

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA



UJIAN PROFESI AKTUARIS

MATA UJIAN : A60 – Matematika Aktuaria
TANGGAL : 23 November 2016
JAM : 09.00 – 12.00 WIB

LAMA UJIAN : 180 Menit
SIFAT UJIAN : Tutup Buku

2016

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA
Komisi Penguji

TATA TERTIB UJIAN

1. Setiap Kandidat harus berada di ruang ujian selambat-lambatnya 15 (lima belas) menit sebelum ujian dimulai.
2. Kandidat yang datang 1 (satu) jam setelah berlangsungnya ujian dilarang memasuki ruang ujian dan mengikuti ujian.
3. Kandidat dilarang meninggalkan ruang ujian selama 1 (satu) jam pertama berlangsungnya ujian.
4. Setiap kandidat harus menempati bangku yang telah ditentukan oleh Komisi Penguji.
5. Buku-buku, diktat, dan segala jenis catatan harus diletakkan di tempat yang sudah ditentukan oleh Pengawas, kecuali alat tulis yang diperlukan untuk mengerjakan ujian dan kalkulator.
6. Setiap kandidat hanya berhak memperoleh satu set bahan ujian. Kerusakan lembar jawaban oleh kandidat, tidak akan diganti. Dalam memberikan jawaban, lembar jawaban harus dijaga agar tidak kotor karena coretan. Lembar jawaban pilihan ganda tidak boleh diberi komentar selain pilihan jawaban yang benar.
7. Kandidat dilarang berbicara dengan/atau melihat pekerjaan kandidat lain atau berkomunikasi langsung ataupun tidak langsung dengan kandidat lainnya selama ujian berlangsung.
8. Kandidat dilarang menanyakan makna pertanyaan kepada Pengawas ujian.
9. Kandidat yang terpaksa harus meninggalkan ruang ujian untuk keperluan mendesak (misalnya ke toilet) harus meminta izin kepada Pengawas ujian dan setiap kali izin keluar diberikan hanya untuk 1 (satu) orang. Setiap peserta yang keluar tanpa izin dari pengawas maka lembar jawaban akan diambil oleh pengawas dan dianggap telah selesai mengerjakan ujian.
10. Alat komunikasi harus dimatikan selama ujian berlangsung.
11. Pengawas akan mencatat semua jenis pelanggaran atas tata tertib ujian yang akan menjadi pertimbangan diskualifikasi.
12. Kandidat yang telah selesai mengerjakan soal ujian, harus menyerahkan lembar jawaban langsung kepada Pengawas ujian dan tidak meninggalkan lembar jawaban tersebut di meja ujian.
13. Kandidat yang telah menyerahkan lembar jawaban harus meninggalkan ruang ujian.
14. Kandidat dapat mengajukan keberatan terhadap soal ujian yang dinilai tidak benar dengan penjelasan yang memadai kepada komisi penguji selambat-lambatnya 10 (sepuluh) hari setelah akhir periode ujian.

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA
Komisi Penguji

PETUNJUK MENERJAKAN SOAL

Ujian Pilihan Ganda

1. Setiap soal akan mempunyai 4 (empat) atau 5 (lima) pilihan jawaban di mana hanya 1 (satu) jawaban yang benar.
2. Setiap soal mempunyai bobot nilai yang sama dengan tidak ada pengurangan nilai untuk jawaban yang salah.
3. Saudara diminta untuk membaca dan mengikuti petunjuk pengisian yang ada di lembar jawaban.
4. Jangan lupa **menuliskan nomor peserta, kode dan tanggal ujian pada** tempat yang disediakan dan **tanda tangani lembar jawaban tersebut tanpa menuliskan nama Saudara.**

