

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA



UJIAN PROFESI AKTUARIS

MATA UJIAN : A60 – Matematika Aktuaria
TANGGAL : 17 Mei 2017
JAM : 09.00 – 12.00 WIB

LAMA UJIAN : 180 Menit
SIFAT UJIAN : Tutup Buku

2017

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA
Komisi Penguji

TATA TERTIB UJIAN

1. Setiap Kandidat harus berada di ruang ujian selambat-lambatnya 15 (lima belas) menit sebelum ujian dimulai.
2. Kandidat yang datang 1 (satu) jam setelah berlangsungnya ujian dilarang memasuki ruang ujian dan mengikuti ujian.
3. Kandidat dilarang meninggalkan ruang ujian selama 1 (satu) jam pertama berlangsungnya ujian.
4. Setiap kandidat harus menempati bangku yang telah ditentukan oleh Komisi Penguji.
5. Buku-buku, diktat, dan segala jenis catatan harus diletakkan di tempat yang sudah ditentukan oleh Pengawas, kecuali alat tulis yang diperlukan untuk mengerjakan ujian dan kalkulator.
6. Setiap kandidat hanya berhak memperoleh satu set bahan ujian. Kerusakan lembar jawaban oleh kandidat, tidak akan diganti. Dalam memberikan jawaban, lembar jawaban harus dijaga agar tidak kotor karena coretan. Lembar jawaban pilihan ganda tidak boleh diberi komentar selain pilihan jawaban yang benar.
7. Kandidat dilarang berbicara dengan/atau melihat pekerjaan kandidat lain atau berkomunikasi langsung ataupun tidak langsung dengan kandidat lainnya selama ujian berlangsung.
8. Kandidat dilarang menanyakan makna pertanyaan kepada Pengawas ujian.
9. Kandidat yang terpaksa harus meninggalkan ruang ujian untuk keperluan mendesak (misalnya ke toilet) harus meminta izin kepada Pengawas ujian dan setiap kali izin keluar diberikan hanya untuk 1 (satu) orang. Setiap peserta yang keluar tanpa izin dari pengawas maka lembar jawaban akan diambil oleh pengawas dan dianggap telah selesai mengerjakan ujian.
10. Alat komunikasi harus dimatikan selama ujian berlangsung.
11. Pengawas akan mencatat semua jenis pelanggaran atas tata tertib ujian yang akan menjadi pertimbangan diskualifikasi.
12. Kandidat yang telah selesai mengerjakan soal ujian, harus menyerahkan lembar jawaban langsung kepada Pengawas ujian dan tidak meninggalkan lembar jawaban tersebut di meja ujian.
13. Kandidat yang telah menyerahkan lembar jawaban harus meninggalkan ruang ujian.
14. Kandidat dapat mengajukan keberatan terhadap soal ujian yang dinilai tidak benar dengan penjelasan yang memadai kepada komisi penguji selambat-lambatnya 10 (sepuluh) hari setelah akhir periode ujian.

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA
Komisi Penguji

PETUNJUK MENGERJAKAN SOAL

Ujian Pilihan Ganda

1. Setiap soal akan mempunyai 4 (empat) atau 5 (lima) pilihan jawaban di mana hanya 1 (satu) jawaban yang benar.
2. Setiap soal mempunyai bobot nilai yang sama dengan tidak ada pengurangan nilai untuk jawaban yang salah.
3. Saudara diminta untuk membaca dan mengikuti petunjuk pengisian yang ada di lembar jawaban.
4. Jangan lupa **menuliskan nomor peserta, kode dan tanggal ujian pada** tempat yang disediakan dan **tanda tangani lembar jawaban tersebut tanpa menuliskan nama Saudara.**

Ujian Soal Esay

1. Setiap soal dapat mempunyai lebih dari 1 (satu) pertanyaan, Setiap soal mempunyai bobot yang sama kecuali terdapat keterangan pada soal.
2. Tuliskan jawaban Saudara pada Buku Jawaban Soal dengan jelas, rapi dan terstruktur sehingga akan mempermudah pemeriksaan hasil ujian.
3. Saudara bisa mulai dengan soal yang anda anggap mudah dan tuliskan nomor jawaban soal dengan soal dengan jelas.
4. Jangan lupa **menuliskan nomor ujian Saudara** pada tempat yang disediakan dan **tanda tangani Buku Ujian tanpa menuliskan nama Saudara.**

KETENTUAN DAN PROSEDUR KEBERATAN SOAL UJIAN PAI

1. **Peserta dapat memberikan sanggahan soal, jawaban atau keluhan kepada Komisi Ujian dan Kurikulum selambat-lambatnya 10 hari setelah akhir periode ujian.**
2. Semua pengajuan keberatan soal dialamatkan ke **sanggahan.soal@aktuaris.or.id**.
3. Pengajuan keberatan soal setelah tanggal tersebut (Poin No 1) tidak akan diterima dan ditanggapi.

