

Análise Combinatória

Fernando Jorge

Escola Estadual Professor Lima Castro

11 de setembro de 2023

Sumário

1. Princípio Fundamental da Contagem

2. Fatorial

3. Tipos de Agrupamento

4. Permutação

O que é análise combinatória?

A análise combinatória é um ramo da matemática que procura elaborar métodos que nos permitam encontrar o número de possibilidades que um evento pode ocorrer, sem a obrigatoriedade de descrevermos todos os eventos possíveis.

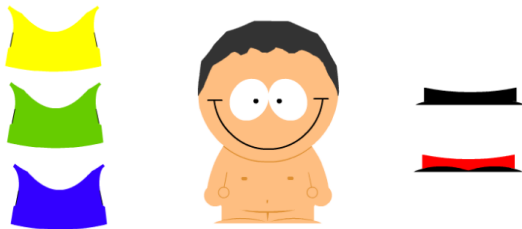
É importante conhecermos tais métodos, pois nem sempre temos condições de descrever todas as formas sob as quais uma situação pode ocorrer, principalmente em situações onde a resposta é um número muito elevado.

Princípio Fundamental da Contagem

Se um experimento E pode apresentar n resultados distintos e um experimento F pode apresentar k resultados distintos, então o número de resultados distintos que o experimento composto de E e F pode apresentar, nessa ordem, é dado pelo produto $n \cdot k$

Princípio Fundamental da Contagem

João foi convidado para festa de sua amiga Maria. Muito vaidoso, abriu o seu guarda-roupa e experimentou todas as roupas que possuía: 3 camisetinhas e 2 bermudas.



De quantas formas João pode se arrumar?

Princípio Fundamental da Contagem

Um restaurante oferece no cardápio 2 entradas distintas, 3 tipos de pratos principais e 3 sobremesas diferentes. Uma pessoa deseja uma salada, um prato principal e uma sobremesa. De quantas maneiras a pessoa poderá fazer seu pedido?

Princípio Fundamental da Contagem

Cuidado com o uso do PFC para eventos dependentes!

O diretor de uma empresa precisa escolher para o setor de compras um coordenador e um vice dentre 5 funcionários (A, B, C, D, E) . De quantas formas pode se dar essa escolha?

Princípio Fundamental da Contagem

Três homens e três mulheres devem posar para uma fotografia em seis degraus de uma escada, uma pessoa em cada degrau.

1. Em quantas disposições diferentes essas pessoas podem ser colocadas?
2. Em quantas disposições diferentes podem ser colocadas essas pessoas de modo que em dois degraus consecutivos não fiquem pessoas do mesmo sexo?
3. Em quantas disposições diferentes podem ser colocadas essas pessoas de modo que em pelo menos dois degraus consecutivos fiquem pessoas do mesmo sexo?

Fatorial

Sendo n um número natural, define-se fatorial de n , e indica-se:

$$n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

- $0! = 1$
- $1! = 1$
- $2! = 2 \cdot 1 = 2$
- $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$
- \vdots
- $n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

Fatorial

Podemos escrever os fatoriais em função de fatoriais menores:

- $5! = 5 \cdot 4!$
- $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3!$
- $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2!$

Fatorial

Veja os exemplos

- $\frac{10!}{8!}$
- $\frac{50! - 49!}{49!}$
- $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 210$

Tipos de Agrupamento

Um agrupamento de elementos é qualquer conjunto, ordenado ou não, formados por esses elementos. São classificados dois tipos fundamentais de agrupamentos: ARRANJO e COMBINAÇÃO.

Arranjo

ARRANJOS são Agrupamentos em que se *considera a ordem dos elementos*, ou seja, resultados com mesmos elementos mas em ordens diferentes são considerados distintos. Veja a seguinte situação:

“O professor de Matemática precisa escolher 3 alunos dentre 10 para participarem de uma comissão ocupando os cargos de presidente, vice-presidente e secretário”

Considere a notação (Presidente, Vice-presidente, Secretário)

Note que o resultado $(A1, A2, A3)$ é diferente do resultado $(A2, A1, A3)$.

COMBINAÇÃO

COMBINAÇÕES são agrupamentos em que NÃO se considera a ordem dos elementos, ou seja, resultados com mesmos elementos, ainda que em ordens diferentes, são considerados iguais. Veja a seguinte situação:

“O professor de Matemática precisa escolher 3 alunos dentre 10 para participarem de uma visita técnica”.

Note que o resultado $(A1, A2, A3)$ é igual ao resultado $(A2, A1, A3)$.

Permutação Simples

Uma permutação simples dos elementos de um conjunto F é qualquer sequência de elementos distintos formado por todos os elementos de F . A permutação é um caso específico de Arranjo. Veja a situação:

“De quantas maneiras pode-se organizar 6 livros distintos em uma prateleira?”

Pelo PFC, temos: $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$ maneiras

Generalização:

Permutação Simples de n elementos: $P_n = n!$

Permutação Simples

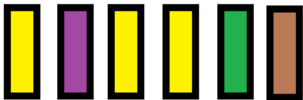
De quantas formas podem 5 pessoas ficar em fila indiana?

Permutação Simples

Quantas palavras distintas podemos formar com a palavra PERNAMBUCO? Quantas começam com a sílaba PER?

Permutação com Elementos Repetidos

De quantas maneiras pode-se organizar 6 livros em uma prateleira sendo que 3 deles são iguais?



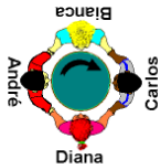
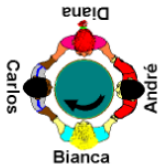
Permutação com Elementos Repetidos

Fórmula:

$$P_n^{k_1, k_2, k_3, \dots, k_p} = \frac{n!}{k_1! k_2! k_3! \dots k_p!}$$

Permutação Circular

De quantas maneiras podemos dispor quatro pessoas ao redor de uma mesa circular?



Permutação Circular

Fórmula:

$$P_{c(n)} = \frac{n!}{n}$$