Ujian Soal Esay

1. Setiap soal dapat mempunyai lebih dari 1 (satu) pertanyaan, Setiap soal mempunyai bobot yang sama kecuali terdapat keterangan pada soal.
2. Tuliskan jawaban Saudara pada Buku Jawaban Soal dengan jelas, rapi dan terstruktur sehingga akan mempermudah pemeriksaan hasil ujian.
3. Saudara bisa mulai dengan soal yang anda anggap mudah dan tuliskan nomor jawaban soal dengan soal dengan jelas.
4. Jangan lupa **menuliskan nomor ujian Saudara** pada tempat yang disediakan dan **tanda tangani Buku Ujian tanpa menuliskan nama Saudara.**

KETENTUAN DAN PROSEDUR KEBERATAN SOAL UJIAN PAI

1. **Peserta dapat memberikan sanggahan soal, jawaban atau keluhan kepada Komisi Ujian dan Kurikulum selambat-lambatnya 10 hari setelah akhir periode ujian.**
2. Semua pengajuan keberatan soal dialamatkan ke **sanggahan.soal@aktuaris.org.**
3. Pengajuan keberatan soal setelah tanggal tersebut (Poin No 1) tidak akan diterima dan ditanggapi.

1. Untuk suatu model double decrement, diketahui sebagai berikut:

- (i) T adalah variabel acak dari *time-until-death*
- (ii) J adalah variabel acak dari *cause-of-decrement*
- (iii) $f_{T,J}$ adalah joint p.d.f dari T dan J
- (iv)
$$f_{T,J}(t, j) = \begin{cases} 0,6k e^{-0,8t} + 0,9(1-k)e^{-1,5t}, & t \geq 0 \text{ and } J=1 \\ 0,2k e^{-0,8t} + 0,6(1-k)e^{-1,5t}, & t \geq 0 \text{ and } J=2 \end{cases}$$
- (v) ${}_x q_x^{(1)} = 2 {}_x q_x^{(2)}$

Hitunglah k .

- A. 3/8 B. 4/9 C. 1/2 D. 2/3 E. 3/4

2. Perusahaan elektronik ingin menawarkan garansi pada sistem mereka high-end stereo, yang “blaster”, yang akan mencakup hanya “kegagalan” karena cacat pabrik. CFO khawatir tentang biaya garansi ini dan ingin memastikan bahwa klaim atas garansi tersebut terbatas. Anda diberikan:

- (i) Semua “kegagalan” karena cacat semua produsen akan menghasilkan klaim garansi
- (ii) Fungsi *hazard* untuk kegagalan produk karena cacat pabrik adalah $\mu = 0,01$
- (iii) Fungsi *hazard* untuk kegagalan produk karena semua penyebab lainnya adalah $\mu = 0,02$
- (iv) Garansi harus n tahun, dimana n adalah suatu *integer*

Berapa lama garansi terpanjang untuk memastikan bahwa tidak lebih dari 1 dalam 50 sistem “blaster” menghasilkan klaim garansi?

- A. 1 Tahun
B. 2 Tahun
C. 3 Tahun
D. 4 Tahun
E. 5 Tahun

3. Suatu asuransi “special whole life” di terbitkan pada (x) . Manfaat kematian adalah 1 untuk tahun pertama dan 2 untuk tahun selanjutnya. Manfaat tambahan sebesar 2 ditambahkan jika meninggal karena kecelakaan:

- (i) Manfaat dibayarkan pada “moment of death”.
- (ii) “force of mortality” meninggal karena kecelakaan adalah $\mu_{x+t}^{(ad)} = 0,005, \quad t \geq 0$.
- (iii) $\mu_{x+t}^{(\tau)} = 0,040, \quad t \geq 0$.
- (iv) $\delta = 0,06$

Hitunglah “net single premium” untuk asuransi ini

- A. 0,777
- B. 0,812
- C. 0,827
- D. 0,844
- E. 0,862

4. Suatu “whole life insurance” dengan manfaat 1 dibayarkan saat “moment of death” dari (x) termasuk ketentuan “double-ganti rugi”. Ketentuan ini membayarkan manfaat kematian tambahan sebesar 1 untuk kematian yang disengaja. S merupakan “net single premium” untuk asuransi ini.