1. Dengan menggunakan “annual interest rate” $i = 0,05$ dan

$$l_{95} = 100, \quad l_{96} = 70, \quad l_{97} = 40, \quad l_{98} = 20, \quad l_{99} = 4, \quad l_{100} = 0$$

Hitunglah nilai dari a_{95}

- A. 0,932
- B. 1,123
- C. 1,235
- D. 1,455
- E. 2,012

2. Hitunglah nilai dari ${}_{n-1}V_{x:n|}$, jika diberikan $A_{x:n|} = 0,20$ dan $d = 0,08$

- A. 0,85
- B. 0,90
- C. 0,95
- D. 1,00
- E. 1,05

3. Untuk suatu asuransi seumur hidup dengan “net level annual premiums” untuk (x), “initial reserve” untuk tahun t adalah 200 dan “net amount at risk” untuk tahun t adalah 1295. Hitunglah “terminal reserve” untuk tahun t-1, jika diberikan:

$$\text{“initial reserve”} = ({}_tV + P)$$

$$\text{“net amount at risk”} = (B - {}_tV)$$

$$\ddot{a}_x = 16,20 \quad q_{x+t-1} = 0,00386 \quad i = 0,05$$

- A. 143,84
- B. 153,84
- C. 163,84
- D. 178,84
- E. 189,84

Informasi untuk nomor 4 sampai 6

Suatu unit “continuously-operation air conditioning” mempunyai waktu hidup berdistribusi “exponential” dengan “mean” 4 tahun. Ketika unit “fail” harus diganti dengan biaya 1000, yang dianggap sebagai “unit of money”. Anggap \bar{Z} menyatakan “present value” variabel acak untuk setiap pembayaran unit pada saat terjadi “fail”. Dengan menggunakan “effective annual interest rate 5%” hitunglah

4. $E[\bar{Z}]$

- A. 0,8367
- B. 0,9921
- C. 1,2134
- D. 1,4505
- E. 1,8980

5. $Var[\bar{Z}]$

- A. 0,00918
- B. 0,01918
- C. 0,02918
- D. 0,03918
- E. 0,04918

6. 90th percentile dari distribusi \bar{Z}

- A. 0,3792
- B. 0,4243
- C. 0,5212
- D. 0,8981
- E. 0,9797

Informasi untuk nomor 7 sampai 9

Suatu pembayaran dilakukan sebesar 10 di akhir minggu untuk memenuhi kebutuhan pembelian detergen. Kegunaan detergen adalah variabel, “the week of exhaustion of supply” adalah variabel acak K

| k | $\Pr(K = k)^2$ |
|-----|----------------|
| 1 | 0,20 |
| 2 | 0,30 |
| 3 | 0,20 |
| 4 | 0,15 |
| 5 | 0,15 |

Misalkan $Z = 10v^K$ menyatakan “present value” dari pembayaran variabel acak. Dengan asumsi bunga $i = 0,01$, “effective per week”

7. Hitunglah “the mean” dari Z

- A. 9,731
- B. 10,731
- C. 11,731
- D. 12,731
- E. 13,731

8. Hitunglah “variansi” dari Z

- A. 0,01663
- B. 0,02663
- C. 0,03663
- D. 0,04663
- E. 0,05663

9. Hitunglah “median” dari Z

- A. 9,706
- B. 10,706
- C. 11,706
- D. 12,706
- E. 13,706

10. Suatu “nonhomogeneous Poisson process” mempunyai “rate function” $\lambda(t) = t$ untuk $0 \leq t \leq 10$ dan $\lambda(t) = 10$ untuk $t > 10$. Hitunglah “expected number of events” pada interval $(5, 15]$

