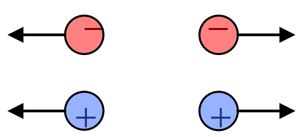
UNIDAD 2

ELECTRICIDAD - cargas eléctricas

Desde la antigüedad se conoce que ciertos materiales tienen la propiedad de atraer determinados cuepos pequeños y ligeros, cuando se los frota con un paño; es el caso del ámbar o el vidrio que al ser frotados con un paño de lana o seda, atraen pequeños pedazos de papel. De éstas experiencias surgió la palabra "electricidad", del griego elektrón / ámbar.
Al estudiar éstos fenómenos se vió que, por ejemplo, al poner en contacto pequeñas esféras de papel, con un vidrio luego de haberse frotado con un paño, se atraen o se repelen según hayan estado en contacto con el vidrio o con el paño. Al ser electrizadas, unas esféras adquieren la polaridad del vidrio (positiva), y otras la opuesta (negativa) a traves del paño.
O sea, recibieron carga eléctrica de igual valor, pero de distinto signo.

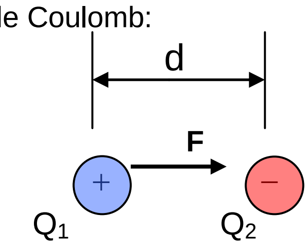
atracción.



repulsión

Las fuerzas de atracción o repulsión que aparecen al interactuar cargas quedan definidas por la ley de Coulomb:

$$F = K \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{d^2}$$

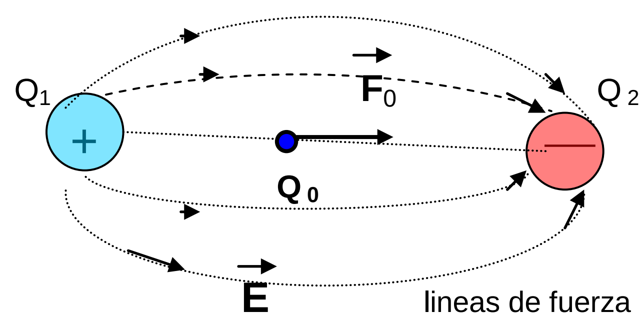


La unidad de carga eléctrica es: [Coulomb] = [cb]

El valor de la constante K depende del medio y de las unidades empleadas.
El origen de la electrización esta dada entonces, en un traslado de cargas en un material dando como resultado una carencia o un exceso de las mismas.
Una vez cargado el cuerpo con una carga Q, aparece alrededor una región del espacio llamada campo eléctrico en la que cada uno de sus puntos está asociado con una fuerza:

Campo Eléctrico

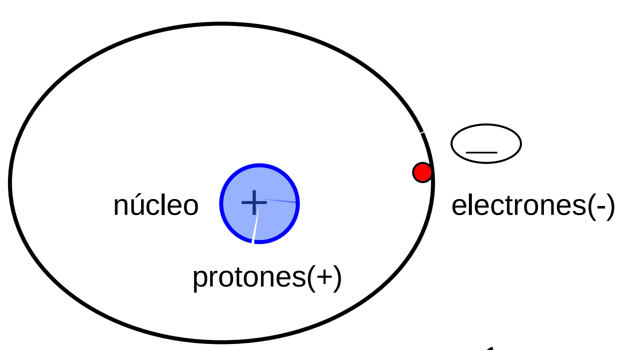
$$E = \frac{F_0}{Q_0}$$



lineas de fuerza del campo E

El campo eléctrico E es producido por Q_1 y Q_2.
Sobre la carga puntual Q_0 inmersa en el campo eléctrico aparece asociada una fuerza F_0.
Para saber que ocurre con cargas eléctricas en movimiento dentro de un campo eléctrico se verá, muy elementalmente, como está estructurada la materia.
La física teórica indica en un análisis básico, que el universo está constituido por materia y energia.
La materia se caracteriza por poseer masa, y ocupar un lugar en el espacio, por su parte la energia adopta diversas formas, y sufre continuas transformaciones.
En particular, la materia está formada por particulas elementales llamadas átomos, siendo éstos a su vez una estructura compleja que incluye diversas particulas subatómicas. De manera elemental puede representarse al átomo con un núcleo formado por protones de carga eléctrica positiva y por neutrones sin carga, y una nube de electrones de carga negativa que se mueven alrededor del núcleo.

Estructura básica del Atomo



El átomo resulta eléctricamente neutro, debido a que la cantidad de protones presentes en el núcleo es igual a la cantidad de electrones que forman la nube electrónica.
Ésta nube tiene varias capas según el átomo de que se trate, y desde el punto de vista del movimiento de cargas eléctricas, importa la última de ellas, o sea la más externa al núcleo. Esta contiene los llamados electrones de valencia, que en el caso de los materiales conductores, al desprenderse o absorverse, forman los portadores libres de carga, que son los protagonistas de la conducción eléctrica.
Por ejemplo, en los metales los electrones de valencia, llamados electrones libres, pueden moverse por el metal. Un átomo o molécula, al cual le fue extraido un electrón, se transforma en un ion positivo, y si ha ganado un electrón, en un ion negativo. Entonces, los portadores de carga pueden ser, electrones; iones positivos; ó iones negativos.
Con ésta breve introducción, podemos decir:

CONDUCCIÓN ELÉCTRICA: es un fenómeno físico que manifiesta un movimiento ordenado de cargas eléctricas. Los portadores de éstas cargas pueden ser átomos o moléculas cargadas (iones), o pueden ser electrones.
Este movimiento de cargas tiene lugar en un medio material. A continuación, vemos una descripción -breve y muy elemental- de los materiales desde el punto de vista de la conducción eléctrica:

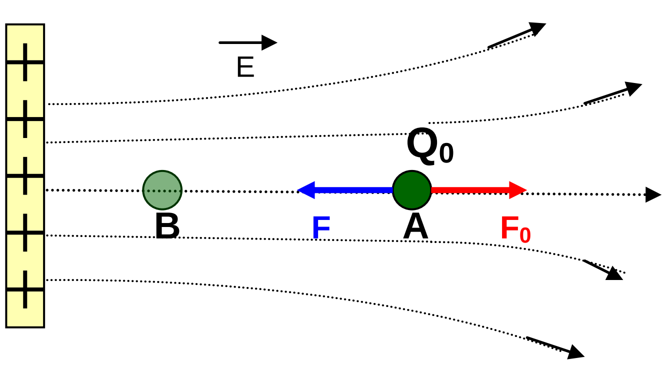
MATERIALES
- Conductores
  - electrolíticos: soluciones acuosas (iones)
  - gaseosos: gases ionizados (iones - electrones)
  - electrónicos: metales - carbón (electrones)
- Aislantes: mica, porcelana, vidrio (no tienen portadores libres)
- Semiconductores: germanio, silicio (tienen un comportamiento intermedio)

De los materiales conductores se usan en particular los metales, como cobre, aluminio, plata, a los que denominamos conductores de primera clase. En los metales, la conducción eléctrica es producida por el movimiento de electrones libres.

Potencial Eléctrico

El potencial eléctrico es una magnitud escalar que sirve para caracterizar el módulo del campo eléctrico (magnitud vectorial) en cualquier punto del mismo. Por ser un escalar, ofrece mayor facilidad tanto en la medición como en el manejo matemático.

Dada una carga de prueba Q_0 en reposo o en movimiento a velocidad constante ($\Delta W_{cinetica} = 0$), ubicada en un punto cualquiera A del campo eléctrico E:



La fuerza exterior F es de igual valor que que la fuerza eléctrica F_0 pero de signo opuesto:

$$\begin{cases} F = - F_0 \\ F_0 = Q_0 \, . \, E \end{cases}$$

Si la carga se mueve un dl la fuerza F realiza un trabajo dL:

$$dL = F \, . \, dl = - F_0 \, . \, dl = - Q_0 \, . \, E \, . \, dl$$

$$L = - Q_0 \, . \int E \, . \, dl$$

Si se trae la carga desde el infinito hasta el punto A, el trabajo realizado por F contra la fuerza ejercida sobre ella por el campo E, es igual a la energia potencial en el punto W_{pa} :

$$L_{\infty A} = W_{pA} = Q_0 \cdot \underbrace{- \int_{\infty}^{A} E \cdot dl}_{}$$

V_A : potencial eléctrico en el punto A

$$\boxed{V_A = \frac{W_{pA}}{Q_0}}$$

El potencial eléctrico en un punto queda definido como la razón entre la energia potencial de una carga de prueba y el valor de la carga.

La unidad de potencial eléctrico será:

$$[V] = \frac{[\text{Joule}]}{[\text{coulomb}]} = \text{Volt}$$

El potencial en un punto puede considerarse como la diferencia de potencial entre dicho punto, y otro punto situado en el infinito, donde suponemos que el potencial es cero.

<u>DIFERENCIA DE POTENCIAL</u> : es la diferencia entre los potenciales de dos puntos de un campo eléctrico. Si V_A y V_B son los potenciales de los puntos A y B, la diferencia de potencial será:

$$V_B - V_A = \frac{W_{pB}}{Q_0} - \frac{W_{pA}}{Q_0} = \frac{W_{pB} - W_{pA}}{Q_0} = \frac{\Delta W_{pAB}}{Q_0}$$

La variación de energía potencial ΔW_{pAB}, es igual al trabajo L_{AB} necesario para mover una carga de prueba Qo desde el punto A hasta el punto B, venciendo las fuerzas del campo eléctrico:

$$\boxed{V_B - V_A = \frac{L_{AB}}{Q_0}}$$

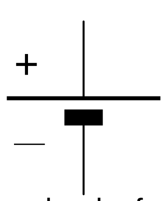
<u>Diferencia de potencial</u>

El concepto de diferencia de potencial es muy importante; y es habitual usar la palabra tensión ó voltaje para indicar una diferencia de potencial. Por ejemplo, la dif. de p. entre los bornes de una pila común es 1,5 v , siendo el positivo el de mayor potencial y el negativo el de menor potencial, se dice entonces que la pila tiene una tensión o voltaje de 1,5 v.
Sin embargo, se debe tener en cuenta, que la expresión dif. de pot. sólo es aplicable cuando las cargas se mueven a velocidad constante. Cuando la velocidad de las cargas es variable (o sea, cuando la corriente es función del tiempo), el concepto de dif. de pot. carece de sentido.
En ingenieria, suele ignorarse la definición original de dif. de pot. asociada a campos estáticos, y es común utilizar los términos tensión y dif. de pot., como sinónimos. Entonces, al decir tensión entre los puntos A y B, siendo $v_{AB}(t)$, puede significar dif. de pot. entre los puntos A y B.

F.E.M (fuerza electromotriz)

La expresión f.e.m. surgió para describir un efecto particular que tiene lugar cuando el campo electromagnético es dinámico. Se verifica que, si en una región del espacio donde hay campos dinámicos, se coloca un camino eléctrico cerrado, pueden ponerse en movimiento cargas a través de él. La causa que origina éste efecto, se denomina fuerza electromotriz.
En la práctica, para obtener tensiones se usan dispositivos capaces de transformar energía química, térmica, mecánica, etc., en energía de tipo eléctrico, obteniendo en sus bornes una tensión eléctrica, que podrá ser constante, o podrá ser variable en el tiempo.
Llamamos generador de fuerza electromotriz (f.e.m.) a aquel dispositivo en el cual una energía de tipo no eléctrica, se transforma en energia eléctrica. Cualquiera sea la forma de generar f.e.m., ésta queda caracterizada por la tensión que aparece en los extremos del generador. A los generadores de f.e.m. los representamos:

F.E.M.



