gęstości brzegowe

X, Y są niezależne $\Rightarrow f(x,y) = f_X(x)\, f_Y(y)$

$$Cov(X,Y) = E\left[(X - E(X)) \cdot (Y - E(Y))\right] = \iint_{\mathbb{R}^2} f(x,y)\,(x - E(X))(y - E(Y))\,dy\,dx$$

dla przypadku ciągłego

$$\iint_{\mathbb{R}^2} f(x,y)\,(x - E(X))(y - E(Y))\,dy\,dx = \iint_{\mathbb{R}^2} f_X(x)\, f_Y(y)\,(x - E(X))(y - E(Y))\,dy\,dx =$$

$$\int_{\mathbb{R}} f_X(x)\,(x - E(X))\,dx \cdot \int_{\mathbb{R}} f_Y(y)\,(y - E(Y))\,dy = \left(\underbrace{\int_{\mathbb{R}} f_X(x)\,x\,dx}_{EX} - E(X)\int_{\mathbb{R}} f_X(x)\,dx\right)\left(\underbrace{\int_{\mathbb{R}} f_Y(y)\,y\,dy}_{EY} - E(Y)\int_{\mathbb{R}} f_Y(y)\,dy\right) =$$

$$\left(EX - EX \cdot 1\right)\left(EY - EY \cdot 1\right) = 0$$