

# Relatório

## Floyd Warshall

o algoritmo de Floyd-Warshall é um algoritmo que resolve o problema de calcular o caminho mais curto entre todos os pares de vértices em um grafo orientado (com direção) e valorado (com peso). O algoritmo de Floyd-Warshall recebe como entrada uma matriz de adjacência que representa um grafo orientado e valorado. O valor de um caminho entre dois vértices é a soma dos valores de todas as arestas ao longo desse caminho. As arestas do grafo podem ter valores negativos, mas o grafo não pode conter nenhum ciclo de valor negativo. O algoritmo calcula, para cada par de vértices, o menor de todos os caminhos entre os vértices. Por exemplo, e no nosso caso, o caminho de menor custo.

Utilizamos esse algoritmo em nosso trabalho para calcular o ponto de encontro que minimiza a distância que indivíduos deveriam percorrer pelo grafo para que todos devessem se encontrar em um mesmo ponto.

Na forma como implementamos ele em nosso trabalho, ao criar a matriz de adjacência, consideramos que vértices adjacentes tem com valor na matriz o peso da aresta entre esses vértices, não sendo adjacentes, colocamos o valor de infinito na matriz, como não existe o valor de infinito em java, então foi inserido o maior valor possível de double na matriz.

Com essa matriz é realizado o cálculo do algoritmo de floyd warshall, a matriz resultante possui os valores em cada célula que representam a melhor distância entre dois vértices, para achar o vértice que é o resultado final, basta achar a linha da matriz que possui a melhor soma de valores.

## Cálculos matemáticos para desenho do arco em tela

No trabalho foi necessário implementar um código para desenhar uma representação do grafo e do indivíduos que irão se movimentar pelo grafo para mostrar o seu andamento pelo grafo.

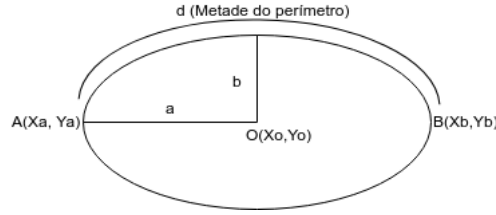


Figura 1: Elipse e suas propriedades

Para desenhar as arestas foi levado em consideração o seguinte raciocínio: toda aresta é considerada como uma semi-elipse, ou seja, apenas como se fosse a metade de uma elipse, aonde uma reta é um caso que o valor de b é igual a zero (ver figura 1).

Primeiro é preciso observar que ao início teríamos apenas os pontos A e B e o valor do arco entre eles (são esses valores que o usuário vai informar), se por acaso esse valor do arco for maior que a distância em linha reta entre os pontos, será desenhado um arco, e se for igual é desenhada uma linha reta.

Para iniciar termos a equação da elipse paralela ao eixo das abcissas.

$$\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1 \quad (1)$$

Temos a equação do perímetro de elipse, a equação que sera apresentada é uma que possui aproximação do cálculo com erro de 5%.

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} \quad (2)$$

Mas como a elipse é possui a característica de ser simétrica, o ponto O é tem as cordenadas dadas pelo ponto médio entre A e B:

$$O\left(\frac{x_a + x_b}{2}, \frac{y_a + y_b}{2}\right) \quad (3)$$

Assim descobrimos que o valor de a é a distância entre o ponto A entre o ponto O.

$$a = \sqrt{(x_o - x_a)^2 + (y_o - y_a)^2} \quad (4)$$

Agora, levando em conta a equação 4, podemos calcular o valor de b com a equação 2. Lembrando que o valor do Perímetro é igual a duas vezes o valor do arco que o usuário deverá informar.

$$P = 2d \quad (5)$$

A equação 2 fica:

$$2d = 2\pi\sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} \quad (6)$$

Quando vamos isolar o b na equação 6 temos:

$$b = \sqrt{\frac{2d^2}{\pi^2} - a^2} \quad (7)$$

Para facilitar na hora de calcular os pontos, vamos desenhar a elipse na origem do plano cartesiano e vamos realizar uma rotação para deixa-la na inclinação correta e somar as coordenadas originais do centro da elipse para inserilas no local correto.

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_o \\ y_o \end{pmatrix} \quad (8)$$

Lembrando que o valor de do ângulo teta é dado por:

$$\theta = \arctan\left(\frac{y_b - y_a}{x_b - x_a}\right) \quad (9)$$

Que deriva de do cálculo do coeficiente angular (ver equação 10 ) da reta (no nosso caso não necessariamente uma reta, mas podemos apenas considerar para os pontos A e B para achar a inclinação do arco).

$$\tan \theta = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} \quad (10)$$

Para calcular os pontos no software, iremos utilizar um laço de repetição para dar os valores de x para no intervalo de -a e a (lembre que estamos calculando a elipse na origem e depois será feita uma rotação para coloca-la no local correto) e apenas precisamos calcular o valor de y da coordenada. Isolando y na equação 1 temos:

$$y = \sqrt{b^2 \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)} \quad (11)$$

Com essas equações podemos calcular os pontos do arco que deve ser desenhado em tela, e os pontos que indivíduos devem percorrer pelo grafo.