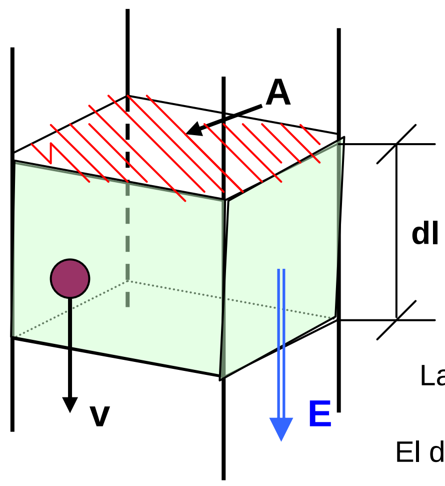
Los valores de f.e.m. estarán dados entonces, en **Volt**:

$$[\text{f.e.m.}] = \text{Volt}$$

En un generador de f.e.m. con los bornes desconectados, decimos que el valor de f.e.m. es la tensión existente en ellos. O sea, cuando no hay movimiento de cargas, el valor de f.e.m. del generador, coincide con el valor de tensión en sus bornes.
En electrotecnia, -y a lo largo del curso-, usaremos el término tensión para referirnos indistintamente a diferencias de potencial, a fuerzas electromotrices, y en general al trabajo que realizan las cargas sobre el campo eléctrico actuante, estén éstas en reposo ó en movimiento, sea éste uniforme ó variable.

Corriente Eléctrica

Llamamos corriente eléctrica al desplazamiento de cargas originado en la acción de un campo eléctrico en un material conductor. Si el campo eléctrico tiene siempre el mismo sentido, la corriente se llama continua. Si el campo se invierte periódicamente, se trata de corriente alterna.
Si analizamos el caso más simple de un conductor por el cual circulan cargas, y llamamos:



- v : velocidad
- n : densidad de cargas móviles
- E : campo eléctrico
- A : área del conductor
- dl : diferencial de longitud
- dt : diferencial de tiempo

dl = v . dt

el diferencial de volumen es: dvol = A . dl

Las cargas se mueven a velocidad: V = dl/dt

El diferencial de carga que atraviesa el área es:

$$dQ = n \cdot dvol$$

reemplazando queda:

$$dQ = n \cdot A \cdot dl = n \cdot A \cdot v \cdot dt$$

pasando dt al otro lado:

$$\frac{dQ}{dt} = \underbrace{v \cdot n}_{J} \cdot A = J \cdot A$$

J : densidad de corriente

Así queda definida:

<u>Intensidad de corriente eléctrica</u>

$$\boxed{i = \frac{dQ}{dt}} \qquad \left[i \right] = \frac{\left[carga \right]}{\left[tiempo \right]} = \frac{cb}{seg} = \text{Amper}$$

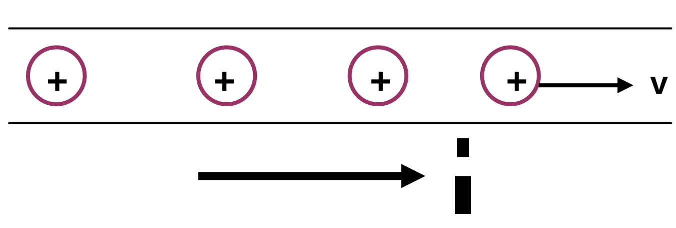
La intensidad de corriente eléctrica es la cantidad de carga que atraviesa un conductor por unidad de tiempo. La unidad de corriente es el amper.

Por otra parte, la unidad de densidad de corriente es : $\left[J \right] = \frac{\left[corriente \right]}{\left[área \right]} = \frac{A}{m^2}$

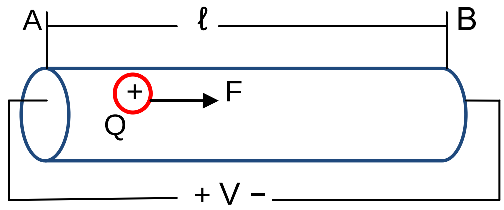
La distribución de cargas móviles en el conductor, o sea las que dan lugar a la corriente, puede que no esté dada en forma uniforme a través de cualquier sección, (es el caso de corriente alterna, donde la corriente tiende a concentrarse en la superficie exterior del conductor, siendo éste comportamiento conocido como efecto Skin).
También es importante señalar que cuando definimos: $J = n \cdot v$
Debemos considerar que en su movimiento, las cargas móviles, por acción del campo eléctrico al cual está sometido el conductor, sufren aceleraciones, para luego ser frenadas o detenidas al chocar con las partículas que quedan fijas en la estructura del conductor, y después volverse a acelerar, y así sucesivamente. Por lo tanto al considerar la velocidad **v** de las cargas, nos referimos a una velocidad media que suponemos uniforme a lo largo del conductor.
Así entonces definimos la densidad media de corriente a través del área A del conductor:

$$\boxed{J = \frac{di}{dA}}$$

Siendo que los portadores de carga pueden ser electrones libres, con carga negativa (-), o pueden ser iones, con carga positiva (+) o negativa (-), se toma como convención, que el sentido de circulación de la corriente queda definido considerando a las cargas que se mueven, con signo positivo (+).



Entonces, si tenemos un conductor, al aplicarle una tensión V aparece una fuerza F sobre los portadores de carga Q, lo cual los impulsa a desplazarse originando una corriente i:



la tensión es: $V = \dfrac{L_{AB}}{Q} = \underbrace{\dfrac{F}{Q}}_{E} \cdot \ell$

E: campo eléctrico

Llegamos a la expresión: $\boxed{V = E \cdot \ell}$

LEYES DE OHM

Estas leyes determinan la relación que existe entre las corrientes y las tensiones, o sea entre el movimiento de cargas, y las causas que lo producen.

1º Ley de Ohm

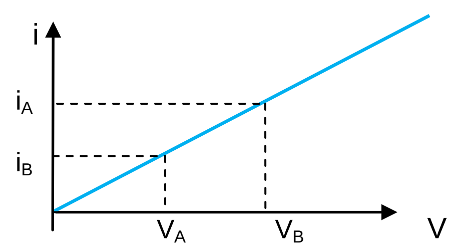
Dado un material conductor A , si se aplican distintas tensiones, V_1 ; V_2 ; V_n , de las cuales se obtienen las corrientes i_1 ; i_2 ; i_n ,se verifica que la relación entre ellas guarda una cierta proporcionalidad:

$$\frac{V_{1A}}{i_{1A}} = \frac{V_{2A}}{i_{2A}} = \ldots\ldots\ldots = \frac{V_{nA}}{i_{nA}} = K_A \text{ : Constante}$$

Esta relación resulta ser constante para cada par de valores, significa que no depende ni de la corriente, ni de la tensión aplicada.
Repitiendo la experiencia en otro conductor B de distinto material, ocurre el mismo fenómeno, pero la nueva constante es distinta a la anterior:

$$\frac{V_{nB}}{i_{nB}} = K_B \text{ : constante}$$

Deducimos que la constante que se obtiene, es una característica propia de cada material.



A ésta constante se la llama resistencia eléctrica R.

Sin embargo, ésta ley sólo se cumple para un intervalo pequeño.
Por ejemplo, si a un conductor le aplicamos primero una f.e.m. y luego otra f.e.m. diez veces mayor, se comprueba que la proporcionalidad con las corrientes no se verifica.
Esto significa que la resistencia eléctrica de un conductor, no sólo va a depender del material con que está hecho.
La experiencia demuestra que al aplicarle una f.e.m. a un conductor, éste se calienta, o sea aumenta su temperatura. Se puede concluir entonces, que al cambiar el valor de temperatura de un conductor, cambia también el valor de su resistencia eléctrica.
De manera que, para asignarle una validez amplia a la ley, se debe decir:

$$\boxed{R = \frac{V}{i}} \quad \text{a Temperatura constante}$$

La unidad de resistencia es:

$$[R] = \frac{volt}{A} = \text{ohm} : \Omega$$

Que consideremos la temperatura constante, significa que se disipa toda la cantidad de calor que la tensión produce. En esas condiciones, la constante R depende del material con que está hecho el conductor. A continuación veremos que también depende de la forma.

2º Ley de Ohm

Al estudiar la resistencia eléctrica de los conductores, se trabajó con alambres, es decir conductores cilíndricos de sección constante. Se vió que R es proporcional a la longitud ℓ del conductor, e inversamente proporcional a la sección s :

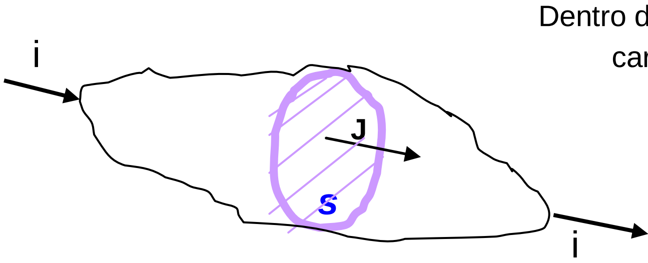
$$R \sim \frac{\ell}{s}$$

para la igualdad se debe agregar una constante de proporcionalidad.

$$R = \rho \cdot \frac{\ell}{s}$$

La constante ρ es una característica propia de cada material y se llama resistividad.

Para hallar una expresión general, consideremos un conductor de cualquier forma en el que circula una corriente i:



Dentro del conductor existe el campo E, que le aplica a cada carga una fuerza F:

$$F = Q_0 \cdot E$$

Ésta fuerza les provoca una aceleración:

$$a = F / m_0$$

Debido a los choques entre partículas dentro del material, la velocidad de las cargas puede suponerse igual a la velocidad media entre dos choques sucesivos:

$$v = \tfrac{1}{2} \cdot a \cdot t = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{F}{m_0} \cdot t$$

reemplazando:

$$v = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{Q_0 \cdot E}{m_0} \cdot t = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{Q_0 \cdot t}{m_0} \cdot E$$

$$v = \mu \cdot E \qquad \mu : \text{ movilidad}$$

El coeficiente μ es la movilidad, y es una constante que depende del material, ya que en ella interviene el tiempo libre medio. (μ en $[m^2 / \text{volt . sg}]$)

La densidad de corriente J se definió antes y era: $J = n \cdot v$ donde n: densidad de cargas móviles; v: velocidad media de las cargas

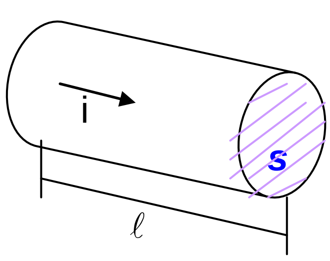
reemplazamos: $J = n \cdot \mu \cdot E$

σ : conductividad

El coeficiente σ es la conductividad eléctrica del material. Su inversa es la resistividad: $\boxed{\rho = 1/\sigma}$

La última expresión de J se llama Ley de Ohm puntual: $\boxed{J = \sigma \cdot E}$ **2º Ley de Ohm**

