Z 5

$$\forall_d \left(\sum_{i=1}^{n} d_i = 2(n-1) \iff \text{istnieje drzewo o wierzchołkach } d \right)$$

$\Leftarrow$) Drzewa mają $n-1$ krawędzi

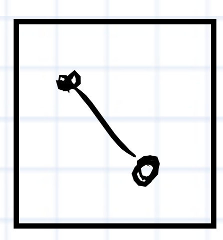
$$2|E| = \sum_{v \in V} \deg(v) \Rightarrow 2(n-1) = \sum_{i=1}^{n} d_i$$

$\Rightarrow$) Indukcja

- Baza ($n=2$):

  $d_1, d_2 > 0$

  $d_1 = d_2 = 1$



- Krok

$$\left(\begin{array}{l} \text{Zał: } \forall_d \left(\sum_{i=1}^{n} d_i = 2(n-1) \right) \Rightarrow \text{istnieje drzewo o wierzchołkach } d \\ \text{Cel: } \forall_d \left(\sum_{i=1}^{n+1} d_i = 2n \right) \Rightarrow \text{istnieje drzewo o wierzchołkach } d \end{array} \right)$$

$(d_1, \dots, d_{n-1}, d_n, d_{n+1})$, $d_i \geq 1$

Obserwacja:

$\exists d_k : d_k = 1$

Gdyby tak nie było ($\forall_i\ d_i \geq 2$)

$$\sum_{i=1}^{n+1} d_i \geq 2(n+1) > 2n \ \lightning$$

Załóżmy (bez straty ogólności)

$d_1 \geq 2$

$d_{n+1} = 1$

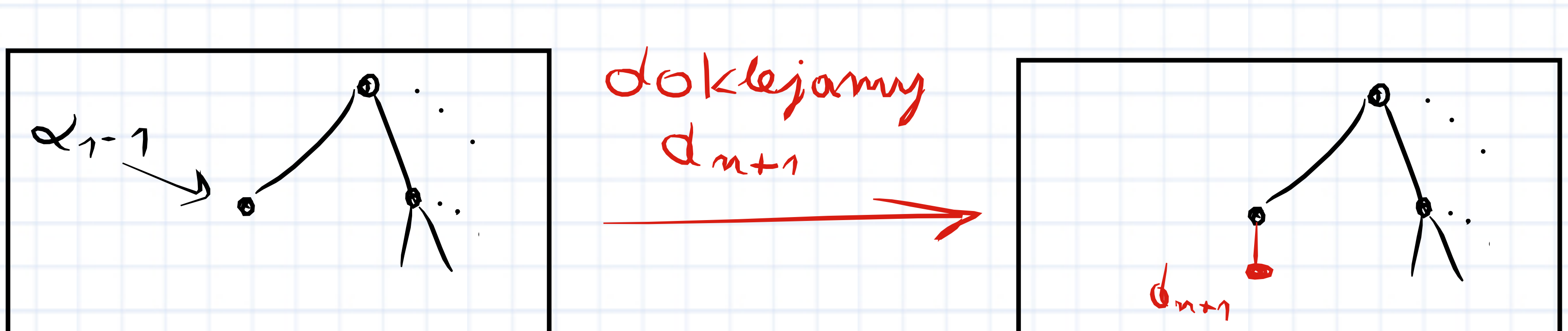
$(d_1, \dots, d_{n-1}, d_n, d_{n+1})$ sumuje się do $2n$

odejmujemy jeden i wyrzucamy ostatni element

wtedy $(d_1 - 1, \dots, d_{n-1}, d_n)$ sumuje się do $2(n-1)$,

zatem z założenia indukcyjnego

$(d_1 - 1, \dots, d_{n-1}, d_n)$ to stopnie wierzchołków drzewa



Otrzymane drzewo ma wierzchołki o stopniach

$(d_1, \dots, d_{n-1}, d_n, d_{n+1})$