“whole life insurance” yang kedua dengan manfaat 1 dibayarkan saat “moment of death” dari (x) termasuk ketentuan “triple-ganti rugi”. Ketentuan ini membayarkan manfaat kematian tambahan sebesar 2 untuk kematian yang disengaja. T merupakan “net single premium” untuk asuransi ini. Diberikan sebagai berikut:

- (i) μ adalah suatu “force of decrement” untuk kematian yang disengaja
- (ii) 5μ adalah suatu “force of decrement” untuk kematian dengan cara lain
- (iii) Tidak ada “decrements” lainnya.

Tentukan lah $T - S$

- A. $S/12$
- B. $S/8$
- C. $S/7$
- D. $S/4$
- E. $S/2$

5. Sebuah “10-year term insurance” diterbitkan pada (x) yang memberikan manfaat kematian sebesar 2.000 jika kematian terjadi karena kecelakaan dan 1.000 jika kematian terjadi karena hal lainnya. Manfaat kematian dibayarkan saat “moment of death”.

“force of mortality” untuk kematian karena kecelakaan adalah konstan 0,01

Bunga pada “constant force”, $\delta = 0,09$

Tentukan “net single premium” untuk “coverage” berikut.

- A. $2000 \bar{A}_{x:\overline{10}|}^1 (at \delta = 0,10) + 1000 \bar{A}_{x:\overline{10}|}^1 (at \delta = 0,09)$
- B. $2000 \bar{A}_{x:\overline{10}|}^1 (at \delta = 0,09) + 1000 \bar{A}_{x:\overline{10}|}^1 (at \delta = 0,10)$
- C. $1000 \bar{A}_{x:\overline{10}|}^1 (at \delta = 0,09) + 10 \bar{a}_{x:\overline{10}|} (at \delta = 0,09)$
- D. $1000 \bar{A}_{x:\overline{10}|}^1 (at \delta = 0,09) + 10 \bar{a}_{x:\overline{10}|} (at \delta = 0,10)$
- E. $1000 \bar{A}_{x:\overline{10}|}^1 (at \delta = 0,10) + 10 \bar{a}_{x:\overline{10}|} (at \delta = 0,10)$

6. Untuk “two independent lives now” usia 30 dan 34, diberikan sebagai berikut:

(x)	q_x
30	0,1
31	0,2
32	0,3
33	0,4
34	0,5
35	0,6
36	0,7
37	0,8

Hitunglah peluang dimana kematian terakhir dari “two lives” ini akan terjadi selama 3 tahun dari sekarang (${}_2|q_{\overline{30:34}}$)

- A. 0,01
- B. 0,03
- C. 0,14
- D. 0,18
- E. 0,24

7. Diberikan 2 “independent lives, (x) dan (y) , bergantung pada “identical forces of mortality”:

$$\mu_{x+t} = \mu_{y+t} = 0,05 \quad \text{untuk} \quad 0 < t \leq 20$$

Tentukan peluang “last survivor (\overline{xy}) akan hidup 10 tahun.

- A. Kurang dari 0,20
 B. Lebih besar sama dengan 0,20, tetapi lebih kecil dari 0,40
 C. Lebih besar sama dengan 0,40, tetapi lebih kecil dari 0,60
 D. Lebih besar sama dengan 0,60, tetapi lebih kecil dari 0,80
 E. Lebih besar sama dengan 0,80
8. (40) dan (50) adalah “independent lives”. Manakah dari pernyataan berikut yang benar untuk menyatakan peluang dari “last survivor” dari (40) dan (50) akan meninggal antara usia 70 dan 75?

