

LISTA 4. PARAMETRY ROZKŁADÓW ZMIENNYCH LOSOWYCH

1. Oblicz drugi moment rozkładu Bernoulliego $B(n, p)$ i korzystając z otrzymanego wyniku oraz wzoru na wartość oczekiwaną wyprowadzonego na wykładzie wyznacz wariancję tego rozkładu.
2. Korzystając z definicji i własności funkcji gamma podanych na wykładzie wyznacz $\mathbb{E}X^n$ dla $n = 1, 2, 3, \dots$, gdzie X ma rozkład wykładniczy z parametrem $\lambda > 0$.
3. Niech X ma rozkład jednostajny na $[a, b]$. Wyznacz wartość oczekiwaną oraz wariancję X . Dla jakich a i b wartość oczekiwana zmiennej X się zeruje?
4. Niech X ma rozkład normalny $N(0, 1)$. Uzasadnij, że dla dowolnego nieparzystego n zachodzi $\mathbb{E}X^n = 0$.
5. Zmienna losowa X jest absolutnie ciągła z gęstością

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1+x^2}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Uzasadnij, że $\mathbb{E}X$ nie istnieje.

6. Wyznacz medianę rozkładu normalnego $N(0, 1)$.
7. Obwód prostokąta jest równy 20, a jeden z boków jest zmienną losową X o rozkładzie jednostajnym na przedziale $[1, 10]$. Znajdź wartość oczekiwaną pola prostokąta.
8. Korzystając z definicji uzasadnij, że dla dowolnych stałych $a, b \in \mathbb{R}$ zachodzi

$$\text{Var}(aX + b) = a^2 \text{Var}X.$$

9. Oblicz wartość oczekiwaną rozkładu Poissona z parametrem $\lambda > 0$.