

$$\sum_{i \in N} (6-i) t_i \geq 12, \quad t_i := \text{liczba wierzchołków stopnia } i$$

a)

$$6 \sum_{i \in N} t_i - \sum_{i \in N} i \cdot t_i$$

$|V| = n$   
 Suma wszystkich stopni w grafie. Z lematu o uściskach dionii dostajemy:  
 $2|E| = 2k$

$$6n - 2k \geq 12$$

$$k \leq 3n - 6$$

wiemy z wyk.

b) Założmy nie wprost, że graf ma mniej niż 3 wierzchołki o stopniach niewiększych niż 5.

$$\sum_{i \in N} (6-i) t_i = \sum_{i=1}^5 (6-i) t_i + \sum_{i=6} (6-i) t_i$$

max 2 wierzchołki  
 nie może być 0, bo 6 jest spójny

Szacujemy z góry

$$\sum_{i=6} (6-i) t_i \leq 10 + 0 \neq 12$$

Sprzeczność ⚡