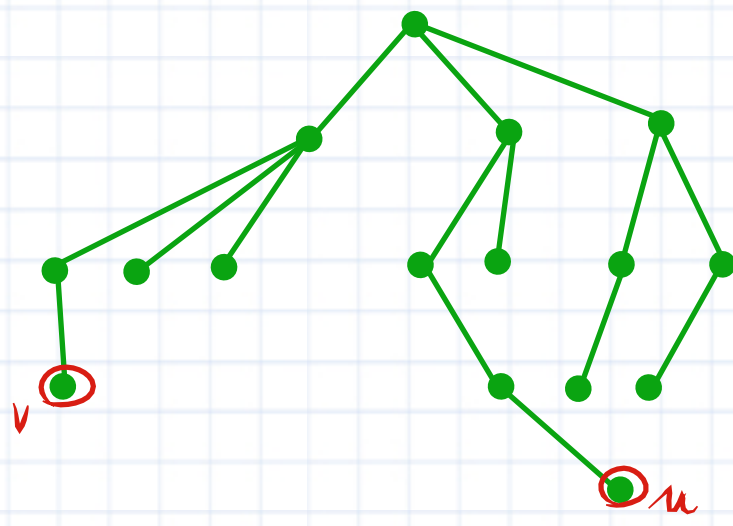
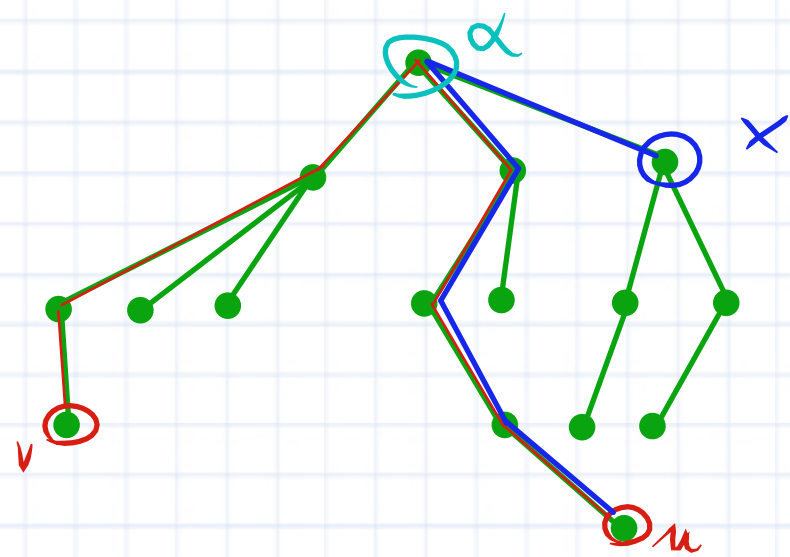


Weźmy dwa najbardziej oddalone od siebie wierzchołki, nazwijmy je  $v$  i  $u$  (na pewno są one liśćmi, bo gdyby tak nie było to ścieżkę można by wydłużyć o kolejny wierzchołek)



Wybieramy dowolny wierzchołek  $x$  jako wierzchołek startowy algorytmu (przypuszczalnie nie wiemy, gdzie jest korzeń drzewa) i odpalamy DFS-a, który zwraca nam najdalszy liść od  $v$  (gdyby to nie był liść to DFS poszedł by do kolejnego wierzchołka, gdyby to nie był najdalszy to w grafie musiałby być cykl)



