

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA



UJIAN PROFESI AKTUARIS

MATA UJIAN	: A 60 – Matematika Aktuaria
TANGGAL	: 23 Mei 2018
JAM	: 08.30 – 11.30 WIB
LAMA UJIAN	: 180 Menit
SIFAT UJIAN	: Tutup Buku

2018

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA
Komisi Penguji

TATA TERTIB UJIAN

1. Setiap Kandidat harus berada di ruang ujian selambat-lambatnya 15 (lima belas) menit sebelum ujian dimulai.
2. Kandidat yang datang 1 (satu) jam setelah berlangsungnya ujian dilarang memasuki ruang ujian dan mengikuti ujian.
3. Kandidat dilarang meninggalkan ruang ujian selama 1 (satu) jam pertama berlangsungnya ujian.
4. Setiap kandidat harus menempati bangku yang telah ditentukan oleh Komisi Penguji.
5. Buku-buku, diktat, dan segala jenis catatan harus diletakkan di tempat yang sudah ditentukan oleh Pengawas, kecuali alat tulis yang diperlukan untuk mengerjakan ujian dan kalkulator.
6. Setiap kandidat hanya berhak memperoleh satu set bahan ujian. Kerusakan lembar jawaban oleh kandidat, tidak akan diganti. Dalam memberikan jawaban, lembar jawaban harus dijaga agar tidak kotor karena coretan. Lembar jawaban pilihan ganda tidak boleh diberi komentar selain pilihan jawaban yang benar.
7. Kandidat dilarang berbicara dengan/atau melihat pekerjaan kandidat lain atau berkomunikasi langsung ataupun tidak langsung dengan kandidat lainnya selama ujian berlangsung.
8. Kandidat dilarang menanyakan makna pertanyaan kepada Pengawas ujian.
9. Kandidat yang terpaksa harus meninggalkan ruang ujian untuk keperluan mendesak (misalnya ke toilet) harus meminta izin kepada Pengawas ujian dan setiap kali izin keluar diberikan hanya untuk 1 (satu) orang. Setiap peserta yang keluar tanpa izin dari pengawas maka lembar jawaban akan diambil oleh pengawas dan dianggap telah selesai mengerjakan ujian.
10. Alat komunikasi harus dimatikan selama ujian berlangsung.
11. Pengawas akan mencatat semua jenis pelanggaran atas tata tertib ujian yang akan menjadi pertimbangan diskualifikasi. **Komisi Ujian dan Kurikulum mempunyai hak untuk melarang Kandidat yang didiskualifikasi untuk mengikuti ujian di periode berikutnya.**
12. Kandidat yang telah selesai mengerjakan soal ujian, harus menyerahkan lembar jawaban langsung kepada Pengawas ujian dan tidak meninggalkan lembar jawaban tersebut di meja ujian.
13. Kandidat yang telah menyerahkan lembar jawaban harus meninggalkan ruang ujian.
14. Kandidat dapat mengajukan keberatan terhadap soal ujian yang dinilai tidak benar dengan penjelasan yang memadai kepada komisi penguji selambat-lambatnya 10 (sepuluh) hari setelah akhir periode ujian.

PERSATUAN AKTUARIS INDONESIA
Komisi Penguji

PETUNJUK MENERJAKAN SOAL

Ujian Pilihan Ganda

1. Setiap soal akan mempunyai 4 (empat) atau 5 (lima) pilihan jawaban di mana hanya 1 (satu) jawaban yang benar.
2. Setiap soal mempunyai bobot nilai yang sama dengan tidak ada pengurangan nilai untuk jawaban yang salah.
3. Saudara diminta untuk membaca dan mengikuti petunjuk pengisian yang ada di lembar jawaban.
4. Jangan lupa **menuliskan nomor peserta, kode dan tanggal ujian pada** tempat yang disediakan dan **tanda tangani lembar jawaban tersebut tanpa menuliskan nama Saudara.**