Esta última expresión es general, ya que es válida punto a punto.
A partir de ella podemos llegar, como caso particular, a la fórmula vista al inicio de resistencia de un alambre conductor cilíndrico:



$$i = \int J \cdot ds = J \cdot S$$

$$i = \sigma \cdot E \cdot S = \sigma \cdot S \cdot \frac{V}{\ell}$$

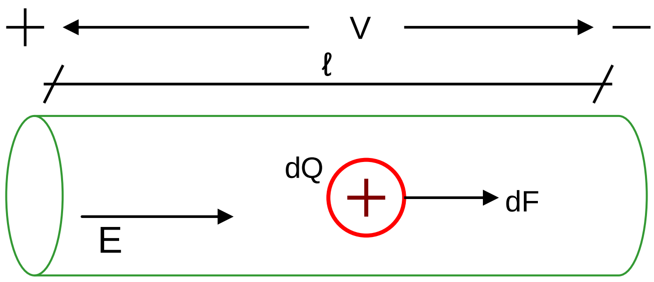
$$R = \frac{V}{i} = \frac{\cancel{V}}{\sigma \cdot s \cdot \frac{\cancel{V}}{\ell}} = \frac{1}{\sigma}\ \frac{\ell}{s} \Rightarrow \boxed{R = \rho \cdot \frac{\ell}{s}}$$

La inversa de la resistencia es la conductancia G:

$\boxed{G = 1 / R}$; $[G]$ = ℧ : mho

LEY DE JOULE

El movimiento de los electrones de conducción en un conductor óhmico, como consecuencia de la fuerza que aparece sobre ellos por la presencia de un campo eléctrico en los extremos del conductor, origina, en la mayoría de los casos, la transformación de energía de una forma a otra.
Sucede que los electrones de conducción ganan energía cinética, que en su movimiento transmiten a los átomos mediante vibraciones térmicas.
Entonces, si analizamos un conductor óhmico, isótropo, de longitud ℓ, y en los extremos se conecta una tensión V , y por tanto queda definido por dentro el campo eléctrico E :



tomando una porción muy pequeña de la carga en movimiento dQ, tenemos que la fuerza que aparece sobre ella es:

$$dF = E \cdot dQ$$

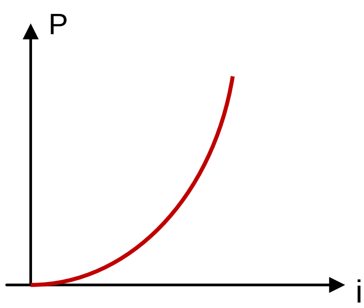
a lo largo del conductor, queda definido el trabajo que realiza dF:

$$dL = dF \cdot \ell = E \cdot \ell \cdot dQ$$

dividiendo por dt en ambos lados de la igualdad:

$$\frac{dL}{dt} = \underbrace{E \cdot \ell}_{V} \cdot \underbrace{\frac{dQ}{dt}}_{i} = V \cdot i$$

la relación trabajo tiempo dL/dt es la potencia suministrada a las cargas que se mueven por el conductor, que es disipada transformándose en calor dentro del volumen del mismo:



$$\boxed{P = V \cdot i}$$

siendo: $R = \dfrac{V}{i}$; $\left\{ \begin{array}{l} P = R \cdot i \cdot i \\ P = V \cdot \dfrac{V}{R} \end{array} \right.$

$$\boxed{P = R \cdot i^2} \qquad \boxed{P = \frac{V^2}{R}}$$

El producto V . i es la potencia eléctrica en el conductor. Esta potencia se disipa en forma de calor, o sea la energía eléctrica se transforma en energía térmica:

$$W_{ELECTRICA} \longrightarrow W_{TERMICA}$$

La cantidad de calor por unidad de tiempo es:

$$\frac{dH}{dt} = R \cdot i^2$$

Siendo:

1 Joule = 0,24 calorias $\Rightarrow$ $\boxed{H = 0{,}24 \cdot i^2 \cdot R \cdot t}$

Esta última ecuación, es la expresión del calentamiento de una resistencia óhmica por efecto Joule.

La unidad de potencia es: $[P] = \dfrac{[Joule]}{[sg]} = watt$

Recordamos otras 2 unidades de potencia usadas en mecánica y su equivalencia:

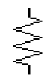
(Horse Power) H.P. = 746 watt
(caballo vapor) C.V. = 736 watt

CIRCUITOS ELECTRICOS

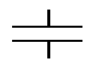
Llamamos circuito a cualquier camino cerrado por donde circulan cargas eléctricas. A lo largo de éste camino, pueden tener lugar procesos de almacenamiento y conversión de energía.
En electrotecnia, representamos estos procesos energéticos con los llamados elementos de circuito, que son una imagen ideal, de un dispositivo real con las propiedades físicas adecuadas al proceso.
Elementos pasivos: serán aquellos elementos en los que se produce almacenamiento de energía, se intercambia energía con otros elementos, o se cede energía al medio.
Elementos activos: son aquellos elementos que inyectan energía al circuito, o sea se comportan como fuentes de energía.

Elementos Pasivos

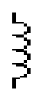
RESISTOR: Es el elemento de circuito que representa los procesos energéticos de tipo irreversible, en los cuales la energía es cedida al medio en forma de calor.
La magnitud eléctrica asociada es la resistencia. Lo denominamos con la letra R , y se simboliza:


R

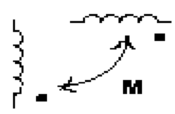
CAPACITOR: Es el elemento de circuito que representa los procesos energéticos de tipo reversible, en los cuales se almacena energía asociándola a un campo eléctrico, para luego poder ser devuelta al circuito.
La magnitud eléctrica asociada es la capacidad. Lo denominamos con la letra C , y se simboliza:


C

INDUCTOR: Es el elemento de circuito que representa los procesos energéticos de tipo reversible, en los cuales se almacena energía asociándola a un campo magnético, para luego poder ser devuelta al circuito.
La magnitud eléctrica asociada es la inductancia. Lo denominamos con la letra L , y se simboliza:

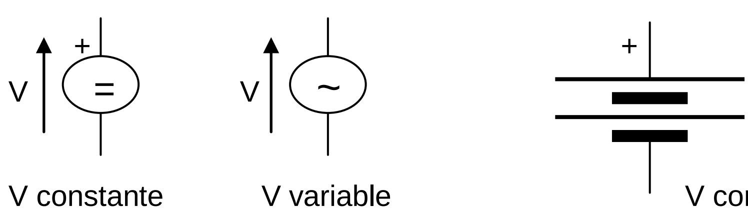

L

INDUCTANCIA MUTUA: Es el elemento de circuito que representa los procesos energéticos de tipo reversible, en los cuales se transfiere energía asociándola a un campo magnético, a otro elemento del circuito.
La magnitud eléctrica asociada es la inducción mutua. La denominamos con la letra M , y se simboliza:



Elementos Activos

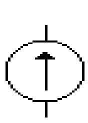
GENERADOR DE TENSIÓN: Es el elemento de circuito que representa el proceso de transferencia de energía, determinado por la imposición en el circuito, independientemente del tipo, o del valor del resto de los elementos que lo componen, de un valor especificado de tensión constante o variable.
Lo denominamos con la letra V, y lo simbolizamos:



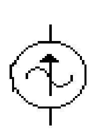
V constante V variable V constante (bateria)

GENERADOR DE CORRIENTE: Es el elemento de circuito que representa el proceso de transferencia de energía, determinado por la imposición en el circuito, independientemente del tipo, o del valor del resto de los elementos que l lo componen de un valor especificado de corriente constante o variable. Lo llamamos con la letra i, y lo simbolizamos:

i constante

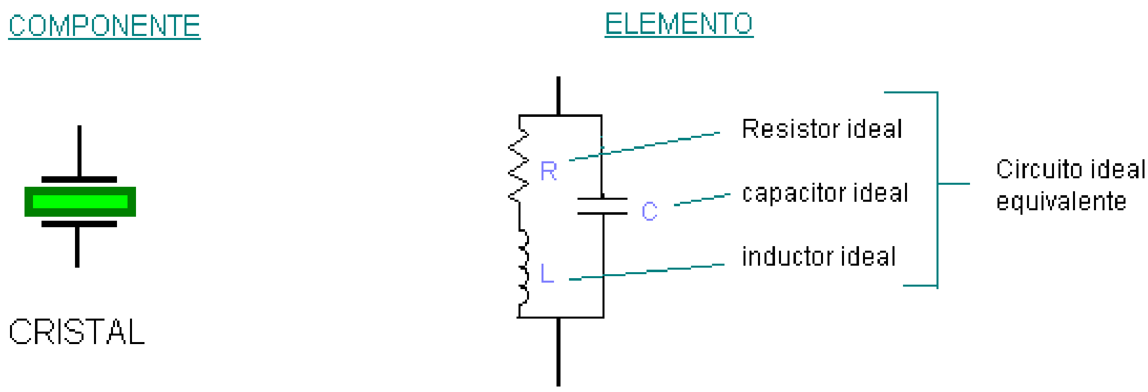


i variable



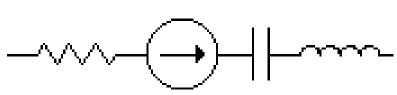
Los elementos de circuito definidos: R ; C ; L ; M ; gen. de V ; gen. de i, son llamados elementos ideales concentrados de circuitos. Por lo tanto, son representaciones ideales y sirven para predecir el funcionamiento real del circuito. También el comportamiento de muchos sistemas mecánicos puede predecirse por medio de sus circuitos eléctricos análogos.
Cualquier dispositivo eléctrico, por el que circule una corriente, tendrá las tres características: resistencia, inductancia, y capacidad. La importancia relativa de éstas características depende de las variaciones de corriente con el tiempo.
Por ejemplo, un resistor real puede representar una resistencia ideal R, si la velocidad de cambio de la corriente es pequeña, en éste caso el efecto de la inductancia y de la capacidad presentes en el resistor, puede despreciarse. Sin embargo, si la velocidad de cambio de la corriente es lo suficientemente alta, el carácter inductivo o capacitivo puede ser comparable a su resistencia, y llegado el caso, dominante.

ELEMENTO Y COMPONENTE DE CIRCUITO: deben diferenciarse éstos dos conceptos, en la práctica, todo circuito eléctrico real está formado por dispositivos físicos a los que llamamos componentes de circuito. Entonces, cuando hablamos de un componente nos estamos refiriendo a un ele-elemento real de circuito, que según las condiciones de funcionamiento, se aproximará a su elemento ideal asociado o a su circuito equivalente ideal asociado.
Ejemplo: el cristal es un componente muy utilizado en circuitos osciladores. Físicamente no es ni un resistor, ni un capacitor, ni un inductor, sin embargo con elementos ideales podemos disponer un circuito ideal asociado equivalente:



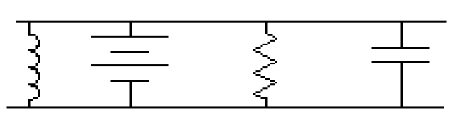
TERMINOLOGIA DE CIRCUITOS: la representación de los circuitos eléctricos implica conectar a los distintos elementos que lo integran. A continuación, se definirán algunos términos que se usan en el análisis de circuitos:
Circuito o red: llamamos así a toda interconexión de elementos de circuito.