- A. ${}_{20}P_{50} {}_5q_{70} {}_{30}q_{40} + {}_{30}P_{50} {}_5q_{70} {}_{20}q_{50}$
 B. ${}_{20}P_{50} {}_5q_{70} {}_{30}q_{40} + {}_{30}P_{50} {}_5q_{70} {}_{20}q_{50} + {}_{20}P_{50} {}_5q_{70} {}_{30}P_{40} {}_5q_{70}$
 C. ${}_{20}P_{50} {}_5q_{70} {}_{30}q_{40} + {}_{30}P_{50} {}_5q_{70} {}_{20}q_{50} + 2 {}_{20}P_{50} {}_5q_{70} {}_{30}P_{40} {}_5q_{70}$
 D. ${}_{20}q_{40} {}_{20}P_{50} {}_5q_{70} + {}_{20}P_{40} {}_{20}P_{50} \int_0^5 {}_tq_{60} {}_tP_{70} \mu_{70+t} dt + {}_{30}q_{50} {}_{30}P_{40} {}_5q_{70} + {}_{30}P_{50} {}_{30}P_{40} \int_0^5 {}_tq_{80} {}_tP_{70} \mu_{70+t} dt$
 E. $\sum_{t=0}^4 ({}_{30}P_{40} {}_tP_{70} q_{70+t} {}_{30+t}q_{50} + {}_{20}P_{50} {}_tP_{70} q_{70+t} \cdot {}_{20+t}q_{40})$

9. Diberikan sebagai berikut:

- (i) T_x dan T_y adalah “independent”
 (ii) Fungsi “survival” untuk (x) mengikuti $l_x = 100(95 - x)$, $0 \leq x \leq 95$.
 (iii) Fungsi “survival” untuk (y) berdasarkan konstan “force of mortality”,

$$\mu_{y+t} = \mu \quad \text{untuk} \quad t \geq 0$$

 (iv) $n < 95 - x$

Tentukan peluang dimana (x) meninggal dalam waktu n tahun dan meninggal sebelum (y) .

- A. $\frac{e^{-\mu n}}{95-x}$
- B. $\frac{ne^{-\mu n}}{95-x}$
- C. $\frac{1-e^{-\mu n}}{\mu(95-x)}$
- D. $\frac{1-e^{-\mu n}}{95-x}$
- E. $1-e^{\mu n} + \frac{e^{-\mu n}}{95-x}$

10. Suatu group terdiri dari dua “independent lives” (x) dan (y), dimana $x=40$ dan $y=30$

Diberikan sebagai berikut:

- (i) Untuk (x), $l_x = 50 - x$ ($0 \leq x \leq 50$)
- (ii) Untuk (y), $l_y = 100 - y$ ($0 \leq y \leq 100$)

Hitunglah “expected” usia kematian untuk kematian pertama

- A. Kurang dari 44,0
 - B. Paling sedikit 44,0; tetapi kurang dari 44,5
 - C. Paling sedikit 44,5; tetapi kurang dari 45,0
 - D. Paling sedikit 45,0; tetapi kurang dari 45,5
 - E. Paling sedikit 45,5
11. Anda diberikan sebagai berikut:
- (i) Kematian berdistribusi “uniform” dengan $\omega = 110$
 - (ii) T_{80} dan T_{85} adalah “independent”
 - (iii) G adalah peluang (80) meninggal setelah (85) dan sebelum 5 tahun dari sekarang
 - (iv) H adalah peluang dimana kematian pertama terjadi setelah 5 tahun dan sebelum 10 tahun dari sekarang

Hitunglah $G + H$

- A. 0,25
- B. 0,28
- C. 0,33
- D. 0,38
- E. 0,41

Gunakan informasi berikut untuk soal nomor 12-14

Untuk suatu asuransi spesial “20-year term” pada (40) dan (50), diketahui sebagai berikut:

- (i) Kematian berdistribusi “uniform” dengan $\omega = 100$
- (ii) (40) dan (50) adalah “independent”