Ujian Soal Esay

1. Setiap soal dapat mempunyai lebih dari 1 (satu) pertanyaan, Setiap soal mempunyai bobot yang sama kecuali terdapat keterangan pada soal.
2. Tuliskan jawaban Saudara pada Buku Jawaban Soal dengan jelas, rapi dan terstruktur sehingga akan mempermudah pemeriksaan hasil ujian.
3. Saudara bisa mulai dengan soal yang anda anggap mudah dan tuliskan nomor jawaban soal dengan soal dengan jelas.
4. Jangan lupa **menuliskan nomor ujian Saudara** pada tempat yang disediakan dan **tanda tangani Buku Ujian tanpa menuliskan nama Saudara.**

KETENTUAN DAN PROSEDUR KEBERATAN SOAL UJIAN PAI

1. **Peserta dapat memberikan sanggahan soal, jawaban atau keluhan kepada Komisi Ujian dan Kurikulum selambat-lambatnya 10 hari setelah akhir periode ujian.**
2. Semua pengajuan keberatan soal dialamatkan ke **sanggahan.soal@aktuaris.or.id**.
3. Pengajuan keberatan soal setelah tanggal tersebut (Poin No 1) tidak akan diterima dan ditanggapi.

1. Sebuah asuransi diskrit khusus berjangka 2 tahun dengan uang pertanggungan tahun pertama sebesar 500.000, dan pada tahun ke-2, baik premi maupun manfaat kematian naik sebesar 10%. Diberikan $q_x = 0,01$, $q_{x+1} = 0,02$ dan $i = 0,05$.

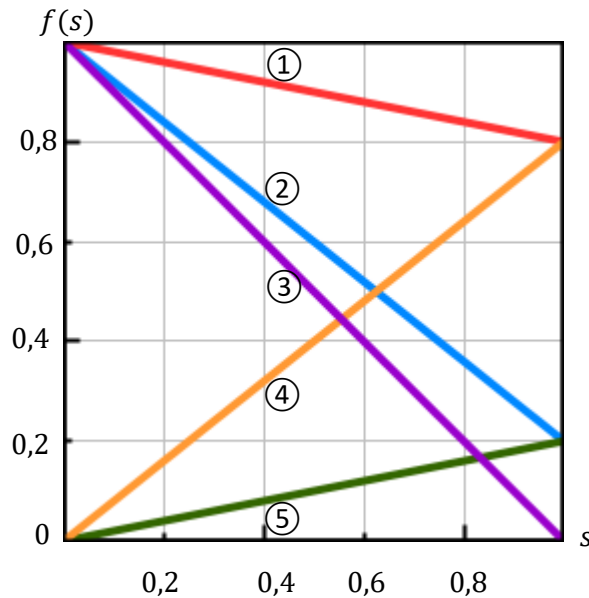
Hitunglah premi netto tahunan untuk tahun pertama.

- a. 7.176
 - b. 7.181
 - c. 7.186
 - d. 7.191
 - e. 7.196
2. Terdapat 2 *decrement* untuk karir seorang aktuaris yang berumur 50 tahun, yaitu *decrement* pertama mortalita dan *decrement* kedua adalah pensiun. *Decrement* 1 mengikuti *uniform survival distribution* dengan $\omega = 75$, sedangkan *decrement* 2 memiliki $\mu_y^{(2)} = 0,10$ untuk $y \geq 50$. Tentukan probabilitas aktuaris tersebut tetap pada pekerjaannya paling tidak selama 5 tahun namun kurang dari 15 tahun.
- a. 0,145
 - b. 0,150
 - c. 0,155
 - d. 0,160
 - e. 0,165
3. Diberikan $l_x = 2.500(64 - 0,8x)^{\frac{1}{3}}$, dengan $0 \leq x \leq 80$. Tentukan $Var(X)$!
- a. 16,2857
 - b. 0,2857
 - c. 4.114,2857
 - d. 514,2857
 - e. 3,2857

Berikut adalah informasi untuk soal nomor 4 dan 5.

