

G - spójny acykliczny $\Leftrightarrow \forall_{u,v}$ istnieje jedyna ścieżka

(\Rightarrow) G jest spójny, więc istnieje ścieżka $u \rightarrow v$


Załóżmy, że istnieją dwie

$$(v = v_0, v_1, \dots, v_m = u)$$

$$(v = u_0, u_1, \dots, u_k = u)$$

$$\text{Niech } i = \min \{m : u_m \neq v_m\},$$

$$j = \min \{m : m > i \wedge \exists k \geq i \ u_m = v_k\}$$

Wtedy $(u_{i-1}, u_i, u_{i+1}, \dots, u_j, v_i, v_{i-1}, \dots, v_i, v_{i-1})$ jest cyklem 

(\Leftarrow) istnieje ścieżka \Rightarrow spójny

jedyna ścieżka \Rightarrow acykliczny

bo inaczej jeśli v_1, v_2, \dots, v_m to cykl ($v_1 = v_m$)

to między v_1 i v_2 są dwie drogi:

$$(v_1, v_2) \text{ oraz } (v_1, v_{m-1}, v_m, \dots, v_2)$$