A. 57,50
B. 87,50
C. 108,50
D. 125,50
E. 130,50

11. Suatu “age-at-failure” variabel acak mempunyai distribusi sebagai berikut:

$$F_X(x) = 1 - 0,1(100 - x)^{1/2}, \quad 0 \leq x \leq 100.$$

Tentukan nilai dari $E[X]$ dan median dari distribusi tersebut

A. $100/3$; 75
B. $100/3$; 100
C. $200/3$; 75
D. $200/3$; 100
E. $200/3$; 50

12. Jika $L = \bar{L}(\bar{A}_x)$ menyatakan nilai sekarang dari “loss random variable” pada suatu “fully continuous whole life model” dengan “continuous premium rate” berdasarkan prinsip equivalent. Jika L^* menyatakan nilai sekarang dari “loss random variable” pada model yang serupa dengan “continuous annual premium rate 0,05” tentukan nilai dari $Var(L^*)$ jika diketahui nilai dari:

$$Var(L) = 0,25 \quad \bar{A}_x = 0,40 \quad \delta = 0,06$$

A. 0,1025
B. 0,1525
C. 0,2025
D. 0,2525
E. 0,3025

13. Diberikan sebagai berikut:

(i) $A_x = 0,30$
(ii) $A_{x+n} = 0,40$
(iii) $A_{x+n}^1 = 0,35$
(iv) $i = 0,05$

Hitunglah $a_{x:\overline{n}|}$

- A. 9,3
- B. 9,6
- C. 9,8
- D. 10,0
- E. 10,3

14. Untuk (x) dan (y) yang saling bebas, diberikan sebagai berikut:

- (i) $\overline{a}_x = 10,06$
- (ii) $\overline{a}_y = 11,95$
- (iii) $\overline{a}_{\overline{xy}} = 12,59$
- (iv) $\overline{A}_{xy}^1 = 0,09$
- (v) $\delta = 0,07$

Hitunglah \overline{A}_{xy}^1

- A. 0,15
- B. 0,20
- C. 0,25
- D. 0,30
- E. 0,35

15. Suatu perusahaan mengeluarkan produk asuransi “special single premium 3-year endowment”
Diketahui sebagai berikut:

- (i) Manfaat meninggal 50.000, dibayarkan tiap akhir tahun kematian
- (ii) Manfaat “maturity” adalah 10.000
- (iii) Dengan mengikuti tabel mortalita, kematian berdistribusi “uniform” pada setiap tahun usia

$$q_{60} = 0,11$$

$$q_{61} = 0,12$$

$$q_{62} = 0,20$$

$$q_{63} = 0,28$$

- (iv) $i = 0,06$
- (v) Premi dibayarkan secara sekaligus (“single premium gross”) mengikuti prinsip “equivalence”
- (vi) Komisi adalah 30% dari premium. Tidak ada biaya lain.

Hitunglah nilai dari “single premium gross” untuk usia masuk (60)

- A. 19.778
- B. 25.788
- C. 30.178
- D. 31.111
- E. 35.240

16. Pada soal nomor 15, hitunglah nilai dari “single premium gross” untuk usia masuk (60,25)

- A. 31.500
- B. 32.500
- C. 33.500
- D. 34.500
- E. 35.500

17. Pada soal nomor 15, Hitunglah peluang dimana perusahaan membayar manfaat lebih dari 20.000 untuk usia masuk (60,25)

- A. 0,1
- B. 0,2
- C. 0,3
- D. 0,4
- E. 0,5

18. Pada soal nomor 15, Hitunglah “gross premium reserve” pada akhir tahun kedua untuk usia masuk (60,25)

- A. 13.617
- B. 14.617
- C. 15.617
- D. 16.617
- E. 17.617

Gunakan informasi berikut untuk soal nomor 19-20

Untuk suatu asuransi spesial “20-year term” pada (30) dan (50), diketahui sebagai berikut:

- (i) Kematian berdistribusi “uniform” dengan $\omega = 100$
- (ii) (30) dan (50) adalah “independent”

19. Hitunglah peluang paling sedikit satu dari (30) dan (50) akan meninggal dalam kurun waktu 10 tahun:

- A. $1/30$
- B. $3/10$
- C. $1/3$
- D. $2/3$
- E. $11/35$

20. Hitunglah peluang dari (30) meninggal dalam 10 tahun tetapi setelah (50) meninggal:

- A. $1/60$
- B. $1/30$
- C. $1/20$
- D. $3/20$
- E. $1/70$

21. Untuk “two lives” (50) dan (60) dengan “independent future lifetimes”:

- (i) $\mu_{50+t} = 0,002t, \quad t > 0$
- (ii) $\mu_{60+t} = 0,00046t, \quad t > 0$

