

# Modelos de Otimização

## Item a) Minimização do Atraso Total

### Parâmetros

- $d_{ij}$ : Distância euclidiana de  $i$  a  $j$ ;
- $l_i$ : Prazo limite de visita em  $i$ ;
- $M$ : Constante para desativar certas restrições.

### Variáveis de Decisão

- $x_{ij}$ : 1 se há rota direta de  $i$  para  $j$ , 0 caso contrário;
- $t_i$ : Tempo de chegada em  $i$ ;
- $A_i$ : Atraso em  $i$ ;
- $u_i$ : Variável auxiliar para eliminação de sub-rotas.

### Função Objetivo

$$\min \sum_{i=1}^n A_i \quad (\text{minimizar o atraso total})$$

### Restrições

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^n x_{ij} &= 1, & \forall j \in \{1, \dots, n+1\}, \quad i \neq j \\ \sum_{j=1}^{n+1} x_{ij} &= 1, & \forall i \in \{0, \dots, n\}, \quad i \neq j \\ u_i - u_j + nx_{ij} &\leq n-1, & \forall i \in \{0, \dots, n\}, \quad j \in \{1, \dots, n+1\}, \quad i \neq j \\ t_j &\geq t_i + d_{ij} - M(1 - x_{ij}), & \forall i \in \{0, \dots, n\}, \quad j \in \{1, \dots, n+1\}, \quad i \neq j \\ A_i &\geq t_i - l_i, & \forall i \in \{1, \dots, n\} \end{aligned}$$

### Domínios

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad t_i \geq 0, \quad A_i \geq 0, \quad 1 \leq u_i \leq n$$

## Item b) Minimização do Atraso Máximo

### Parâmetros

- $d_{ij}$ : Distância euclidiana de  $i$  a  $j$ ;
- $l_i$ : Prazo limite de visita em  $i$ ;
- $M$ : Constante para desativar certas restrições.

### Variáveis de Decisão

- $x_{ij}$ : 1 se há rota direta de  $i$  para  $j$ , 0 caso contrário;
- $t_i$ : Tempo de chegada em  $i$ ;
- $A_i$ : Atraso em  $i$ ;
- $A_{\max}$ : Atraso máximo;
- $u_i$ : Variável auxiliar para eliminação de sub-rotas.

### Função Objetivo

$$\min A_{\max} \quad (\text{minimizar o atraso máximo})$$

### Restrições

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^n x_{ij} &= 1, & \forall j \in \{1, \dots, n+1\}, \quad i \neq j \\ \sum_{j=1}^{n+1} x_{ij} &= 1, & \forall i \in \{0, \dots, n\}, \quad i \neq j \\ u_i - u_j + nx_{ij} &\leq n - 1, & \forall i \in \{0, \dots, n\}, \quad j \in \{1, \dots, n+1\}, \quad i \neq j \\ t_j &\geq t_i + d_{ij} - M(1 - x_{ij}), & \forall i \in \{0, \dots, n\}, \quad j \in \{1, \dots, n+1\}, \quad i \neq j \\ A_i &\geq t_i - l_i, & \forall i \in \{1, \dots, n\} \\ A_{\max} &\geq A_i, & \forall i \in \{1, \dots, n\} \end{aligned}$$

### Domínios

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad t_i \geq 0, \quad A_i \geq 0, \quad 1 \leq u_i \leq n, \quad A_{\max} \geq 0$$