$d(a, b) :=$  odległość  $a$  do  $b$

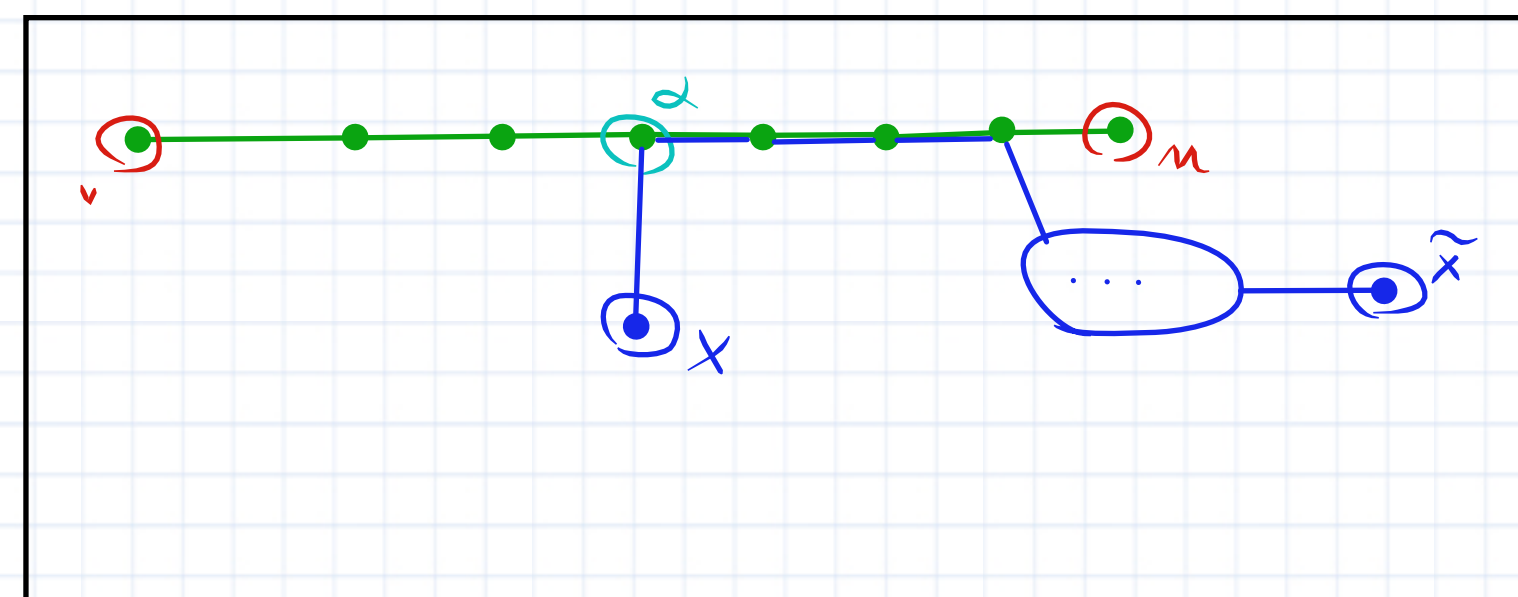
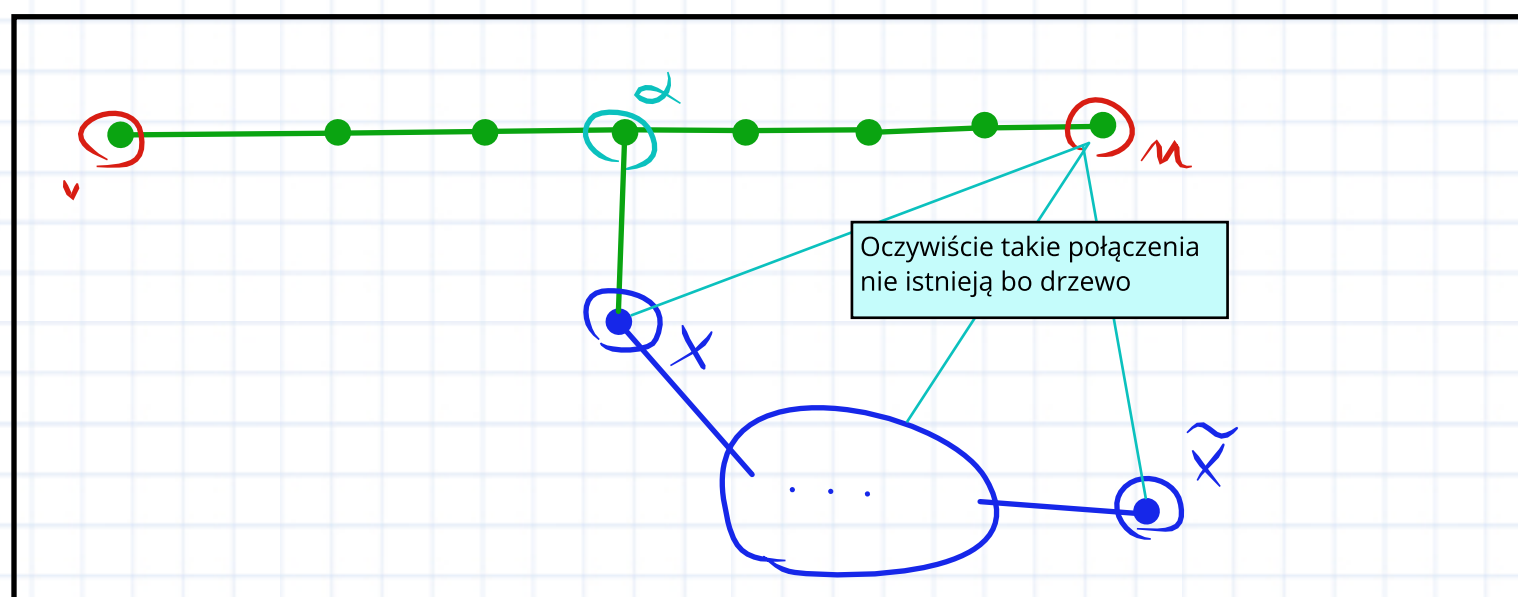
$$d(v, u) = d(v, \alpha) + d(\alpha, u)$$

