

LISTA 2. PRAWDOPODOBIEŃSTWO WARUNKOWE I NIEZALEŻNOŚĆ

1. Rzucamy 3 kostkami. Jakie jest prawdopodobieństwo, że na żadnej kostce nie wypadnie szóstka, jeżeli na każdej kostce wypadła inna liczba oczek?
2. Z talii 8 kart - czterech króli i czterech asów - wybieramy losowo dwie karty. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wybrano 2 króle, jeżeli wiemy, że
 - (a) wybrano co najmniej jednego króla,
 - (b) wśród wybranych kart jest jeden król czarny,
 - (c) wśród wybranych kart jest król pik.
3. Z talii 32 kart wybieramy 5 kart. Niech
 - A - zdarzenie polegające na wyciągnięciu dokładnie 3 króli,
 - B - zdarzenie polegające na wyciągnięciu co najmniej jednego króla,
 - C - zdarzenie polegające na wyciągnięciu króla czarnego,
 - D - zdarzenie polegające na wyciągnięciu króla pik.Oblicz $\mathbb{P}(A|B)$, $\mathbb{P}(A|C)$ i $\mathbb{P}(A|D)$.
4. **(Dylemat więźnia)** Naczelnik więzienia postanowił uwolnić jednego z trzech więźniów, o czym się dowiedzieli zainteresowani, ale nie dowiedzieli się, który z nich będzie wolny. Więzień A ma wśród strażników znajomego, który to wie. Chce go zapytać, ale krępuję się pytać o siebie. Pyta więc o imię jednego z więźniów (różnego od niego), który ma pozostać w więzieniu. Przed zadaniem pytania ocenia, że każdy z nich ma szanse wyjścia równą $1/3$. Myśli, że jeśli strażnik powie na przykład, że zostaje B , to jego szanse rosną do $1/2$ (bo zostanie uwolniony A lub C). Czy ma rację?
5. W pierwszej urnie są 3 kule białe i 2 czarne. W drugiej urnie są 4 kule czarne i 1 biała. Rzucamy kostką. Jeżeli wypadnie mniej niż 5 oczek, to losujemy kulę z pierwszej urny. Jeżeli zaś wypadnie 5 lub 6 oczek, to losujemy kulę z drugiej urny. Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej?
6. W urnie są trzy kule białe i dwie czarne. Wyciągnięto jedną kulę bez oglądania i ją wyrzucono, a potem wylosowano drugą kulę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że za drugim razem wyciągnięto kulę białą?
7. Wśród 65 monet jest jedna z dwoma orłami. Wylosowano monetę a następnie wykonano nią 6 rzutów i za każdym razem wypadł orzeł. Jakie jest prawdopodobieństwo, że była to moneta z dwoma orłami?
8. W komodach A , B i C są po dwie szuflady. W każdej szufladzie jest jedna moneta, przy czym w komodzie A są monety złote, w C - srebrne, a w B jest jedna złota i jedna srebrna. Wylosowano komode, następnie szufladę i znaleziono tam monetę złotą. Jaka jest szansa, że w drugiej szufladzie jest też moneta złota?
9. Sprawdź, że wylosowanie z talii 52 kart asa i wylosowanie karty czerwonej (kara lub kiera) są zdarzeniami niezależnymi.
10. Uzasadnij, że jeżeli zdarzenia A i B są niezależne, to niezależne są także zdarzenia A^c i B . Czy niezależne są wtedy także zdarzenia A^c i B^c ?
11. Tenista musi wygrać dwa mecze pod rząd z trzech. Ma dwie możliwości. Może grać z lepszym - słabszym - lepszym lub słabszym - lepszym - słabszym przeciwnikiem. Który wybór daje większe szanse, jeżeli wyniki kolejnych meczów są niezależne?