Untuk (x) dan (y) yang saling bebas dengan $q_x = 0,2$ dan $q_y = 0,1$, diketahui bahwa tingkat mortalitas untuk *integral ages* mengikuti distribusi seragam.

4. Manakah grafik yang tepat untuk menggambarkan ${}_s p_x$ sebagai fungsi dari s dengan $0 \leq s \leq 1$?



- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

5. Tentukanlah $g(s)$ sehingga ${}_s q_{xy} = s \cdot q_{xy} + g(s) q_{\overline{xy}}$ terpenuhi untuk $0 \leq s \leq 1$.

- $g(s) = s^2 - s$
- $g(s) = \sqrt{1 - s^2}$
- $g(s) = s(1 - s)$
- $g(s) = \frac{s}{\sqrt{1-s}}$
- $g(s) = 1 - s$

6. Diketahui:

$$P_{x:\overline{3}|} = 0,35 \quad i = 0,06 \quad l_x = 100 \quad l_{x+1} = 95$$

Hitunglah nilai $10.000({}_2V_{x:\overline{3}|} - {}_1V_{x:\overline{3}|})!$

- a. 2.565
- b. 2.555
- c. 2.575
- d. 2.585
- e. 2.595

7. Diberikan sebuah fungsi survival dari seorang bayi yang baru lahir:

$$S_0(s) = \begin{cases} 1 - \frac{x}{250}, & 0 \leq x < 40 \\ 1 - \left(\frac{x}{100}\right)^2, & 40 \leq x \leq 100 \end{cases}$$

Hitunglah probabilitas seseorang yang berumur 25 tahun akan meninggal dalam 30 tahun.

- a. 0,210
- b. 0,215
- c. 0,220
- d. 0,225
- e. 0,230

8. A dan B, keduanya berumur 45 tahun dengan sisa umur di masa yang akan datang saling bebas, memiliki polis asuransi dengan ketentuan seperti berikut:

- i. Premi dibayarkan secara tahunan pada awal tahun sepanjang A dan B masih hidup
- ii. Manfaat sebesar 60.000 per tahun akan dibayarkan di awal tahun selama hanya B yang hidup
- iii. Manfaat sebesar 3 kali premi netto akan dibayarkan di awal tahun selama hanya A yang hidup
- iv. $i = 0,06 \quad {}_{45}p_x = 14,1121 \quad \ddot{a}_{45} = 12,6994$

Tentukan premi netto untuk polis tersebut.

- a. 5.509
- b. 7.523
- c. 10.018
- d. 12.540
- e. 15.371

9. Sebuah grup berisi 10.000 orang berumur x yang saling bebas, diketahui memiliki informasi sebagai berikut :

- i. Manfaat anuitas akan dibayarkan setiap awal tahun sebesar 1 untuk setiap orang yang hidup
- ii. $A_x = 0,55$
- iii. ${}^2A_x = 0,33$
- iv. $i = 0,05$

Y adalah peubah acak dari nilai sekarang (*Present Value*) dari total pembayaran anuitas. Dengan menggunakan pendekatan normal, tentukan jumlah dana yang dibutuhkan agar 95% yakin anuitas di atas dapat dibayarkan. Untuk suatu X yang berdistribusi normal, diketahui

$$P(-1,96 < X < 1,96) = 0,95 \quad P(-1,645 < X < 1,645) = 0,90.$$

- a. 97.700
 - b. 96.675
 - c. 95.650
 - d. 94.625
 - e. 93.600
10. Untuk sebuah asuransi dwiguna (*endowment insurance*) dengan 15 kali pembayaran yang berkelanjutan secara penuh (*fully continuous*) selama 25 tahun senilai 1000 untuk (35), diketahui:
- i. $\mu_{35+t} = 0,03$ untuk $t \geq 0$
 - ii. $\delta = 0,05$
 - iii. $1.000\bar{A}_{35:\overline{25}|}^1 = 324,25$
 - iv. $\bar{a}_{35:\overline{25}|} = 8,7351$

Hitunglah ${}_5V$, *net premium reserve* pada tahun ke-5!

