

Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

Lista zadań nr 11. w maju 2021

1. Dane zawierają dzienną liczbę ogłoszeń w gazetach A, B oraz C. Testujemy hipotezę: **średnia liczba ogłoszeń w trzech gazetach jest taka sama**.
2. Dane: dzienna liczba zgłoszeń w czterech działach (A, B, C, D) firmy. Testowana hipoteza: **liczba zgłoszeń jest średnio taka sama we wszystkich oddziałach**.
3. W czterech punktach obserwacyjnych notujemy liczbę wstrząsów. Testujemy hipotezę: **punkty położone są w obrębie tej samej struktury geologicznej**.
4. Dane: wytrzymałość trzech rodzajów opon pochodzących od pięciu producentów. Testowane hipotezy: **średnia wytrzymałość opony jest niezależna od producenta oraz różne rodzaje opon mają różną wytrzymałość**.

ZADANIA 5–8. Zmienna $Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix}$ ma rozkład $N(\mu, \Sigma)$, gdzie $\mu = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ oraz $\Sigma = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 9 \end{bmatrix}$. Niech $U = \frac{1}{2\sqrt{15}}(-3Y_1 + 2Y_2)$ oraz $V = \frac{1}{2\sqrt{21}}(3Y_1 + 2Y_2 - 12)$.

5. (2 p.) Wykazać, że $Z_1 = U^2 + V^2$. Z_1 jak w zadaniu 8.
 6. Sprawdzić, że U, V są niezależne.
 7. Sprawdzić, że $U, V \sim N(0, 1)$.
 8. Jaki jest rozkład zmiennej $Z_1 = (Y - \mu)^T \Sigma^{-1} (Y - \mu)$?
 9. Dla danych z pliku `rp11-09.csv`
 - (a) wyznaczyć przedział ufności dla wartości średniej,
 - (b) obliczyć wartość p $H_0: \mu = 2840$, następnie $H_0: \mu = 2850$ i w końcu $H_0: \mu = 2875$.
-
10. (E3) Dane: czynnik A – normalny (1) lub podwyższony poziom cukru (2); czynnik B – waga normalna (1) lub powyżej normy (2). Mierzmy ciśnienie. **czy istnieje związek między poziomem cukru a ciśnieniem, czy istnieje związek między wagą a ciśnieniem oraz czy istnieje interakcja wagi z poziomem cukru?**
 11. (E2) Czynnik A to nośnik reklamy, czynnik B to główny temat reklamy, dane to procent pozytywnych reakcji na reklamę. **Jaki jest związek między nośnikiem reklamy a skutecznością reklamy, który typ reklamy jest najskuteczniejszy oraz czy istnieje związek między tematem reklamy a jej nośnikiem?**
 12. (E2) Dane (w kolumnach) przedstawiają pomiar wagi przed i po okresie stosowania określonej diety dla 16 osób. Testujemy hipotezę: **dieta ma wpływ na wagę**.
 13. (E2) 10 poletek doświadczalnych podzielono na dwie części, w jednej z nich przeprowadzono dodatkowe czynności **agrotechniczne**. W wierszu znajduje się wydajność części poddanej dodatkowym zabiegom i części poletki uprawianej tradycyjnie. Testujemy hipotezę: **dodatkowy czynnik ma wpływ na wydajność uprawy**, tzn. podać postać hipotezy zerowej i podać wartość p .
 14. (E1) Niezależne obserwacje $x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_k$ pochodzą z rozkładu $N(\mu, \sigma^2)$. Znaleźć rozkład zmiennej Z :

$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sigma \sqrt{\frac{n+k}{nk}}}.$$