Conexión serie: se da cuando los elementos están ubicados uno a continuación del otro, lo que implica que por todos ellos pasa la misma corriente:



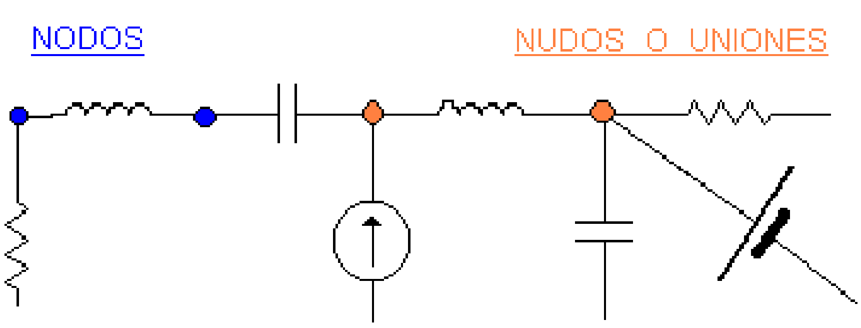
Conexión Serie

Conexión Paralelo: se da cuando los elementos quedan conectados a un mismo par de puntos, lo que implica que todos ellos tienen aplicada la misma tensión:

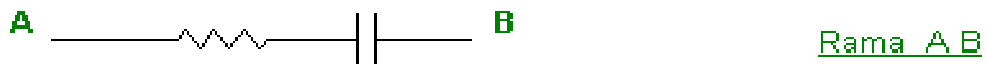


Conexión Paralelo

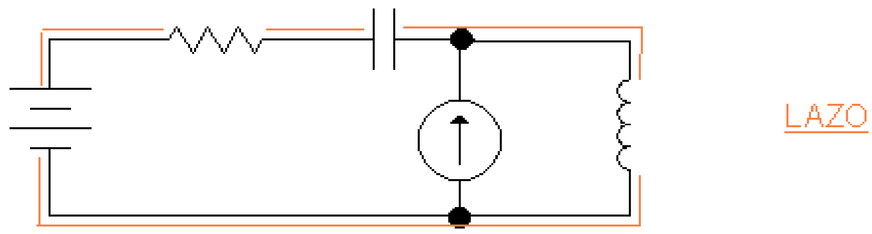
Nodo: es aquel punto del circuito que es común a dos o más elementos. Tambien se llama así, a cualquier punto que se quiera destacar, como ser, para indicar un potencial.
Unión o Nudo: es aquel punto del circuito que es común a tres o más elemento



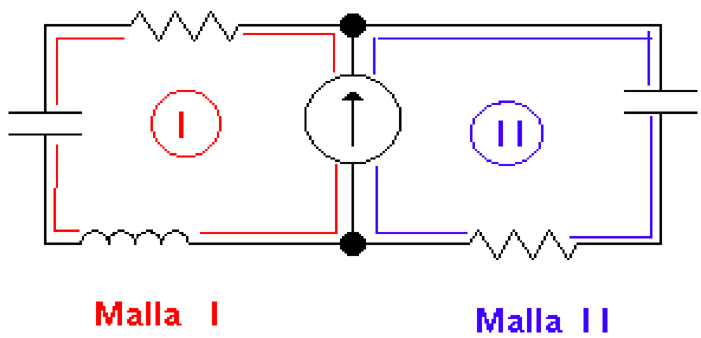
Rama: es toda convinación en serie de uno o más elementos conectada entre dos uniones.



Lazo: es toda trayectoria cerrada en un circuito.



Malla: es aquel lazo que no contiene o rodea a otro lazo, y que no puede dividirse en otros lazos.



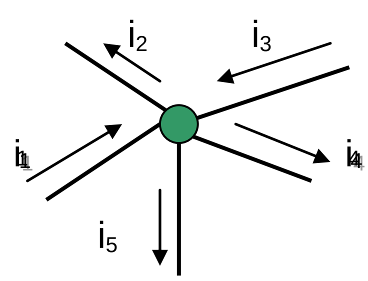
Según la definición, toda malla es necesariamente un lazo, pero no a la inversa. También se cumple que una rama no puede ser común a más de dos mallas.
En la práctica suele llamarse malla a cualquier lazo del circuito, aunque estrictamente no lo sea.

LEYES DE KIRCHHOFF

1º Ley de Kirchhoff o Ley de nodos: en un instante cualquiera, la suma algebraica de las corrientes actuantes en un nodo es nula.

$$i_1 - i_2 + i_3 - i_4 - i_5 = 0$$

$$\boxed{\Sigma\ i_n = 0}$$

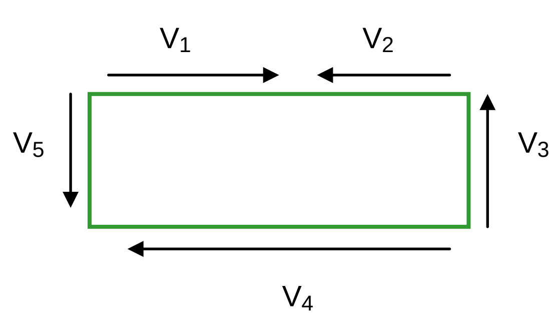


Físicamente significa que la carga eléctrica no puede acumulase en el nodo.

2º Ley de Kirchhoff o Ley de mallas: en cualquier instante, la suma algebraica de las tensiones actuantes en un lazo es nula.

$$V_1 - V_2 - V_3 + V_4 - V_5 = 0$$

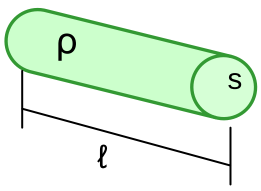
$$\boxed{\Sigma\ V_n = 0}$$



Para determinar el funcionamiento de un circuito, se usarán las leyes de Ohm y de Kirchhoff, con ellas se plantean las ecuaciones o el sistema de ecuaciones, por medio del cual se resuelve.

RESISTORES

Como ya se dijo, el resistor es el dispositivo real asociado a la resistencia eléctrica. Se lo construye teniendo en cuenta las prestaciones requeridas por las diversas condiciones de funcionamiento.
En particular, ya se vio que la resistencia de un conductor cilíndrico homogéneo de sección constante es:

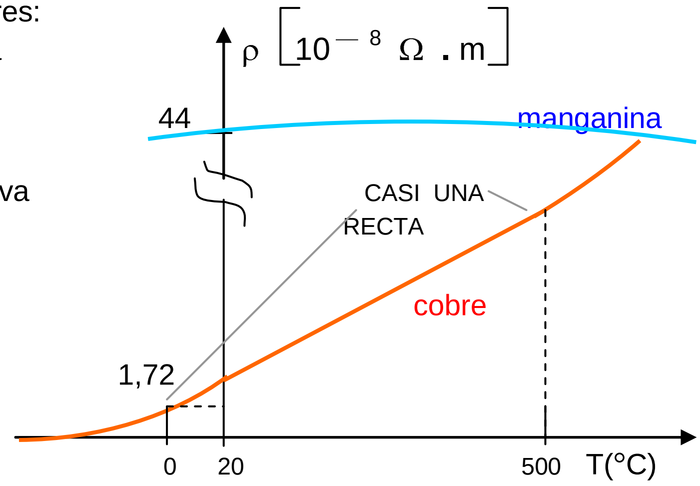


$$R = \rho \cdot \frac{\ell}{s}$$

$[R]$ = OHM : Ω

ρ : resistividad

La resistividad de todos los materiales conductores varia con la temperatura: $\rho = f(T)$
El gráfico muestra la curva de variación de la resistividad con la temperatura para un metal (Cu), y para una aleación (manganina) muy usada en la fabricación de resistores:
Se ve que la manganina varia muy poco su ρ con la temperatura.
La curva del cobre, en cambio, indica una variación importante de ρ con la temperatura. Para valores de temperatura no muy altos, puede aproximarse la curva a una recta de expresión:



$$\boxed{\rho = \rho_0 \, (1 + \alpha \cdot T)}$$

ρ **:** valor de resistividad a la temperatura T
ρ_0 **:** valor de resistividad a 0º C
α **:** coeficiente de variación de la resistividad con la temperatura

Como la resistencia es proporcional a la resistividad, podemos expresar:

$$\boxed{R = R_0 \, (1 + \alpha \cdot T)}$$

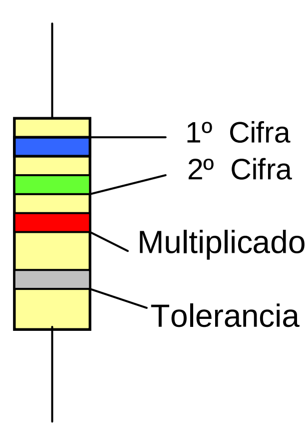
donde: R_0 es la resistencia a 0º C, y R, la resistencia a T(ºC).

Respecto a que materiales se utilizan para su fabricación, sólo distinguiremos entre las que tienen una potencia de disipación aproximadamente menor o mayor a 2 w:

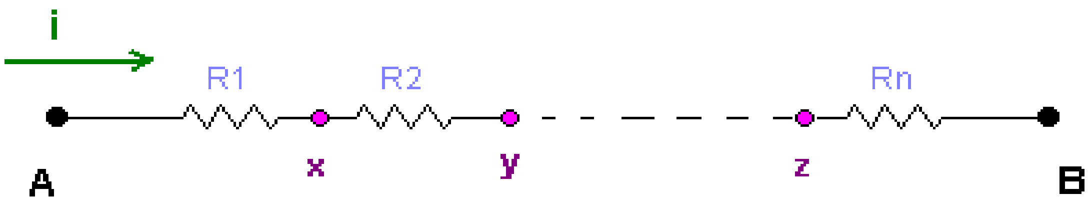
Resistores
- Potencias menores a 2 w → Se usa carbón; aleaciones como constantan manganina; nicromio
- Potencias mayores a 2 w → Se usa alambre de cobre; aleaciones

Para su identificación, en los resistores de potencias superiores a 2 w, se imprime su valor sobre el cuerpo mismo del resistor. Para los resistores que disipan potencias chicas, menores a 2 w, se usa un código de colores aplicado a bandas identificatorias impresas sobre el resistor:

COLOR	DIGITO	MULTIPLICADOR	TOLERANCIA
Negro	0	10^{0}	
Marrón	1	10^{1}	
Rojo	2	10^{2}	2 %
Naranja	3	10^{3}	3 %
Amarillo	4	10^{4}	
Verde	5	10^{5}	5 %
Azul	6	10^{6}	
Violeta	7	10^{7}	
Gris	8	10^{-2}	
Blanco	9	10^{-1}	
oro	-	10^{-1}	$\pm$ 5 %
Plata	-	10^{-2}	$\pm$ 10 %
sin color	-	-	$\pm$ 20 %



