

LISTA 3. ZMIENNE LOSOWE, ROZKŁADY DYSKRETNE I ABSOLUTNIE CIĄGŁE

1. Losujemy jedną liczbę ze zbioru $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Przyjmujemy, że wylosowanie każdej z liczb jest jednakowo prawdopodobne. Niech X oznacza resztę z dzielenia wylosowanej liczby przez 3. Opisz rozkład zmiennej X i narysuj jej dystrybuantę.
2. Rzucamy 2 razy kostką do gry. Niech X oznacza większą z wylosowanych liczb oczek. Opisz rozkład zmiennej X i narysuj jej dystrybuantę.
3. Zmienna losowa X ma rozkład dyskretny zadany tabelką

| | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|
| x_n | 1 | 3 | 6 | 8 |
| p_n | 0,1 | 0,3 | 0,1 | p |

Wyznacz wartość p . Narysuj dystrybuantę zmiennej X , oblicz $\mathbb{P}(X > 3)$ oraz $\mathbb{P}(X \geq 3)$.

4. Zmienna X ma rozkład dyskretny

$$\mathbb{P}(X = n) = \frac{c}{4^n}, \quad n = 1, 2, \dots,$$

dla pewnej stałej $c > 0$. Wyznacz wartość c , a następnie oblicz $\mathbb{P}(X > 3)$.

5. Rzucono 10 razy kostką. Niech X oznacza liczbę wyrzuconych szóstek, zaś Y liczbę wyrzuconych piątek. Oblicz $\mathbb{P}(X \geq 1)$ oraz $\mathbb{P}(Y = 3)$.
6. Na pewnej uczelni prawdopodobieństwo zaliczenia pewnego kursu przez studenta wynosi $p = 1/10$. Niech X oznacza liczbę pozytywnych ocen uzyskanych w grupie 60 studentów uczęszczających na ten kurs (zakładamy, że wyniki z kursu dla poszczególnych studentów są niezależne). Opisz rozkład zmiennej X i oblicz $\mathbb{P}(X > 30)$. Jaki wynik dostaniemy korzystając z przybliżenia rozkładem Poissona?

7. Zmienna X ma rozkład ciągły z gęstością

$$f(x) = c \cdot x^3 e^{-x^4}, \quad x \geq 0$$

oraz $f(x) = 0$ dla $x < 0$. Oblicz wartość stałej c i wyznacz dystrybuantę zmiennej X . Oblicz $\mathbb{P}(2 < X < 4)$.

8. Zmienna X ma dystrybuantę zadaną wzorem

$$F_X(t) = \frac{1}{\pi} \arctan(t) + \frac{1}{2}.$$

Wyznacz gęstość zmiennej X i oblicz $\mathbb{P}(-1/2 < X < 2)$.

9. Zmienna losowa X ma rozkład normalny $N(0, \sigma^2)$. Oznaczmy przez f_X jego gęstość. Oblicz

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^3 f_X(x) dx.$$

10. Zmienna losowa X ma rozkład wykładniczy $Exp(\lambda)$. Wyznacz jej dystrybuantę i narysuj ją.
11. Zmienna losowa X ma rozkład jednostajny $U[a, b]$. Wyznacz jej dystrybuantę i narysuj ją.