

Twierdzenie Ore'a

$$(|V| \geq 3 \wedge \forall_{u,v \in V} \{u,v\} \notin E \Rightarrow \deg(v) + \deg(u) \geq |V|) \Rightarrow \text{cykl Hamiltona}$$

Sprawdzimy poprzednik tej implikacji

$$\bullet |V| = 2n \wedge n \geq 2 \Rightarrow |V| \geq 3 \quad \checkmark$$

$$\bullet \forall_{v \in V} \deg(v) \geq n \Rightarrow \forall_{u,v \in V} \{u,v\} \notin E \Rightarrow \deg(v) + \deg(u) \geq 2n \geq |V| \quad \checkmark$$

jeśli nie ma wspólnych krawędzi to można liczyć wszystkich sąsiadów

Czyli mamy cykl Hamiltona.

Wyróżnimy wierzchołek (uczenie) v_1 .

Wychodząc z v_1 możemy obejść cykl na dwa sposoby.

$$P_1 = v_1 \rightarrow v_2 \rightarrow v_3 \rightarrow \dots \rightarrow v_{2n-1} \rightarrow v_{2n}$$

$$P_2 = v_1 \rightarrow v_{2n} \rightarrow v_{2n-1} \rightarrow \dots \rightarrow v_3 \rightarrow v_2$$

Obie ścieżki są perzyste, zatem wierzchołki można łączyć w pary (wg. ich kolejności występowania):

$$\text{pary}(P_1) = \{ (v_1, v_2), (v_3, v_4), \dots, (v_{2n-1}, v_{2n}) \} \leftarrow \text{Zawki}$$

$$\text{pary}(P_2) = \{ (v_1, v_{2n}), (v_{2n-1}, v_{2n-2}), \dots, (v_3, v_2) \}$$