12. Hitunglah peluang paling sedikit satu dari (40) dan (50) akan meninggal dalam kurun waktu 10 tahun:

- A. $1/30$
- B. $3/10$
- C. $1/3$
- D. $2/3$
- E. $7/10$

13. Hitunglah peluang dari (40) meninggal sebelum usia 50 tetapi setelah (50) meninggal:

- A. $1/60$
- B. $1/30$
- C. $1/20$
- D. $3/20$
- E. $11/60$

14. Hitunglah peluang dimana kematian kedua terjadi antara $t = 10$ dan $t = 20$

- A. $1/10$
- B. $1/5$
- C. $4/15$
- D. $1/3$
- E. $2/5$

15. Untuk “two lives” (50) dan (60) dengan “independent future lifetimes”:

(i) $\mu_{50+t} = 0,002t, \quad t > 0$

(ii) $\mu_{60+t} = 0,003t, \quad t > 0$

Hitunglah ${}_{20}q_{50:60}^1 - {}_{20}q_{50:60}^2$

- A. 0,17
- B. 0,18
- C. 0,30
- D. 0,31
- E. 0,37

16. Untuk suatu asuransi “spesial fully discrete whole life” pada (40) diberikan:

- (i) “annual net premium” pada 20 tahun pertama adalah $1000P_{40}$
- (ii) “annual net premium” berubah pada usia 60
- (iii) Manfaat kematian adalah 1000 pada 20 tahun pertama, setelah itu menjadi 2000
- (iv) $\ddot{a}_{60} = 11,1454 \quad \ddot{a}_{40} = 14,8166 \quad A_{60} = 0,36913 \quad q_{60} = 0,01376$
- (v) $i = 0,06$

Hitunglah ${}_{21}V$, “net premium reserve” pada akhir tahun 21

- A. 282
- B. 286
- C. 292
- D. 296
- E. 300

17. Anda diberikan sebagai berikut:

- (i) Rate Kematian untuk (x) dan manfaat asuransi dibayarkan setiap tahun mengikuti tabel berikut:

t	q_{x+t-1}	b_t
1	0,01	10
2	0,03	10
3	0,05	20

- (ii) $i = 0,05$
- (iii) Z adalah “present value” dari variabel acak untuk 3 tahun asuransi “term life” pada (x) dengan manfaat pada tabel diatas dibayarkan pada akhir tahun kematian

Hitunglah $Var(Z)$

- A. 16.26 B. 16,47 C. 16,78 D. 18,30 E. 18,81

18. Sebuah asuransi “3-year term life” pada (x) membayarkan 5000 pada akhir tahun kematian.

Diberikan sebagai berikut:

- (i) “Spot rates” untuk 1 tahun zero-coupon bond 0,05 dan 2 tahun zero-coupon bond 0,06
- (ii) $q_x = 0,01$, $q_{x+1} = 0,015$, $q_{x+2} = 0,02$
- (iii) Z adalah “present-value” variabel acak untuk asuransi
- (iv) $E[Z] = 194,89$

Hitunglah “2-year forward rate” untuk “1-year bond”

- A. 0,063
B. 0,066
C. 0,069
D. 0,072
E. 0,075

Informasi untuk nomor 19 sampai 21

Suatu unit “continuously-operating air conditioning” mempunyai “exponential lifetime distribution” dengan nilai rata-rata 4 tahun. Ketika unit rusak, harus diganti dengan biaya 1.000, yang dianggap sebagai satu unit uang. Misalkan \bar{Z} adalah nilai sekarang dari variabel acak untuk pembayaran unit saat waktu gagal. Gunakan “effective annual interest rate” dari 5%.

