26

$\{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ – węzły interpolacji

$\{y_0, y_1, \dots, y_n\}$ – wartości

$$\lambda_i(x) := \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} \left(\frac{x - x_j}{x_i - x_j} \right)$$

$$w_n(x) = y_0 \lambda_0 + y_1 \lambda_1 + \dots + y_n \lambda_n$$

$$\exists_{w_n} : \left(w_n(x_i) = y_i \wedge w_n(x) \in \Pi_n \right)$$

$$\left.\begin{aligned} \lambda_i(x_i) &= \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} \left(\frac{x_i - x_j}{x_i - x_j} \right) = 1 \\ \lambda_i(x_k) &= \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} \left(\frac{x_k - x_j}{x_i - x_j} \right) = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow w_n(x_i) = \underbrace{\dots}_{0} + \underbrace{y_i \lambda_i}_{= y_i} + \underbrace{\dots}_{0} = y_i$$

Któreś j = k, co zeruje licznik

$\left(\begin{matrix} k \neq i \\ k \in \{0, \dots, n\} \end{matrix} \right)$

$$w_n(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} \left(\frac{x - x_j}{x_i - x_j} \right) \in \Pi_n$$

n mnożeń wyrazów $(x - x_j)$ *daje wielomian n – tego stopnia*

Jednoznaczność

Weźmy dwa różne wielomiany

$w(x), m(x) \in \Pi_n$

$r(x) := w(x) - m(x) \overset{*}{\in} \Pi_n$

$w(x_k) = y_k = m(x_k) \qquad (k = 0, 1, 2, \dots, n)$

Wtedy $r(x_k) = 0$, mamy $n+1$ x_k

Czyli $r(x)$ ma $n+1$ miejsc zerowych

Sprzeczność z * ↯