27

a)

Kolejne wyrazy szeregu

Przypadki (dowolne składniki)

	0	1	2	3	4	5	6	...	
1	1	1	1	1	1	1	1	...	$\rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} x^n$
2	1	0	1	0	1	0	1	...	$\rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} x^{2n}$
3	1	0	0	1	0	0	1	...	$\rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} x^{3n}$
...									

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n \cdot \sum_{n=0}^{\infty} x^{2n} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} x^{3n} \cdot \ldots \cdot \sum_{n=0}^{\infty} x^{n^2} \cdot \ldots =$$

$$\prod_{i=1}^{\infty} \left(\sum_{n=0}^{\infty} x^{in} \right) = \boxed{\prod_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1-x^i} \right)}$$

b)

(nieparzyste i różne)

	0	1	2	3	4	5	6	...	
1	1	1	0	0	0	0	0		$\rightarrow 1 + x^1$
3	1	0	0	1	0	0	0		$\rightarrow 1 + x^3$
5	1	0	0	0	0	1	0		$\rightarrow 1 + x^5$
...									

$$\boxed{\prod_{i=1}^{\infty} \left(1 + x^{2i-1} \right)}$$

c)

(dowolne składniki mniejsze od m)

	0	1	2	3	4	5	6	...	
1	1	1	1	1	1	1	1		$\rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} x^n$
2	1	0	1	0	1	0	1		$\rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} x^{2n}$
3	1	0	0	1	0	0	1		$\rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} x^{3n}$
...									
m-1	1	0	0	0	0	0	0	...	$\rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} x^{(m-1)n}$

Tak samo jak w a), ale do m-1

$$\boxed{\prod_{i=1}^{m-1} \left(\frac{1}{1-x^i} \right)}$$

d)

(potęgi dwójki)

	0	1	2	3	4	5	6	...	
0	1	1	0	0	0	0	0		$\rightarrow 1 + x^1$
1	1	0	1	0	0	0	0		$\rightarrow 1 + x^2$
2	1	0	0	0	1	0	0		$\rightarrow 1 + x^4$
...									$\vdots$
									$\rightarrow 1 + x^{2^n}$

$$\boxed{\prod_{i=0}^{\infty} \left(1 + x^{2^i} \right)}$$

Created with IDroo.com