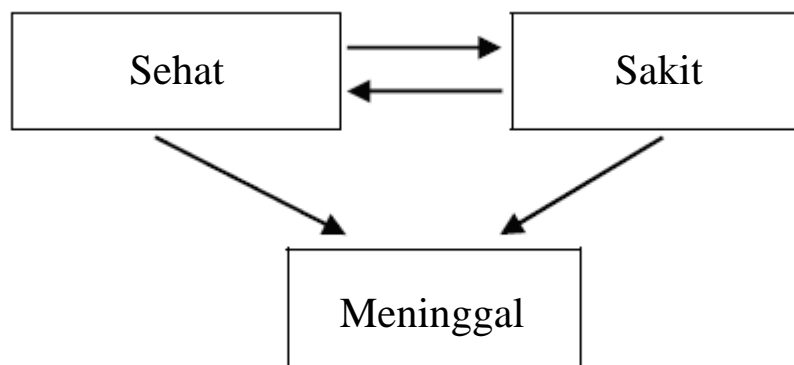
- a. 139,03
- b. 149,65
- c. 152,17
- d. 154,23
- e. 163,31

11. Sebuah asuransi berjangka 2 tahun diskrit diterbitkan untuk (x) dengan $i = 0$.

Diketahui $q_x = 0,25$ dan $Var(Z_{x:\overline{2}|}^1) = 0,75$. Hitunglah q_{x+1} !

- 0,5
- 0,6
- 0,7
- 0,8
- 0,9

12. Sedang dilakukan sebuah penelitian mengenai asumsi yang digunakan untuk menentukan tingkat harga premi untuk sebuah polis asuransi kesehatan. Perhitungan didasarkan pada *multiple state model* seperti diagram berikut:



Diketahui,

- Premi dibayar secara berkelanjutan (*continuous*) oleh pemegang polis **Sehat**
- Manfaat sakit dibayarkan secara berkelanjutan kepada pemegang polis **Sakit**
- Tidak ada manfaat kematian

Dari kondisi – kondisi berikut, manakah yang paling mungkin menyebabkan kenaikan *rate* premi?

- Tingkat suku bunga yang lebih rendah dan tingkat sembuh dari **Sakit** yang lebih tinggi
- Tingkat kematian yang lebih rendah dari kondisi **Sehat** dan kondisi **Sakit**
- Tingkat kematian yang lebih tinggi dari kondisi **Sehat** maupun **Sakit**
- Tingkat sembuh dari **Sakit** yang lebih rendah dan tingkat kematian yang lebih rendah dari **Sakit**
- Tingkat suku bunga yang lebih tinggi dan tingkat kematian yang lebih rendah dari **Sehat**

13. Seorang siswa menghitung nilai \ddot{a}_x dengan $i = 0,05$. Setelah diperiksa, ternyata seharusnya p_{x+1} lebih besar sebesar 0,05 dari yang digunakan oleh siswa tersebut. Dalam perhitungannya, siswa tersebut menggunakan nilai-nilai berikut:

$$q_x = 0,1 \quad q_{x+1} = 0,2 \quad a_{x+1} = 9$$

Bagaimanakah perubahan nilai \ddot{a}_x jika dihitung dengan p_{x+1} yang benar dibandingkan dengan perhitungan awal?