<u>ASOCIACIÓN SERIE DE RESISTORES</u>



<u>resistencia serie:</u> $Rs = \dfrac{V_{AB}}{i}$

$$V_{AB} = V_{AX} + V_{XY} + \ldots\ldots\ldots + V_{ZB}$$

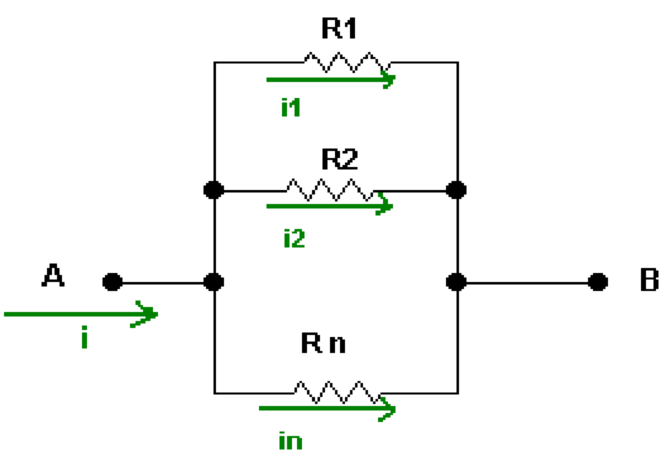
$$V_{AB} = i\,.\,R1 + i\,.\,R2 + \ldots\ldots\ldots + i\,.\,Rn$$

$$V_{AB} = i\,.\left[R1 + R2 + \ldots\ldots\ldots + Rn\right]$$

$$Rs = \frac{\cancel{i}\,.\left[R1 + R2 + \ldots\ldots\ldots + Rn\right]}{\cancel{i}}$$

$$\boxed{Rs = R1 + R2 + \ldots\ldots + Rn}$$

<u>ASOCIACIÓN PARALELO DE RESISTENCIAS</u>



$$It = I1 + I2 + \ldots + In$$

$$Rp = \frac{Vab}{i}$$

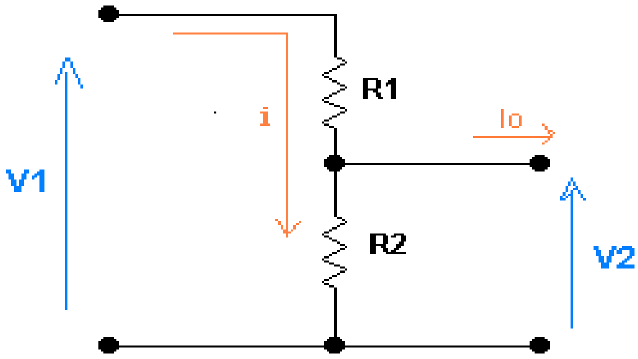
$$i = \frac{V_{AB}}{R1} + \frac{V_{AB}}{R2} + \ldots\ldots\ldots + \frac{V_{AB}}{Rn}$$

$$i = V_{AB}\,.\left[\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \ldots\ldots\ldots + \frac{1}{Rn}\right]$$

$$Rp = \frac{V_{AB}}{i} = \frac{\cancel{V_{AB}}}{\cancel{V_{AB}}\left[\dfrac{1}{R1} + \dfrac{1}{R2} + \ldots\ldots + \dfrac{1}{Rn}\right]}$$

$$\boxed{\frac{1}{Rp} = \frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \ldots\ldots \frac{1}{Rn}}$$

CIRCUITO DIVISOR DE TENSIÓN



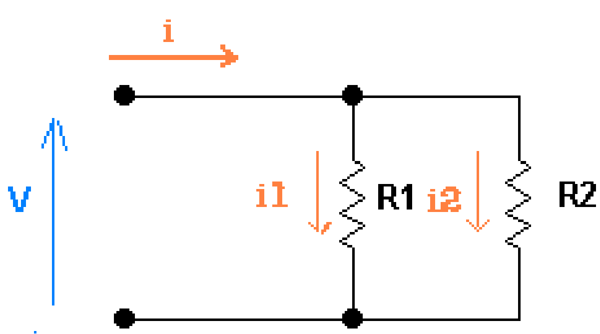
$$\begin{cases} V1 = i \,.\, (R1 + R2) \\ V2 = i \,.\, R2 \end{cases}$$

Si se cumple: $i \gg Io$

$$\frac{V1}{V2} = \frac{\cancel{i} \,.\, (R1 + R2)}{\cancel{i} \,.\, R2}$$

$$\boxed{V2 = V1 \,.\, \frac{R2}{R1 + R2}}$$

CIRCUITO DIVISOR DE CORRIENTE



$$\begin{cases} V = i1 \,.\, R1 \\ V = i \,.\, Rp \\ Rp = \dfrac{R1 \,.\, R2}{R1 + R2} \end{cases}$$

Igualando las dos expresiones de V:

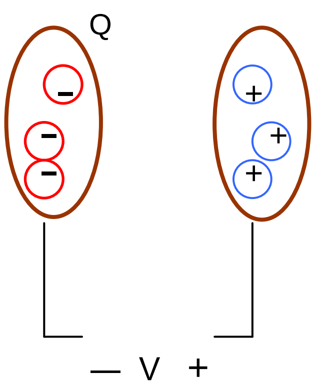
$$i1 \,.\, \cancel{R1} = i \,.\, \frac{\cancel{R1} \,.\, R2}{R1 + R2}$$

$$\boxed{i1 = i \,.\, \frac{R2}{R1 + R2}}$$

analogamente se obtiene: $$\boxed{i2 = i \,.\, \frac{R1}{R1 + R2}}$$

CAPACITORES

Los capacitores son dispositivos eléctricos que consisten en dos conductores colocados muy próximos, y aislados uno del otro. Si se aplica una tensión a estos conductores, se produce un desplaza-miento de cargas, provocando que uno quede con carga positiva, y el otro con carga negativa:



La carga Q adquirida por los conductores resulta proporcional a la tensión aplicada:

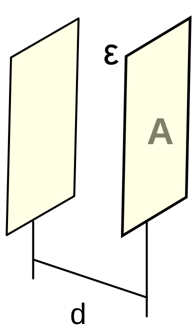
$$Q \sim V$$

$$Q = K \cdot V$$

C: capacidad eléctrica

$$\boxed{C = \frac{Q}{V}}$$

El coeficiente de proporcionalidad C depende de la forma de los conductores y de las características dieléctricas del medio aislante que los separa.
Este dispositivo formado por dos conductores, separados por un dieléctrico, se denomina capacitor.
La capacidad de un capacitor constituido por conductores de forma irregular, es complicada de calcular y en esos casos su valor se halla prácticamente aplicándole una tensión conocida y midiendo la carga.
En la práctica, los capacitores utilizan una disposición regular y sencilla. Aquí sólo mencionaremos al capacitor plano:



Las láminas de área A están separadas una distancia d, y entre ellas puede que exista vacio o un aislante de permitividad ε.
El campo eléctrico entre las placas es uniforme y vale:

$$E = Q / \varepsilon \cdot A$$

y la tensión V es: $$V = E \cdot d$$

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{E \cdot d} = \frac{Q}{\frac{Q}{\varepsilon \cdot A} \cdot d} \Rightarrow \boxed{C = \varepsilon \cdot \frac{A}{d}}$$

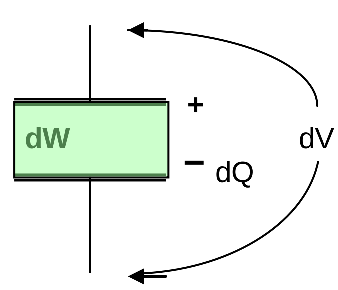
de la definición de capacidad:

$$[C] = \frac{[Q]}{[volt]} = \frac{cb}{volt} = Fd: \text{Faradio}$$

Energía de un capacitor cargado:

Si a un capacitor C le aplicamos un diferencial de tensión dV, adquiere una carga dQ:

$$dQ = C \cdot dV$$



A su vez, el trabajo que hace la tensión V para acumular dQ en C es:

$$dW = V \cdot dQ$$

reemplazando: $$dW = V \cdot C \cdot dV$$

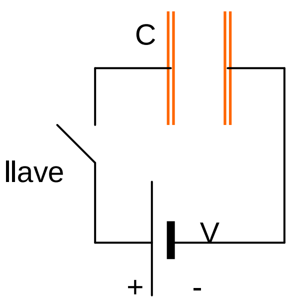
La energía W adquirida por C al acumular una carga Q, cuando la tensión pasa de 0 a un valor V será:

$$W = \int_0^V V \cdot C \cdot dV = C \cdot \int_0^V V \cdot dV = C \cdot \frac{V^2}{2} \Rightarrow \boxed{W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2}$$

en función de Q:

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q}{V} \cdot V^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{W = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot V} \qquad \boxed{W = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C}}$$

La expresión de W hallada anteriormente es la energía acumulada por el capacitor.
Sin embargo, si analizamos que ocurre cuando cargamos el capacitor, tenemos que la energía entregada por la fuente de tensión deberá ser igual al trabajo realizado para transportar la carga Q, y ésta debería ser igual a la energía W almacenada en C.
Por ejemplo:



Al cerrar la llave, comienzan cargarse las placas de C, manteniendo siempre constante la tensión V.
El trabajo que realiza la fuente de tensión para que C alcance la carga final Q es:

$$L = \int_0^Q V \cdot dQ = V \cdot Q$$

$$L = V \cdot Q$$

$$\boxed{W_{ENTREGADA} = L_{REALIZADO\ POR\ V} = V \cdot Q}$$

Esto significa que la energía total entregada por la fuente de tensión, es el producto de la tensión aplicada por la carga total acumulada.
Pero anteriormente habíamos hallado la energía acumulada en el capacitor, y era: $W = \frac{1}{2} \cdot V \cdot Q$
O sea que la energía entregada por la fuente V para cargar el capacitor, es el doble de la energía almacenada por el capacitor.
Entonces, la pregunta es:

¿¿ Que paso con la otra mitad de energía??

La respuesta es:
La otra mitad de energía se consume, la mayoría en forma de calor debido al efecto Joule en los conductores, y el resto se disipa en forma de radiación al espacio.(el campo eléctrico dentro del capacitor resulta variable durante el proceso de carga, y origina radiación electromagnética).

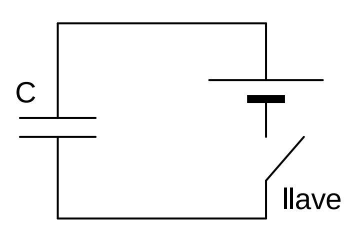
CURVA DE CARGA DE UN CAPACITOR

Si aplicamos una tensión constante a un capacitor descargado:
Al cerrar la llave queda en forma instantánea sobre el capacitor la tensión V, por lo tanto:

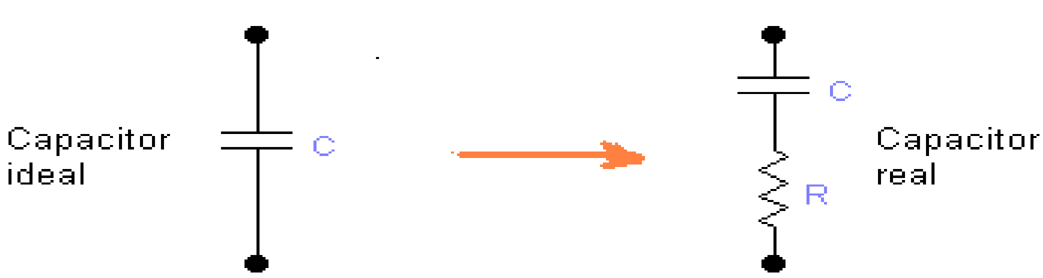
$$V = V_{CAPACITOR}$$

la carga de C sería:

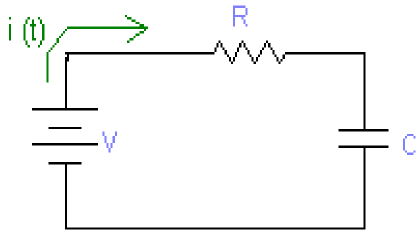
$$Q = C \cdot V_C$$



pero dijimos que la tensión V_C sobre el capacitor aparecía instantáneamente, lo cual implicaría que la carga Q se acumularía en C, también en forma instantánea.
En realidad, esto sólo seria posible en un capacitor ideal, porque en la práctica, las cargas demoran un cierto tiempo en pasar de la fuente a las placas del capacitor, o sea que la tensión nunca podría pasar de 0 al valor V en forma instantánea.
En un capacitor real, se explica esta demora en la carga, o sea en alcanzar la tensión V aplicada, en la resistencia parásita asociada que tiene el mismo capacitor:



En consecuencia, el análisis debe realizarse sobre una rama RC serie, donde R podrá ser la resistencia interna del capacitor o podrá ser una resistencia externa.