$$d(x, u) = d(x, \alpha) + d(\alpha, u)$$

$$d(x, v) = d(x, \alpha) + d(\alpha, v)$$

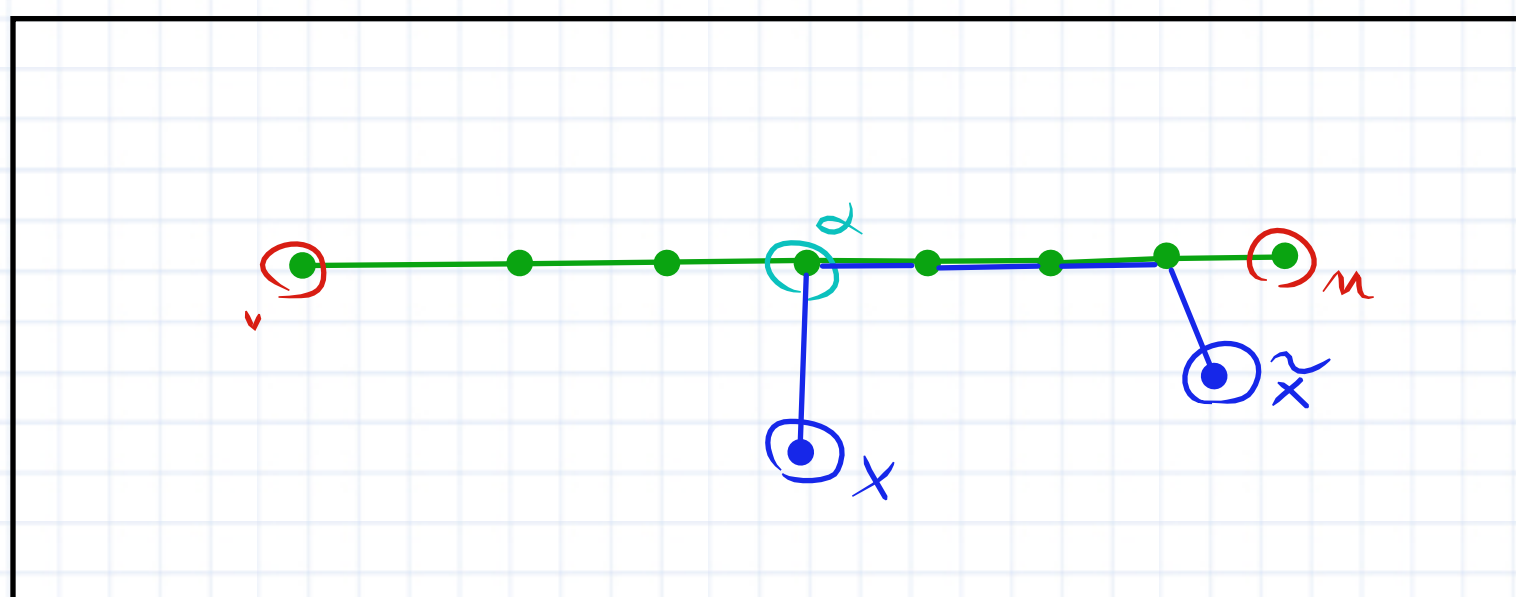
Wykażemy, że istnieje  $\tilde{x}$  taki, że  $d(x, \tilde{x}) > \max(d(x, u), d(x, v))$

Przypadki:



to by znaczyło, że możemy wziąć ścieżkę o długości

$$d(x, \tilde{x}) + \max(d(x, u), d(x, v)) > d(v, u) \quad \text{⚡}$$



Nieważne -  $\tilde{x}$  jest po prostu nowym  $u$ ,  
to graf ma więcej niż jedną parę  
najbardziej oddalonych wierzchołków

Teraz wystarczy odpalić DFS-a dla tego liścia i znajdziemy liść od niego najbardziej oddalony, który razem z nim stanowi parę dwóch najbardziej oddalonych wierzchołków.