- Naik sebesar 0,43
- Naik sebesar 0,57
- Tidak ada perubahan
- Turun sebesar 0,57
- Turun sebesar 0,43

14. Dari fungsi-fungsi di bawah ini, manakah yang tidak dapat digunakan sebagai *survival model* untuk $x > 0$?

- $S_X(x) = (1 + x)^{-3}$
- $S_X(x) = \exp[7,215 \cdot (1 - 2^x)]$
- $S_X(x) = e^{-x^2}$
- $S_X(x) = \exp[x - 0,72 \cdot (2^x - 1)]$
- $S_X(x) = \frac{1}{1 + \sqrt{x}}$

15. Sebuah kontrak *endowment* sepanjang 20 tahun diterbitkan kepada seseorang yang berumur 55 tahun. *Endowment* ini memiliki manfaat menurun yang dibayarkan pada akhir tahun kejadian, dengan $b_k = (21 - k)$ untuk kejadian pada tahun ke- k dan *pure endowment* dengan manfaat sebesar 1. Diketahui,

$${}_{10}V = 5 \qquad {}_{19}V = 0,6 \qquad q_{65} = 0,1 \qquad i = 0,08$$

Hitunglah cadangan premi di akhir tahun ke-11 (${}_{11}V$) untuk produk tersebut!

- 5,28
- 4,29
- 3,30
- 2,31
- 1,34

16. Y adalah nilai sekarang dari sebuah anuitas hidup sementara yang membayarkan 1 secara berkelanjutan (*continuous*) per tahun sepanjang (x) hidup selama n tahun ke depan. Diketahui,

- i. $\bar{a}_{x:\overline{n}|} = 4,9$
- ii. ${}^2\bar{a}_{x:\overline{n}|} = 3,6$
- iii. $\delta = 0,095$

Hitunglah $Var(Y)$!

- a. 3,36
- b. 6,69
- c. 9,92
- d. 12,25
- e. 15,58

17. Sebuah asuransi seumur hidup untuk (40) memiliki manfaat pembayaran sebesar b_k untuk kegagalan pada tahun ke- k . Diketahui informasi sebagai berikut,

- i. Premi netto $P = P_{20}$
- ii. Cadangan manfaat ${}_tV = {}_{20}V$, untuk $t = 0, 1, 2, \dots, 19$
- iii. $q_{40+k} = q_{20+k} + 0,01$, untuk $k = 0, 1, 2, \dots, 19$
- iv. ${}_{11}V_{20} = 0,08$
- v. $q_{30} = 0,008$

Tentukanlah b_{11} !

- a. 0,16
- b. 0,25
- c. 0,36
- d. 0,49
- e. 0,64

18. Sebuah asuransi dwiguna (*endowment insurance*) n -tahun sebesar 1.000 untuk (x) , diketahui:

- i. Manfaat kematian dibayarkan pada saat kematian
- ii. Premium dibayarkan secara tahunan setiap awal tahun
- iii. Kematian berdistribusi seragam pada seluruh usia
- iv. $i = 0,05$
- v. ${}_nE_x = 0,172$
- vi. $\bar{A}_{x:\bar{n}|} = 0,192$

Tentukan premi netto tahunan untuk asuransi di atas.

- a. 10,1
- b. 11,3
- c. 12,5
- d. 13,7
- e. 14,9

19. Diketahui untuk sebuah *select and ultimate mortality model* dengan periode seleksi 1 tahun,

bahwa $p_{[x]} = (1 + k)p_x$ untuk suatu konstanta k . Jika $\ddot{a}_{x:\bar{n}|} = 21,854$ dan $\ddot{a}_{[x]:\bar{n}|} = 22,167$, tentukanlah k !

- a. 0,015
- b. 0,020
- c. 0,025
- d. 0,030
- e. 0,035

20. Dari sebuah fungsi kepadatan gabungan (*joint density function*) dari T_x dan T_y berikut:

$$f_{T_x, T_y}(t_x, t_y) = \frac{4}{(1+t_x+2t_y)^3}, \quad \text{untuk } t_x > 0 \text{ dan } t_y > 0,$$

Tentukan ${}_nq_{xy}$!

