

Lista nr 4 z matematyki dyskretnej

1. Oblicz dwie ostatnie cyfry w rozwinięciu dziesiętnym liczby 71^{71} .

2. Rozwiąż układ kongruencji:

$$\begin{cases} x \equiv 2 \pmod{5} \\ x \equiv 3 \pmod{7} \\ x \equiv 4 \pmod{13} \end{cases}$$

3. Wykaż, że jeśli $2^n - 1$ jest liczbą pierwszą, to n jest liczbą pierwszą.

4. Wykaż, że jeśli $a^n - 1$ jest liczbą pierwszą, to $a = 2$.

5. Wykaż, że jeśli $2^n + 1$ jest liczbą pierwszą, to n jest potęgą liczby 2.

6. (-) Określ liczbę podzielną przez 7, która leży najbliżej liczby 10^{100000} .

7. Podaj dwie ostatnie cyfry liczby $9^{8^{7^{6^{5^{4^{3^{2^1}}}}}}}$ w rozwinięciu dziesiętnym.

8. Wykaż, że dwie kolejne liczby Fibonacciego są względnie pierwsze.
Wskazówka: Skorzystaj z algorytmu Euklidesa.

9. Udowodnij lub obal następujące stwierdzenie:

Liczba naturalna a , której zapis w systemie dziesiętnym to $a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0$ dzieli się przez 11 wtw gdy liczba $\sum_{i=1}^{\lceil n/2 \rceil} a_{2i-1} - \sum_{i=0}^{\lfloor n/2 \rfloor} a_{2i}$ jest podzielna przez 11.

10. Z szachownicy 8×8 wyjmujemy jedno pole białe i jedno czarne. Czy w każdym wypadku pozostałą część szachownicy można pokryć kostkami domina?

11. Każdy punkt płaszczyzny pomalowano na jeden z dwóch kolorów: pi-stacjowy lub morelowy. Pokaż, że na tej płaszczyźnie istnieje prostokąt o wierzchołkach takiego samego koloru.