B. $(-\frac{1}{20}, -\frac{3}{20}, \frac{3}{20}, \frac{1}{20})$
 C. $(\frac{1}{20}, -\frac{2}{20}, \frac{2}{20}, -\frac{1}{20})$
 D. $(-\frac{1}{20}, \frac{2}{20}, -\frac{2}{20}, \frac{1}{20})$
 E. $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{4})$

24. Sebuah regresi linier digunakan untuk mencocokkan suatu deret waktu dengan 30 pengamatan. Diketahui:

$$\hat{\varepsilon}_1 = -7$$

$$\hat{\varepsilon}_{30} = 11$$

$$\sum_{t=1}^{t=30} \hat{\varepsilon}_t^2 = 2422$$

$$\sum_{t=2}^{t=30} (\hat{\varepsilon}_t \times \hat{\varepsilon}_{t-1}) = 801$$

Hitunglah statistik Durbin-Watson (dibulatkan 2 desimal).

- A. 1,31 B. 1,27 C. 1,23 D. 1,19 E. 1,15

25. Sebuah model regresi linier $Y_i = \beta X_i + \varepsilon_i$ digunakan untuk mencocokkan data berikut ini:

X	Y
0	1
3	2
5	6
8	11

Hitunglah estimasi *heteroscedasticity-consistent* dari $Var[\hat{\beta}]$

- A. 0,031 B. 0,042 C. 0,053 D. 0,064 E. 0,075

26. Terdapat korelasi serial order pertama (*first order serial correlation*) yaitu $\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + v_t$. Nilai $\rho = 0,6$ dan $Var[v] = 40$.

Hitunglah $Var[\varepsilon]$ (dibulatkan 1 desimal).

- A. 44,5 B. 49,0 C. 53,5 D. 58,0 E. 62,5

27. Informasi di bawah ini diberikan untuk suatu model *autoregressive ARMA*(1,1):

$$\phi_1 = 0,4$$

$$\theta_1 = 0,5$$

Hitunglah ρ_2 (dibulatkan 3 desimal).

- A. -0,026 B. -0,029 C. -0,032 D. -0,035 E. -0,038

28. Untuk suatu proses *second order autoregressive AR*(2), diketahui sebagai berikut:

$$\rho_1 = 0,75$$

$$\rho_2 = 0,65$$

Hitunglah ϕ_1

- A. 0,7 B. 0,6 C. 0,5 D. 0,4 E. 0,3

29. Diketahui suatu proses *autoregressive-moving average ARMA*(1,1) sebagai berikut:

$$y_t = 0,8y_{t-1} + 3 + \varepsilon_t - 0,2\varepsilon_{t-1}$$

Hitunglah ρ_1 (dibulatkan 2 desimal).

- A. 0,62 B. 0,66 C. 0,70 D. 0,74 E. 0,78

30. Untuk mengestimasi $E[X]$, Anda telah mensimulasikan X_1, X_2, X_3, X_4 dan X_5 dengan hasil sebagai berikut:

i	1	2	3	4	5
X_i	1	2	3	4	5

Bila Anda menginginkan standar deviasi dari estimasi $E[X]$ lebih kecil dari 0,05, berapakah jumlah simulasi yang dibutuhkan?

- A. Kurang dari 200
 B. Paling sedikit 200, tetapi kurang dari 450
 C. Paling sedikit 450, tetapi kurang dari 700
 D. Paling sedikit 700, tetapi kurang dari 1000
 E. Paling sedikit 1000