- a. $\frac{1}{1+3n}$
- b. $\frac{1}{1+n}$
- c. $\frac{n}{1+n}$
- d. $\frac{3n}{1+3n}$
- e. $\frac{5n}{1+5n}$

21. Anuitas pasti dan berkelanjutan n tahun akan memberikan pembayaran yang pasti untuk n tahun pertama dan pembayaran selanjutnya akan dibayarkan jika masih hidup. Seorang pemenang kuis berumur 40 tahun berhak untuk mendapatkan pembayaran sebesar P setiap awal tahun selama 10 tahun secara pasti, dan selanjutnya selama ia masih hidup.

Tentukan nilai pembayaran P jika diketahui

$$A_{40} = 0,3 \quad A_{50} = 0,35 \quad A_{40:\overline{10}|}^1 = 0,09 \quad i = 0,04.$$

- a. 538,35
- b. 540,70
- c. 542,05
- d. 544,40
- e. 546,75

Berikut adalah informasi untuk soal nomor 22 dan 23.

Kezia yang berumur 35 tahun memiliki sebuah anuitas seumur hidup premi tunggal dengan ketentuan seperti berikut:

- i. Pembayaran sebesar 10.000 per tahun, dimulai pada umur 65
- ii. Biaya awal sebesar 5% dari premi
- iii. Biaya *renewal* sebesar 50 per tahun setiap awal tahun, termasuk tahun pertama
- iv. Biaya administrasi sebesar 50 setiap pembayaran manfaat
- v. $i = 0,06$ ${}_{30}p_{35} = 0,8$ $\ddot{a}_{35} = 15$ $\ddot{a}_{65} = 10$ ${}_{30}E_{35} = 0,15$

22. Tentukan premi tunggal bruto untuk anuitas di atas dengan menggunakan prinsip ekuivalen (*equivalence principle*).

- a. 15.228
- b. 16.658
- c. 17.088
- d. 18.518
- e. 19.948

23. Kezia ditawarkan untuk menambah manfaat anuitasnya dengan pengembalian *single gross premium* pada akhir tahun kematian dengan bunga sebesar 6% per tahun jika ia meninggal sebelum umur 65 tahun. Berapa premi tambahan yang harus Kezia bayar jika ia setuju untuk penambahan manfaat ini?
- a. 28.822
 - b. 21.100
 - c. 16.688
 - d. 9.944
 - e. 4.442
24. Untuk dua orang dengan sisa umur di masa yang akan datang saling bebas (*independent future lifetimes*), (x) dan (y) , diketahui $\delta = 0,05$
 $\mu_x = 0,1$ dan $\mu_y = 0,15$. Hitunglah $\bar{P}(\bar{A})_{\overline{xy}}$!
- a. 0,01
 - b. 0,03
 - c. 0,05
 - d. 0,07
 - e. 0,09
25. Sebuah asuransi seumur hidup yang berkelanjutan (*continuous*) sebesar 10.000 diterbitkan untuk (40). Premi dibayarkan sebesar 100 setiap tahun. Diketahui $\delta = 0,04$ dan $\mu_{70,5} = 0,025$, tentukan ${}_{30,5}V$ jika $\frac{d}{dt} {}_tV = 337,5$ untuk $t = 30,5$.
- a. 7.000
 - b. 7.500
 - c. 8.000
 - d. 8.500
 - e. 9.000

26. Sebuah anuitas 5 tahun dengan manfaat sebesar 1 diterbitkan untuk (55). Diketahui $l_x = 100 - x$ untuk $0 \leq x \leq 100$ dan $i = 0.06$. Tentukan probabilitas hasil penjumlahan pembayaran anuitas tanpa didiskon akan melebihi *expected present value* pada saat anuitas diterbitkan jika diketahui ${}_5E_{55} = 0,7081$ dan $\ddot{a}_{60} = 11,1454$ dan $\ddot{a}_{5|} = 4,4651$.

