

Matematyka dyskretna (L)

Katarzyna Paluch

Instytut Informatyki, Uniwersytet Wrocławski

2020

Profesor Ksawery Ksenofiliński chciałby wysłać po widokówce do każdego z 7 swoich przyjaciół. Na ile sposobów może to zrobić, jeśli widokówek na ulicznym straganie jest 13 rodzajów?

Profesor Ksawery Ksenofiliński chciałby wysłać po widokówce do każdego z 7 swoich przyjaciół. Na ile sposobów może to zrobić, jeśli widokówek na ulicznym straganie jest 13 rodzajów?

13^7

Liczba wariacji z powtórzeniami

Niech A i B będą skończonymi zbiorami o odpowiednio m i n elementach. Wówczas liczba funkcji ze zbioru A w B wynosi n^m .

Innymi słowy: $|\{f : A \rightarrow B\}| = n^m$.

Liczba wariacji z powtórzeniami

Niech A i B będą skończonymi zbiorami o odpowiednio m i n elementach. Wówczas liczba funkcji ze zbioru A w B wynosi n^m .

Innymi słowy: $|\{f : A \rightarrow B\}| = n^m$.

Dowód 1: przez indukcję.

Dowód 2: pokazujemy równoliczność zbiorów: (i) $\{f : A \rightarrow B\}$ oraz (ii) iloczynu kartezjańskiego $B \times B \times \dots \times B$.

Wariacje bez powtórzeń

Profesor Ksawery Ksenofiliński chciałby wysłać po widokówce do każdego z 7 swoich przyjaciół. Na ile sposobów może to zrobić, jeśli widokówek na ulicznym straganie jest 13 rodzajów, ale straganiarz wyprzedał prawie wszystkie widokówki i **z każdego rodzaju została tylko jedna ?**

Wariacje bez powtórzeń

Profesor Ksawery Ksenofiliński chciałby wysłać po widokówce do każdego z 7 swoich przyjaciół. Na ile sposobów może to zrobić, jeśli widokówek na ulicznym straganie jest 13 rodzajów, ale straganiarz wyprzedał prawie wszystkie widokówki i **z każdego rodzaju została tylko jedna ?**

$$13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot \dots \cdot 7$$

Liczba wariacji bez powtórzeń

Niech A i B będą skończonymi zbiorami o odpowiednio m i n elementach. Wówczas liczba funkcji *różnowartościowych* ze zbioru A w B wynosi

$$n(n-1)\dots(n-m+1) = \frac{n!}{(n-m)!}.$$

Niech A będzie skończonym zbiorem o n elementach - $|A| = n$.

Ile podzbiorów ma A ?

$$|\{B : B \subseteq A\}| = ???$$

Liczba podzbiorów

Niech A będzie skończonym zbiorem o n elementach. Wtedy
 $|\{B : B \subseteq A\}| = 2^n$.

Dowód 1: przez indukcję.

Dowód 2:

Liczba podzbiorów

Niech A będzie skończonym zbiorem o n elementach. Wtedy
 $|\{B : B \subseteq A\}| = 2^n$.

Dowód 1: przez indukcję.

Dowód 2: przez pokazanie równoliczności zbiorów: $\{B : B \subseteq A\}$ i $\{f : A \rightarrow \{0, 1\}\}$.

Para podzbiorów

Niech U będzie zbiorem n -elementowym. Na ile sposobów możemy wybrać dwa jego podzbiory A i B takie, że $A \subseteq B$?

$$|\{(A, B) : A \subseteq B \subseteq U\}| = ???$$

Para podzbiorów

Niech U będzie zbiorem n -elementowym. Na ile sposobów możemy wybrać dwa jego podzbiory A i B takie, że $A \subseteq B$?

$$|\{(A, B) : A \subseteq B \subseteq U\}| = |\{f : U \rightarrow \{0, 1, 2\}\}| = 3^n$$

Niech U będzie zbiorem n -elementowym. Na ile sposobów możemy ustawić w rząd jego elementy?

Niech U będzie zbiorem n -elementowym. Na ile sposobów możemy ustawić w rząd jego elementy?

Na tyle, ile jest funkcji różnowartościowych $f : U \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$.

$$|\{f : U \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}, 1-1\}| = \frac{n!}{(n-n)!} = n!.$$

Niech $x \in R$ i $n \in Z$.

$\lfloor x \rfloor = n \Leftrightarrow n \leq x < n + 1$ podłoga z x

$\lceil x \rceil = n \Leftrightarrow n - 1 < x \leq n$ sufit z x

$\{x\} = x - \lfloor x \rfloor$ część ułamkowa x

Niech $x \in R$ i $n \in Z$.

$$\lfloor x + n \rfloor = n + \lfloor x \rfloor, \text{ bo}$$

$$\lfloor x \rfloor + n \leq x + n < \lfloor x \rfloor + n + 1$$

$$\lceil x + n \rceil = n + \lceil x \rceil$$

Niech $x \in R$ i $n \in Z$.

Czy zachodzi: $\lfloor nx \rfloor = n \lfloor x \rfloor$?

Jak zamienić podłogę na sufit?

Niech $x \in R$ i $n \in Z$.

Czy zachodzi: $\lfloor nx \rfloor = n \lfloor x \rfloor$?

Jak zamienić podłogę na sufit?

$$\lfloor -x \rfloor = -\lceil x \rceil$$