POTENCIAÇÃO

É uma multiplicação em série de um número por si mesmo.

Assim: a) $3 \text{ x } 3 \text{ x } 3 \text{ x } 3 = 3^4 = 81 \begin{cases} 3 \rightarrow \text{base} \\ 4 \rightarrow \text{expoente} \\ 81 \rightarrow \text{potência} \end{cases}$

b) $a^n = a.a.a. \ldots .a = \begin{cases} a \rightarrow \text{base} \\ n \rightarrow \text{expoente} \\ a^n \rightarrow \text{potência} \end{cases}$

Propriedades das Potências

1ª) **Base 1**: potências de base 1 são iguais a 1

Exemplos:

a) $1^1 = 1$
b) $1^{10} = 1$

2ª) **Expoente 1**: potências de expoente 1 são iguais à base.

Exemplos:

a) $7^1 = 7$
b) $5^1 = 5$
c) $x^1 = x$

3ª) **Potências de bases iguais**

Multiplicação: conservamos a base comum e somamos os expoentes.

Exemplos:

a) $3^7 \text{ x } 3^5 = 3^{12}$
b) $5^8 \text{ x } 5 \text{ x } 2^9 \text{ x } 2^7 = 5^9 \text{ x } 2^{16}$
c) $2^{41} + 2^{40} = 2^{40+1} + 2^{40} = 2^{40} \text{ x } 2^1 + 2^{40} = 2^{40}(2 + 1) = 3 \text{ x } 2^{40}$

Divisão: Conservamos a base comum e subtraímos os expoentes.

Exemplos:

a) $2^8 : 2^5 = 2^3$
b) $6^{12} : 6^{-3} = 6^{12-(-3)} = 6^{15}$

4ª) Potências de expoentes iguais

Multiplicação: multiplicamos as bases e conservamos o expoente comum.

Exemplos:

a) $3^7 \times 2^7 = 6^7$

b) $2^9 \times 3^5 \times 2^7 \times 3^{11} = 2^{16} \times 3^{16} = 6^{16}$

Divisão: dividimos as bases e conservamos o expoente comum.

Exemplos:

a) $8^7 : 2^7 = 4^7$

b) $3^{13} : 5^{13} = \left(\frac{3}{5}\right)^{13}$

Conseqüência: todo número (diferente de zero) elevado a zero

é igual a um. $\Rightarrow$ $\boxed{a^\circ = 1,\ a \neq 0}$

Assim: $\boxed{\begin{array}{l} a^n : a^n = a^\circ \\ \\ a^n : a^n = \frac{}{a^n} = 1 \end{array}}$ $\Rightarrow$ $\boxed{a^\circ = 1}$

5ª) Potências de potência: $(a^b)^c = a^{b.c}$

Exemplos:

a) $(3^7)^2 = 3^{14}$

b) $(8^{13})^2 = 8^{26}$

Obs.: $\mathbf{3^{2^2}} \neq (3^2)^4$, pois $3^{2^4} = 3^{16}$ e $(3^2)^4 = 3^8$

6ª) Potência de expoente negativo

$$a^{-n} = \frac{\mathbf{1}}{a^n} \text{ ou } \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

Exemplos:

a) $2^{-7} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2^7}}$

b) $\left(\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{5}}\right)^{-8} = \left(\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{3}}\right)^{8}$

Obs.: Se $a^b = c \Rightarrow a^{-b} = \frac{\mathbf{1}}{c}$

7ª) Potências de base "0"

a) $0^n = 0$, se $n > 0$.
b) 0^0 = INDETERMINAÇÃO.
c) 0^n = IMPOSSÍVEL, se $n < 0$.

8ª) Potências de expoentes fracionários: $a^{b/c} = \sqrt[c]{a^b}$

Exemplos:

a) $3^{5/8} = \sqrt[8]{3^5}$
b) $\sqrt{5} = 5^{1/2}$
c) $7^{1/3} = \sqrt[3]{7}$
d) $\sqrt{10^3} = 10^{3/2}$

9ª) Potências de números relativos

1° Caso: o expoente é par: o resultado será sempre positivo (salvo se a base for nula).