- 0,69
- 0,71
- 0,73
- 0,75
- 0,77

27. Diketahui sebagian dari sebuah tabel *triple decrement*.

x	$l_x^{(\tau)}$	$q_x^{(1)}$	$q_x^{(2)}$	$q_x^{(3)}$
40	15.000	0.01	0.04	0.05
41	-	0.04	0.08	0.10

Belakangan diketahui bahwa $q_{40}^{(1)}$ seharusnya bernilai 0,02, sedangkan angka-angka yang lain sudah tepat. Berapakah dampak kesalahan ini terhadap nilai $d_{41}^{(3)}$ yang seharusnya?

- Lebih kecil 20 dari yang seharusnya
- Lebih kecil 15 dari yang seharusnya
- Tidak ada dampak
- Lebih besar 15 dari yang seharusnya
- Lebih besar 20 dari yang seharusnya

28. Peubah acak nilai tunai untuk (x) dapat dinyatakan sebagai:

$$Z = f(x) = \begin{cases} 0, & T_x \leq 10 \\ v^{T_x}, & 10 < T_x \leq 20 \\ 2v^{T_x}, & 10 < T_x \leq 20 \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

Dari pilihan-pilihan berikut, manakah ekspresi yang tepat untuk menggambarkan $E[Z]$?

- ${}_{10|}\bar{A}_x + {}_{20|}\bar{A}_x - {}_{30|}\bar{A}_x$
- $\bar{A}_x + {}_{20}E_x \bar{A}_{x+20} - 2 {}_{30}E_x \bar{A}_{x+30}$
- ${}_{10}E_x \bar{A}_x + {}_{20}E_x \bar{A}_{x+20} - 2 {}_{30}E_x \bar{A}_{x+30}$
- ${}_{10}E_x \bar{A}_{x+10} + {}_{20}E_x \bar{A}_{x+20} - 2 {}_{30}E_x \bar{A}_{x+30}$
- ${}_{10}E_x [\bar{A}_{x+10} + {}_{10}E_{x+10} \bar{A}_{x+20} - {}_{10}E_{x+20} \bar{A}_{x+30}]$

29. Berikut adalah *Select and ultimate life table* dengan periode seleksi 3 tahun:

$[x]$	$l_{[x]}$	$l_{[x]+1}$	$l_{[x]+2}$	$l_{[x]+3}$	$x + 3$
55	10.000	9.493	8.533	7.664	58
56	8.547	8.028	6.889	5.630	59
57	7.011	6.443	5.395	3.904	60
58	5.853	4.846	3.548	2.210	61

Diketahui juga $e_{60} = 1$ dan kematian berdistribusi seragam pada setiap usia.

Tentukan ${}_0e_{[58]+2}$.

- 2,1
- 1,6
- 1,1
- 0,6
- 0,1

30. Diketahui sebuah asuransi seumur hidup sebesar 1.000 untuk (x) , diketahui

- Gross premium* sebesar 25
- Biaya per polis setiap awal tahun adalah 5
- Biaya per premi sebesar 2% setiap awal tahun
- $i = 0,05$
- Cash value* yang tersedia untuk ditarik pada akhir tahun ke-4 adalah 100
- $q_{x+3}^{(d)} = 0,015$ sedangkan $q_{x+3}^{(w)} = 0,05$ dengan *withdrawal* terjadi pada akhir tahun
- Nilai aktuarial dari kumpulan premi setelah disesuaikan dengan manfaat dan biaya, biasa disebut *asset share*, pada akhir tahun ke-3 bernilai 75

Jika pada tahun ke-4 kemungkinan *withdrawal* dan seluruh biaya menjadi 120% dari yang tertulis di atas, seberapa besarkah perubahan *asset share* pada akhir tahun ke-4?

- Bertambah 1,11
- Berkurang 1,21
- Bertambah 1,31
- Berkurang 1,41
- Bertambah 1,51