Durante el proceso de carga, las tensiones sobre R y C serán función del tiempo:

$$V = VR(t) + VC(t)$$

$$V = i(t) \,.\, R + \frac{Q(t)}{C} = \frac{dQ(t)}{dt} \,.\, R + \frac{Q(t)}{C}$$

dividiendo todo por R queda:

$$\boxed{\frac{dQ(t)}{dt} + \frac{1}{RC} \,.\, Q(t) = \frac{V}{R}}$$

Para conocer Q(t), se debe resolver ésta ecuación diferencial. La solución se encuentra muy fácil si se aplica la transformada de Laplace:

$$L\left[\frac{dQ(t)}{dt}\right] + L\left[\frac{1}{RC} \,.\, Q(t)\right] = L\left[\frac{V}{R}\right]$$

Transformando queda:

$$s\ L\left[Q(t)\right] + \frac{1}{RC}\ L\left[Q(t)\right] = \frac{V}{R} \,.\, \frac{1}{s}$$

Despejando L :

$$L\left[Q(t)\right] = \frac{V/R}{s\ (s + 1/RC\ )} \rightarrow$$

los valores de s que anulan el denominador son:

$S_1 = 0 \quad ; \quad S_2 = -\ 1/RC$

Fraccionando la expresión:

$$L\left[Q(t)\right] = \frac{V/R}{s\ (\ s + 1/RC\ )} = \frac{\alpha}{s} + \frac{\beta}{(\ s + 1/RC\ )} = \frac{\alpha\ (\ s + 1/RC\ ) + \beta\ s}{s\ (\ s + 1/RC\ )}$$

igualando numeradores:

$$V/R = \alpha\ (\ s + 1/RC\ ) + \beta\ s \quad ; \quad \begin{cases} \text{para:} \quad S = 0 & \Rightarrow \quad \alpha = V\,C \\ \text{para:} \quad S = -\ 1/RC & \Rightarrow \quad \beta = -\ VC \end{cases}$$

reemplazando:

$$L\left[Q(t)\right] = \frac{V\,C}{s} - \frac{V\,C}{(\ s + 1/RC\ )}$$

haciendo la antitransfornación:

$$Q(t) = V\,C \,.\, 1 - V\,C \,.\, e^{-\ t/RC} = V\,C\ (\ 1 - e^{-\ t/RC}\ )$$

RESOLVIENDO LA ECUACIÓN

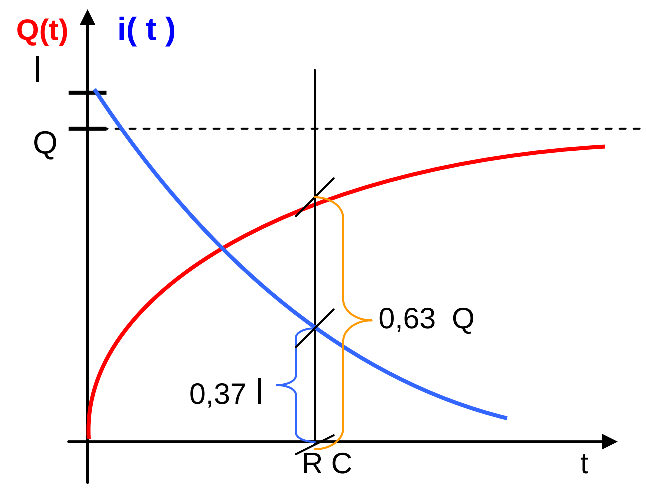
$$\boxed{Q(t) = Q\ \left(1 - e^{-\ t/RC}\right)}$$

La corriente es:

$$i(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = \frac{Q}{R\,C} \cdot e^{-t/RC} = \frac{V \cdot \cancel{C}}{R\,\cancel{C}} \cdot e^{-t/RC}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{i(t) = I \cdot e^{-t/RC}}$$

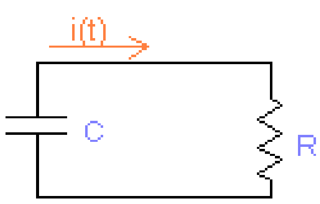
siendo: $I = V/R$ la corriente inicial



Al tiempo $t = R\,C$, se lo llama constante de tiempo del circuito.

Para $t = RC$
$$\begin{cases} Q(t) = Q\,(1 - 1/e) = 0{,}63\ Q \\ i(t) = I \,.\, 1/e = 0{,}37\ I \end{cases}$$

PROCESO DE DESCARGA DE C SOBRE R



durante la descarga la suma de las tensiones en la malla es nula:

$$VC(t) + VR(t) = 0$$

$$VC(t) = -\,VR(t)$$

Siendo:
$$\begin{cases} VR(t) = i(t) \,.\, R \\ VC(t) = \dfrac{Q(t)}{C} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \frac{Q(t)}{C} = -\,i(t) \,.\, R$$

poniendo $i(t) = \dfrac{dQ(t)}{dt}$ $\quad \Rightarrow \quad \dfrac{Q(t)}{C} = -\,\dfrac{dQ(t)}{dt} \,.\, R$

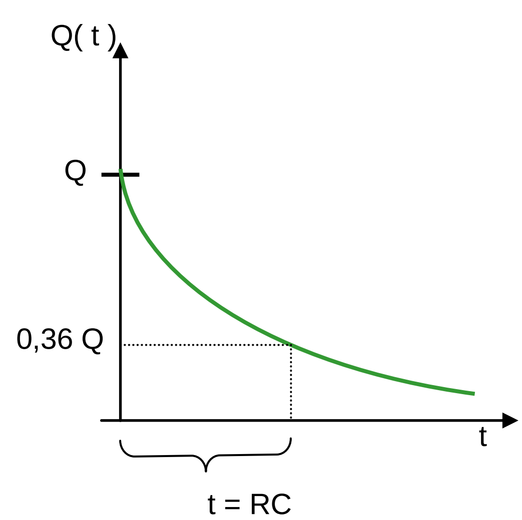
$$-\,\frac{dt}{R\,C} = \frac{dQ(t)}{Q(t)}$$

integrando:

$$-\,t/RC = \ln\,Q(t) + \ln\,K = \ln\,\left[Q(t) \,.\, K\right]$$

haciendo antilogaritmo:

$$e^{-t/RC} = Q(t) \,.\, K$$



Para hallar K, se calcula la expresión para $t = 0$, donde la carga $Q(t)$ es la carga inicial Q:

$$K = e^{o}/Q = 1/Q$$

finalmente:

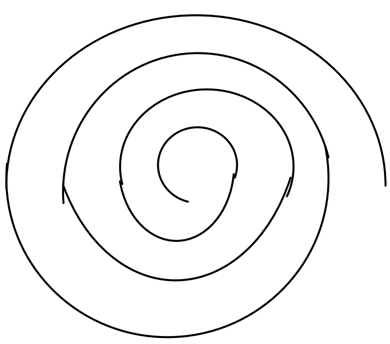
$$\boxed{Q(t) = Q \,.\, e^{-t/RC}}$$

Tipos de capacitores

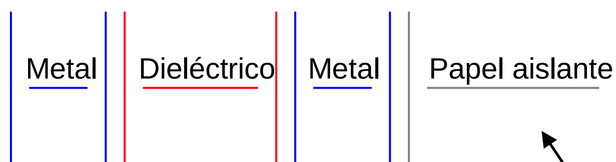
A manera de pantallazo, podemos distinguir:

- CAPACITORES
  - No electrolíticos
    - Fijos
      - Papel encerado
      - Polietileno
      - Myllar
      - Mica
      - Cerámicos
      - Tantálio
      - Aire
      - Vacio
    - Variables
  - Electrolíticos

No electrolíticos : Se obtienen capacidades de hasta 10 μF.

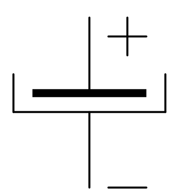


La disposición más común, conciste en un arrollamiento de dos láminas metálicas, separadas por alguno de los dieléctricos que detallamos arriba.

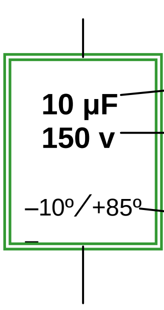


puede ser un material sintético

Electrolíticos : Surgen de la necesidad de obtener altas capacidades (mayores a 1 μF).
Utilizan entre las placas conductoras un electrolito, que al aplicarle tensión deposita electroquímicamente una capa dieléctrica sobre las placas, por lo que la corriente circula en un solo sentido. Por lo tanto, éstos capacitores tendrán una polaridad para su conexión.
Se alcanzan capacidades superiores a 50.000 μF
La tensión máxima sobre éste tipo de capacitores es de ≈ 500 V.
Se construyen encapsulando un arrollamiento, como se vió anteriormente, de papel aluminio recubierto de oxido, un papel embebido en el electrolito, y papel aluminio virgen.



Parámetros principales dados por el fabricante



Valor de capacidad: indica el valor nominal de capacidad.

Máxima tensión de trabajo: es el valor máximo de tensión que soporta el capacitor sin deteriorarse.

Rango térmico operativo: es el intervalo entre temperaturas de trabajo.

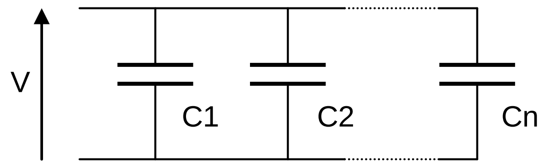
Tolerancia: es el margen de error en el valor nominal del capacitor.

Variación con la temperatura: es un indice que define, como y cuanto, varia la capacidad frente a cambios en la temperatura de trabajo.