19. Hitunglah $E[\bar{Z}]$ (pembulatan terdekat)

- A. 0,35
B. 0,47
C. 0,53
D. 0,62
E. 0,84

20. Hitunglah $\text{Var}[\bar{Z}]$ (pembulatan terdekat)

- A. 0,010
- B. 0,012
- C. 0,014
- D. 0,016
- E. 0,019

21. Hitunglah “90th percentile” dari distribusi \bar{Z} (pembulatan terdekat)

- A. 0,45
- B. 0,56
- C. 0,67
- D. 0,79
- E. 0,98

22. Diberikan bahwa kematian mengikuti $l_x = 100 - x$, $0 \leq x \leq 100$

Hitunglah $e_{85,2}$

- A. 6,890
- B. 6,895
- C. 6,900
- D. 6,905
- E. 6,910

23. Untuk “two lives” (x) dan (y) dengan “independent future lifetimes:

i. $\mu_x = \frac{2}{100 - x}, \quad x < 100$

ii. $\mu_y = \frac{3}{100 - y}, \quad y < 100$

Hitunglah ${}_{20}q_{x:y}^2$ untuk $x = 60, y = 60$

- A. 47/160 B. 3/8 C. 13/40 D. 31/80 E. 2/5

24. Untuk suatu asuransi “quarterly premium whole life” dengan manfaat 1000 pada (50),

- i. “annual net premium” adalah 24,40
- ii. Manfaat kematian dibayarkan pada akhir tahun kematian
- iii. $q_{60} = 0,02$
- iv. “force of mortality” adalah konstan antara usia 60 dan 61
- v. $i = 0,1$
- vi. ${}_{10}V = 205,11$

Hitunglah “net premium reserve” di saat $t = 10,4$

- A. 218,84 B. 219,74 C. 222,38 D. 227,26 E. 232,70

25. Untuk suatu portofolio dari asuransi dengan manfaat 100 “fully discrete whole life” untuk individu usia (35):

- (i) 50 polis memiliki “face amount” 5.000 dan 50 polis memiliki “face amount” 10.000
- (ii) $A_{35} = 0,175$
- (iii) ${}^2A_{35} = 0,060$
- (iv) $d = 0,04$

Dengan menggunakan pendekatan normal, hitunglah premi per 1.000 untuk peluang dari “positive future net loss adalah 5%

- A. 10,30 B. 10,60 C. 10,68 D. 10,75 E. 10,88

26. Diberikan suatu “survival function”

$$S_0(x) = \frac{1}{1 + \sqrt{x}}$$

Hitunglah ${}_{5|10}q_{15}$

- A. 0,06
- B. 0,08
- C. 0,10
- D. 0,12
- E. 0,14

27. Untuk suatu asuransi “fully discrete whole life” dengan manfaat 1.000 pada (45), diberikan sebagai berikut:

- (i) Kematian mengikuti $l_x = 10(110 - x)$, $0 \leq x \leq 110$
- (ii) $i = 0,06$

Pada akhir tahun ke 20, nasabah menginginkan perubahan premi sehingga polis akan “paid up” dengan tambahan 10 tahun. Perusahaan asuransi tidak menambahkan biaya untuk perubahan ini, dan menggunakan “equivalence principle” untuk menghitung “new net premium”

Hitunglah “new net premium” tersebut

- A. 21,95
- B. 24,65
- C. 27,22
- D. 30,90
- E. 33,27

28. Untuk “cohort” dari 1000 jiwa usia 50, peluang hidup adalah

$${}_t p_{50} = \frac{20 - \sqrt{t}}{20} \quad t < 400$$

Dengan pendekatan “normal”, hitunglah 95 percentile dari “number of lives” untuk cohort ini yang akan hidup 30 tahun.

- A. 744
- B. 749
- C. 755
- D. 764
- E. 771

29. Untuk suatu model “2-year selection and ultimate mortality”, diberikan:

- (i) $q_{[x]+1} = 0,95 q_{x+1}$
- (ii) $l_{76} = 98.153$
- (iii) $l_{77} = 96.124$

Hitunglah $l_{[75]+1}$

- A. 96.150
- B. 96.780
- C. 97.420
- D. 98.050
- E. 98.690

30. Untuk suatu asuransi “fully discrete 10-pay 20 year term life” dengan manfaat 1 pada (40) diberikan:

$$\begin{array}{ll} A_{40} = 0,22 & {}_5E_{40} = 0,8 \\ A_{45} = 0,24 & {}_{10}E_{40} = 0,64 \\ A_{50} = 0,26 & {}_{20}E_{40} = 0,4 \\ A_{60} = 0,30 & d = 0,04 \end{array}$$

Hitunglah “net premium reserve” pada akhir tahun ke 5

- A. 0,008
- B. 0,014
- C. 0,028
- D. 0,035
- E. 0,042
