

$$\Omega = \{a, b, c\}$$

σ -cielo \mathcal{F} spełnia warunki:

$$1) \Omega \in \mathcal{F}$$

$$2) A \in \mathcal{F} \Rightarrow A^c \in \mathcal{F}$$

$$3) A_n \in \mathcal{F} \Rightarrow \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \in \mathcal{F}$$

a)

$$\mathcal{F}_1 = \{\emptyset, \Omega\}$$

$$\mathcal{F}_2 = \{\emptyset, \{a\}, \{b, c\}, \Omega\}$$

$$\mathcal{F}_3 = \{\emptyset, \{b\}, \{a, c\}, \Omega\}$$

$$\mathcal{F}_4 = \{\emptyset, \{c\}, \{b, a\}, \Omega\}$$

b)

Rozważmy σ -cielo \mathcal{F}_2

$$X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$$

$$X(\omega) := 0$$

$$X^{-1}(B) = \begin{cases} \Omega, & 0 \in B \\ \emptyset, & 0 \notin B \end{cases}$$

\nearrow
X jest zmienną losową
ponieważ $\emptyset, \Omega \in \mathcal{F}_2$

$$Y: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$$

$$Y(\omega) := \begin{cases} a, & 0 \\ b, & 0 \\ c, & 1 \end{cases}$$

$$Y^{-1}(\{0\}) = \{a, b\} \notin \mathcal{F}_2$$

\nearrow
Y nie jest zmienną losową