Hojas de datos

Variación de C por un Δ T
- N (–) coeficiente negativo de Δ T
- P(+) coeficiente positivo de Δ T
- Nº ⇒ Partes por millón / °C

<u>ASOCIACIÓN PARALELO DE CAPACITORES</u>



La carga total es:

$$Q_T = Q1 + Q2 + \ldots\ldots + Qn$$

$$Q_T = C1 \cdot V + C2 \cdot V + \ldots\ldots\ldots + Cn \cdot V$$

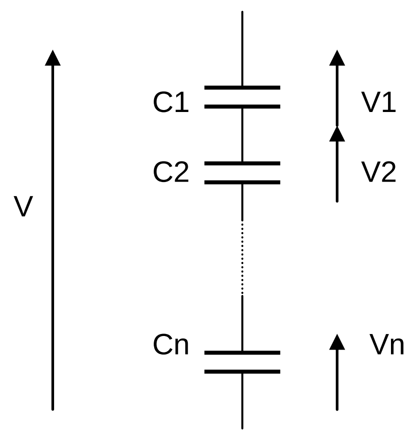
$$Q_T = (C1 + C2 + \ldots\ldots\ldots + Cn) \cdot V$$

La capacidad total será:

$$C_T = \frac{(C1 + C2 + \ldots\ldots\ldots + Cn) \cdot \cancel{V}}{\cancel{V}}$$

$$\boxed{C_T = C1 + C2 + \ldots\ldots + Cn}$$

<u>ASOCIACIÓN SERIE DE CAPACITORES</u>



La tensión V es la suma de las tensiones parciales en cada capacitor:

$$V = V1 + V2 + \ldots\ldots\ldots + Vn$$

$$V = \frac{Q1}{C1} + \frac{Q2}{C2} + \ldots\ldots\ldots + \frac{Qn}{Cn}$$

La carga será la misma en todos los capacitores:

$$Q_T = Q1 = Q2 = \ldots\ldots\ldots = Qn$$

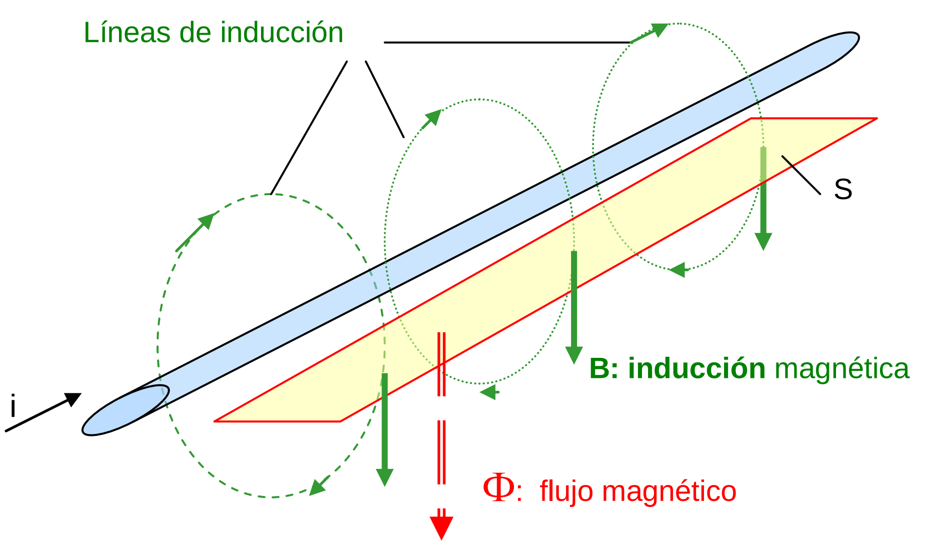
La capacidad total será:

$$C_T = \frac{Q_T}{V} = \frac{\cancel{Q_T}}{\cancel{Q_T} \cdot \left[\frac{1}{C1} + \frac{1}{C2} + \ldots\ldots\ldots + \frac{1}{Cn} \right]}$$

$$\boxed{\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C1} + \frac{1}{C2} + \ldots\ldots\ldots + \frac{1}{Cn}}$$

INDUCTORES

Si por un conductor, circula una corriente I, aparece alrededor del mismo un campo magnético:



H: campo magnético
B: inducción magnética
S: superficie normal a B
Φ: Flujo magnético
μ: permeabilidad magnética del medio.

Los vectores H ; B ; Φ quedan definidos por las expresiones:

$$\begin{cases} B = \mu \cdot H \\ \Phi_S = B \cdot S \end{cases}$$

La dirección del vector inducción magnética B, resulta perpendicular a la dirección de la corriente i.
A su vez el módulo de B resulta proporcional al valor de i:

$$B \sim i$$

Por lo tanto, el flujo resulta también proporcional a i:

$$\Phi \sim i$$

Para poner el signo igual multiplicamos por una constante K:

$\Phi = K \cdot i$ → K es una constante de proporcionalidad que depende del medio donde actúa B; de la forma del conductor; y de las unidades empleadas.

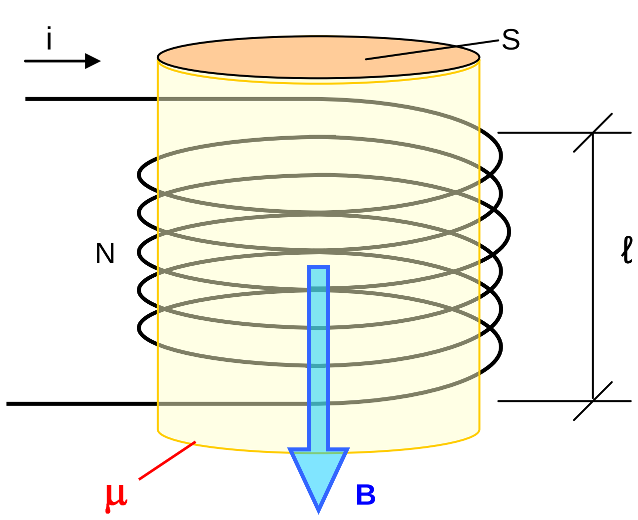
$\Phi = L \cdot i$ → A esa constante la llamamos L : inductancia eléctrica del conductor.

$$\boxed{L = \frac{\Phi}{i}}$$

La unidad de inductancia es: $[L] = \dfrac{\text{weber}}{\text{amper}}$ = Henry

Al dispositivo formado por un conductor, y caracterizado por su inductancia eléctrica, lo llamamos inductor. Se representa con el símbolo:

El valor de inductancia de un inductor constituido por un conductor de forma irregular es muy complicado de calcular, en esos casos, la inductancia se halla experimentalmente.
En la práctica, los inductores tienen una forma regular, siendo el más generalizado el solenoide, conocido popularmente como bobina:



Consiste en un conductor enrolladlo formado por N espiras dispuestas apretadamente.
Siendo:

i: corriente por el inductor
N: nº de espiras
ℓ : largo del inductor
B: inducción magnética dentro del bobinado.
μ: Permeabilidad magnética del medio dentro del inductor.

Dentro del inductor, la inducción B resulta proporcional a la permeabilidad μ, al nº de espiras N, y a la corriente i, e inversamente proporcional al largo ℓ:

$$\boxed{B = \frac{\mu \, . \, N \, . \, i}{\ell}}$$

El flujo creado por cada espira es: $\Phi_{espira} = B \, . \, S$

y el flujo total dentro de la bobina: $\Phi_{Total} = N \, . \, \Phi_{espira}$

Reemplazando:

$$L = \frac{\Phi_{Total}}{i} = \frac{N \, . \, \Phi_{espira}}{i} = \frac{N \, . \, B \, . \, S}{i} = \frac{N \, . \, \mu \, . \, N \, . \cancel{i} \, . \, S}{\cancel{i} \, . \, \ell}$$

Se obtiene el valor de inductancia L de un solenoide, vemos que depende de la forma y de las características magnéticas del material dentro del inductor.

$$\boxed{L = \frac{\mu \, . \, N^2 \, . \, S}{\ell}}$$

LEY DE FARADAY

Si por un inductor circula una corriente que varia en el tiempo, el flujo magnético que crea, también variará :

$$i(t) \longrightarrow \Phi(t)$$

Esta variación del flujo induce en el inductor una f.e.m. llamada: ε : f.e.m. de autoinducción o fuerza contraeléctromotriz

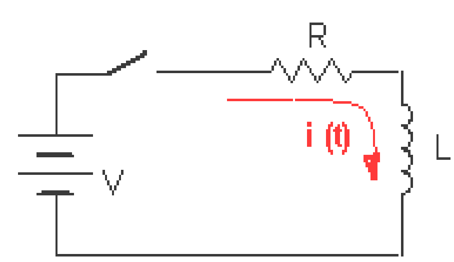
$$\boxed{\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}}$$

El signo de ε es tal que tiende a oponer la variación de la corriente. O sea, si la corriente aumenta , ε tiene sentido opuesto. Si la corriente disminuye, ε tiene el mismo sentido que la corriente.

Siendo: $\Phi = L \, . \, i$

reemplazando: $\varepsilon = -\dfrac{d(L \, . \, i)}{dt} \Rightarrow$ $\boxed{\varepsilon = - L \, . \, \dfrac{di}{dt}}$

CIRCUITO R – L



Al cerrar la llave, comienza a circular la corriente i(t) que irá creciendo hasta el valor en régimen permanente $i = V/R$

Durante el régimen transitorio, o sea cuando la corriente crece, las tensiones en el lazo son:

$$V = V_R(t) + V_L(t)$$

Reemplazando:

$$V = R \, . \, i(t) + L \, . \, \frac{di(t)}{dt} \Rightarrow \frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L} \, i(t) + \frac{V}{L} = 0$$

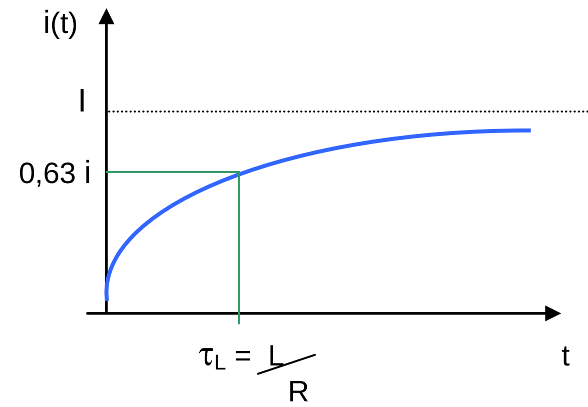
La ecuación diferencial anterior tiene como solución:

$$\boxed{i(t) = I \left(1 - e^{-\frac{R}{L} t} \right)}$$

el tiempo : $\tau_L = \dfrac{L}{R}$ es la constante de tiempo del circuito.

Para: $t = \tau_L = L/R$

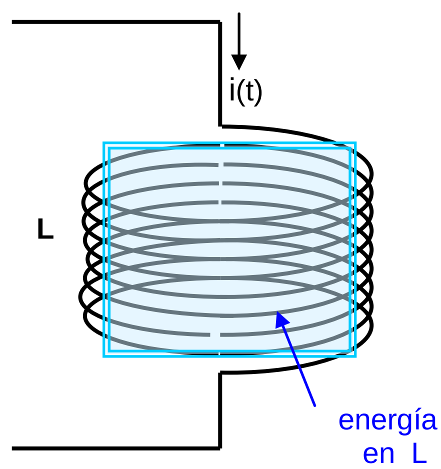
$i(t) = I \cdot (1 - e^{-1}) = I \cdot (1 - 0{,}37) \longrightarrow$



ENERGIA ASOCIADA A UN INDUCTOR

En el circuito R - L teníamos:

$$V = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$



Si multiplicamos todo por i(t) :

$$\underbrace{V \cdot i(t)}_{\text{Potencia suministrada}} = \underbrace{R \cdot i^2(t)}_{\text{Potencia en R}} + \underbrace{L \cdot i(t) \cdot \frac{di(t)}{dt}}_{\text{Potencia en L}}$$

Esto significa que cuando la corriente crece, la tensión V entrega energía al resistor que la disipa en forma de calor, y al inductor que la almacena en forma de campo magnético.
La expresión de potencia es:

$$P = \frac{dW}{dt} \quad \Rightarrow \quad dW = P \cdot dt$$

$$dW = L \cdot i(t) \cdot \frac{di(t)}{\cancel{dt}} \cdot \cancel{dt}$$

$$W = \int_0 L \cdot i(t) \cdot di(t) \quad \Rightarrow \quad \boxed{W = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2}$$