Hitunglah ${}_{20}q_{50:60}^1 - {}_{20}q_{50:60}^2$

- A. 0,17
- B. 0,18
- C. 0,30
- D. 0,31
- E. 0,37

22. Untuk suatu asuransi “spesial fully discrete whole life” pada (40) diberikan:

- (i) “annual net premium” pada 20 tahun pertama adalah $1000P_{40}$
- (ii) “annual net premium” berubah pada usia 60
- (iii) Manfaat kematian adalah 1000 pada 20 tahun pertama, setelah itu menjadi 2000
- (iv) $\ddot{a}_{60} = 11,1454$ $\ddot{a}_{40} = 14,8166$ $A_{60} = 0,36913$ $q_{60} = 0,01376$
- (v) $i = 0,08$

Hitunglah ${}_{21}V$, “net premium reserve” pada akhir tahun 21

- A. 282 B. 286 C. 292 D. 296 E. 300

23. Anda diberikan sebagai berikut:

- (i) Rate Kematian untuk (x) dan manfaat asuransi dibayarkan setiap tahun mengikuti tabel berikut:

| t | q_{x+t-1} | b_t |
|-----|-------------|-------|
| 1 | 0,01 | 10 |
| 2 | 0,03 | 10 |
| 3 | 0,05 | 20 |

- (ii) $i = 0,04$
- (iii) Z adalah “present value” dari variabel acak untuk 3 tahun asuransi “term life” pada (x) dengan manfaat pada tabel diatas dibayarkan pada akhir tahun kematian

Hitunglah $Var(Z)$

- A. 16,26 B. 16,47 C. 16,78 D. 17,14 E. 18,81

24. Diberikan bahwa kematian mengikuti $l_x = 100 - x$, $0 \leq x \leq 100$

Hitunglah e_{85}

- A. 6,890
- B. 6,895
- C. 6,900
- D. 6,905
- E. 7,000

25. Untuk suatu asuransi “quarterly premium whole life” dengan manfaat 1000 pada (50),

- i. “annual net premium” adalah 24,40
- ii. Manfaat kematian dibayarkan pada akhir tahun kematian
- iii. $q_{60} = 0,02$
- iv. “force of mortality” adalah konstan antara usia 60 dan 61
- v. $i = 0,15$
- vi. ${}_{10}V = 205,11$

Hitunglah “net premium reserve” di saat $t = 10,4$

- A. 218,84 B. 219,74 C. 223,95 D. 227,26 E. 232,70

26. Diberikan suatu “survival function”

$$S_0(x) = \frac{1}{1 + \sqrt{x}}$$

Hitunglah ${}_{5|5}q_{15}$

- A. 0,06
- B. 0,08
- C. 0,10
- D. 0,12
- E. 0,14

27. Untuk suatu model “2-year selection and ultimate mortality”, diberikan:

- (i) $q_{[x]+1} = 0,95 q_{x+1}$
- (ii) $l_{76} = 96.815$
- (iii) $l_{77} = 96.124$

Hitunglah $l_{[75]+1}$

- A. 96.150
- B. 96.780
- C. 97.420
- D. 98.050
- E. 98.690

28. Diberikan sebagai berikut:

- (i) $q_x = 0,024$
- (ii) “Force of Mortality” adalah konstan antara usia ber-bilangan bulat

Hitunglah ${}_{1/2}q_{x+1/4}$

- A. 0,051
- B. 0,043
- C. 0,032
- D. 0,026
- E. 0,012

29. Untuk dua asuransi “fully continuous whole life” pada (x) , diketahui sebagai berikut:

- (i) Polis A: manfaat kematian sebesar 1, “annual premium rate” sebesar 0,10 dan “variance of the present value of future loss at t ” sebesar 0,455
- (ii) Polis B: manfaat kematian sebesar 2, “annual premium rate” sebesar 0,16
- (iii) $\delta = 0,06$

Hitunglah nilai dari “variance of the present value of future loss at t ” pada polis B

- A. 0,9
- B. 1,4
- C. 2,0
- D. 2,9
- E. 3,4

30. Jika variabel acak “age-at-failure” berdistribusi “exponential” dengan “mean” $\frac{1}{\lambda}$, manakah dari

penyataan berikut yang benar untuk $\bar{P}(\bar{A}_x)$?

A. $\bar{P}(\bar{A}_x) = \lambda$

B. $\bar{P}(\bar{A}_x) = \frac{1}{\lambda}$

C. $\bar{P}(\bar{A}_x) = \frac{\lambda}{\lambda + \delta}$

D. $\bar{P}(\bar{A}_x) = \frac{\delta}{\lambda + \delta}$

E. $\bar{P}(\bar{A}_x) = \frac{1}{\lambda + \delta}$