Exemplos:

a) $(-2)^4 = +16$
b) $(+2)^4 = +16$
c) $0^0 = 0$

2º Caso: o expoente é ímpar: o resultado terá o sinal original da base.

Exemplos:

a) $(-2)^3 = -8$
b) $(+2)^3 = +8$

Obs.: $(-3)^2 \neq -3^2$, pois $(-3)^2 = +9$ e $-3^2 = -9$.

RADICIAÇÃO

Definição

Dados um número real "a" ($a \geq 0$) e um número natural "n" ($n > 0$), existe sempre um número real "b", tal que:

$$\boxed{b^n = a} \Leftrightarrow \boxed{\sqrt[n]{a} = b}$$

Assim:

$$\sqrt[3]{8} = 2$$
$$\sqrt[4]{16} = 2$$

Ao número "b" chamaremos de "raiz" e indicaremos pelo símbolo:

$$b = \sqrt[n]{a} \begin{cases} n = \text{índice} \\ a = \text{radicando} \end{cases}$$

Obs.:

1) Quando o índice da raiz for "2" não é necessário colocá-lo.

2) Se o índice da raiz for par e o radicando for negativo, não existe solução em R. O número será chamado de irreal ou imaginário.

3) Se o índice for ímpar, existe solução em R.

Igualdade Fundamental

Podemos transformar uma raiz em uma potência ou vice-versa, utilizando a seguinte igualdade:

$$\boxed{\sqrt[c]{a^b} = a^{b/c}}$$

Exemplos:

a) $\sqrt[3]{x^2} = x^{2/3}$

b) $x^{3/4} = \sqrt[4]{x^3}$

Segue-se da igualdade que: $\boxed{\sqrt[n]{a^n} = a}$

Propriedades

1ª) $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$

Exemplos:

a) $\sqrt{\mathbf{4}} \cdot \sqrt{\mathbf{9}} = \sqrt{\mathbf{36}}$

b) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{10}$

2ª) $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

Exemplos:

a) $\dfrac{\sqrt{36}}{\sqrt{4}} = \sqrt{9}$

b) $\dfrac{\sqrt[5]{16}}{\sqrt[5]{2}} = \sqrt[5]{8}$

3ª) $\left(\sqrt[c]{a^{b}}\right)^{d} = \sqrt[c]{a^{b.d}}$

Exemplo:

$\left(\sqrt[3]{4^{2}}\right)^{2} = \sqrt[3]{4^{4}}$

Obs.: $\sqrt[3]{4^{4}} = \sqrt[3]{4^{3} \cdot 4} = 4\sqrt[3]{4}$

4ª) $\sqrt[c]{\sqrt[b]{a}} = \sqrt[c \cdot b]{a}$

Exemplos:

a) $\sqrt{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[6]{5}$

b) $\sqrt[5]{\sqrt{\sqrt[3]{3}}} = \sqrt[30]{3}$

c) $\sqrt{4\sqrt[3]{3}} = \sqrt{\sqrt[3]{4^{3} \cdot 3}} = \sqrt[6]{192}$

Obs.: Para efetuar o produto entre duas ou mais raízes com índices diferentes, deve-se encontrar o m.m.c. entre os índices, dividir o resultado do m.m.c. por cada índice e multiplicar o resultado da divisão pelo expoente de cada radicando.

Exemplo:

$\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt{2^{3}}$ $\quad$ m.m.c.(2,3,4) = 12, então: $\sqrt[12]{5^{4} \cdot 3^{3} \cdot 2^{18}}$

ATENÇÃO!

$$\sqrt[n]{a} \pm \sqrt[n]{b} \neq \sqrt[n]{a \pm b}, \text{ com } a \neq 0 \text{ e } b \neq 0.$$