TIPOS DE INDUCTORES

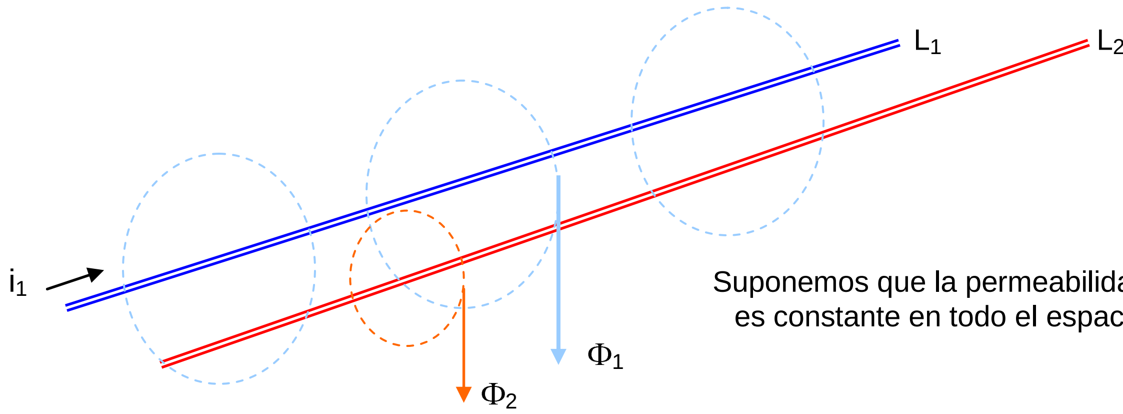
Según la aplicación, los inductores varían en las características del núcleo (en el tipo de material, y La forma geométrica), en las características del arrollamiento (en el nº de capas, y tipo de devanado), y en las características del conductor (existen distintas clases de hilos y alambres).
Podemos decir, a groso modo, que la frecuencia de trabajo del inductor es el principal parámetro que define sus características. Por supuesto, también son considerados los valores de tensión, corriente, factor de mérito, etc.

Inductores

- Baja frecuencia: (hasta 100 Khz)
  - _ valores de L del orden del Hy.
  - _ alto nº de espiras (multicapas).
  - _ núcleos de hierro.
  - _ bajo Q
- Radiofrecuencia: (arriba 100 Khz)
  - _ valores de L del orden del mHy (hasta 2 Mhz), y del orden del μHy (arriba de 2 MHz).
  - _ bajo nº de espiras (monocapas).
  - _ Alto Q

INDUCTANCIA MUTUA

Analicemos un inductor L_1 por donde circula una corriente I_1, que crea un flujo magnético Φ_1, que a su vez atraviesa a otro inductor L_2:



Suponemos que la permeabilidad μ es constante en todo el espacio.

Si la corriente i_1 varia en el tiempo, o sea: $di_1/dt \neq 0$, el flujo tambien varia $d\Phi_1/dt \neq 0$, entonces, el flujo ligado Φ_2 en el inductor L_2 es proporcional a ésta variación de i_1 :

$$d\Phi_2/dt \sim di_1/dt$$

para poner el igual multiplicamos por una constante:

$$d\Phi_2/dt = K \cdot di_1/dt = M_{12} \cdot di_1/dt$$

cte.: Esta constante de proporcionalidad depende de la geometria del sistema, se denomina inductancia mutua, y se designa con la letra M. (si existen sustancias ferromagnéticas, M tambien depende del valor de las corrientes actuantes.)

multiplicando ambos lados por dt , e integrando:

$$\int d\Phi_2/\cancel{dt} \cdot \cancel{dt} = \int M_{12} \cdot di_1/\cancel{dt} \cdot \cancel{dt}$$

resulta:

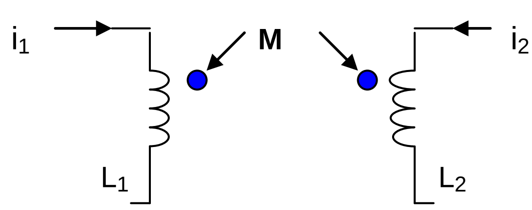
$$\boxed{M_{12} = \frac{\Phi_2}{i_1}} \quad (1)$$

por un razonamiento análogo se demuestra:

$$\boxed{M_{21} = \frac{\Phi_1}{i_2}} \quad (2)$$

la unidad de inductancia mutua será: $\left[M \right] = \dfrac{\text{weber}}{\text{Amper}} = \text{henry}$

Representamos a la inductancia mutua como dos inductores acoplados magneticamente:



Los extremos marcados son los llamados bornes homólogos.

multiplicando (1) por (2) :

$$M \cdot M = \frac{\Phi_2}{i_1} \cdot \frac{\Phi_1}{i_2} = \frac{\Phi_1}{i_1} \cdot \frac{\Phi_2}{i_2} = L_1 \cdot L_2$$

se obtiene:

$$M = \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

a la relación: $\dfrac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}} = K$: coheficiente de acoplamiento el coheficiente de acoplamiento K toma valores: $0 \leq K \leq 1$

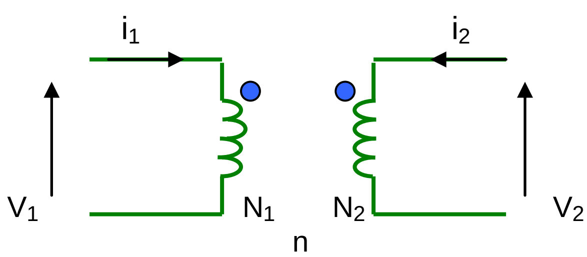
para: $K \rightarrow 0$ (acoplamiento débil) : en éstos casos, el estudio y cálculo del circuito se hace a partir de los valores de M.

para: $K \rightarrow 1$ (acoplamiento fuerte) : en éste caso, seguramente dado por la presencia de sustancias ferromagnéticas, en el estudio y cálculo se utiliza la relación de tensiónes actuantes. Por ejemplo, en un transformador se usa:

$$\boxed{n = \frac{v_2}{v_1}} \quad \text{relación de transformación}$$

TRANSFORMADOR IDEAL ELEMENTAL

Un transformador es un componente formado por dos arrollamientos acoplados magnéticamente.
Se concidera que un transformador es ideal, cuando los arrollamientos tienen la disposición y caracteristicas siguientes: no tienen pérdidas, sus inductancias tienden a infinito, y el acoplamiento magnético es perfecto.



Para que exista inducción en el secundario y aparezca la tensión V2, se debe cumplir que en el primario la tensión V_1varie en el tiempo. Si la tensión V_1 es constante, existirá campo magnético y flujo, pero siendo éstos constantes, no existirá inducción, por lo tanto no habrá tensión en el secundario.

para las condiciones ideales:

$$P_{primario} = P_{secundario} \quad \Rightarrow \quad v_1 \cdot i_1 = v_2 \cdot i_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{v_2}{v_1} = \frac{i_1}{i_2}$$

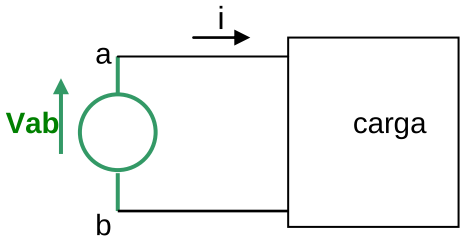
$$V_1 \cdot i_1 = V_2 \cdot i_2 \quad \longrightarrow \quad L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} \cdot i_1 = L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} \cdot i_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{i_1^2}{i_2^2} = \frac{L_2}{L_1}$$

$$M_{1\text{-}2} = M_{2\text{-}1} \quad \Rightarrow \quad \frac{N_1 \cdot \cancel{\Phi}}{i_2} = \frac{N_2 \cdot \cancel{\Phi}}{i_1} \quad \Rightarrow \quad \frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

relación de transformación : $\boxed{n = \frac{V_2}{V_1} = \frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}}$

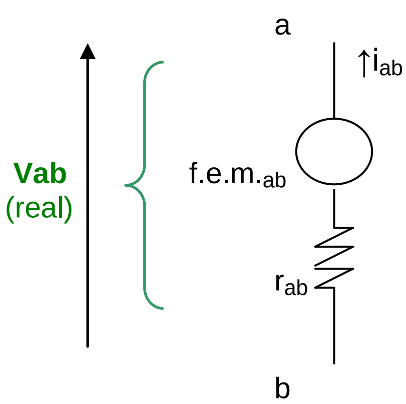
FUENTE IDEAL Y FUENTE REAL DE TENSION

Decimos que entre dos terminales a y b existe una fuente ideal de tensión, si la tensión Vab está especificada y es independiente del tipo, y del valor de los elementos conectados a dichos terminales.



Según la definición anterior, la fuente Vab será ideal, si independientemente de la carga y de la corriente i, el valor y la forma de Vab coincide con la especificada.

En la práctica, en las fuentes de tensión reales, el valor de tensión entre sus terminales dependerá de la corriente que circule por ellas.
Podemos decir entonces, que una fuente ideal de tensión, tiene asocida una resistencia interna de valor nulo, y que una fuente real de tensión tiene asociada una resistencia de valor no nulo.
Podriamos representar a una fuente de tensión, acoplandole un resistor en serie:



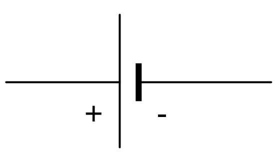
$r_{ab} = 0$ (fuente ideal) $\Rightarrow$ $Vab = f.e.m._{ab}$

$r_{ab} \neq 0$ (fuente real) $\Rightarrow$ $Vab \neq f.e.m._{ab}$

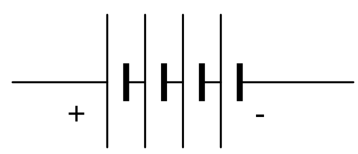
$$\boxed{Vab = f.e.m._{ab} - r_{ab} \cdot i_{ab}}$$

para circuito abierto: $V_{ab} = 0$ $\Rightarrow$ $Vab = f.e.m._{ab}$

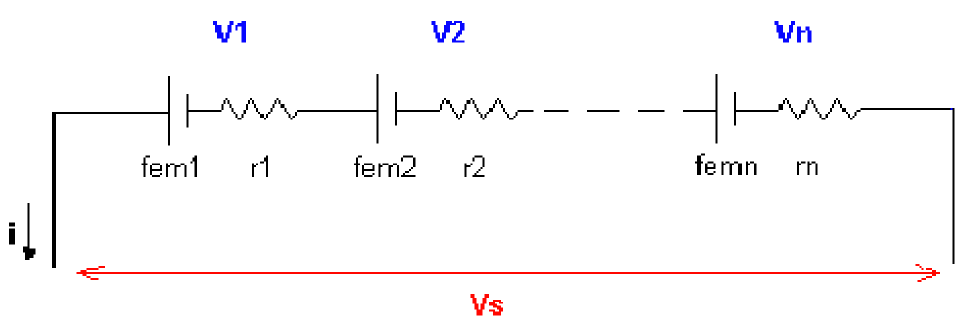
las fuentes de tensión de c.c. también se representan:



en el caso de batería de gen. de V:



CONEXIÓN SERIE DE FUENTES DE TENSIÓN C.C.



$V = fem - Vr$

$V = fem - r \cdot i$

sumando las tensiones en el lazo:

$$Vs = V1 + V2 + \ldots\ldots + Vn$$

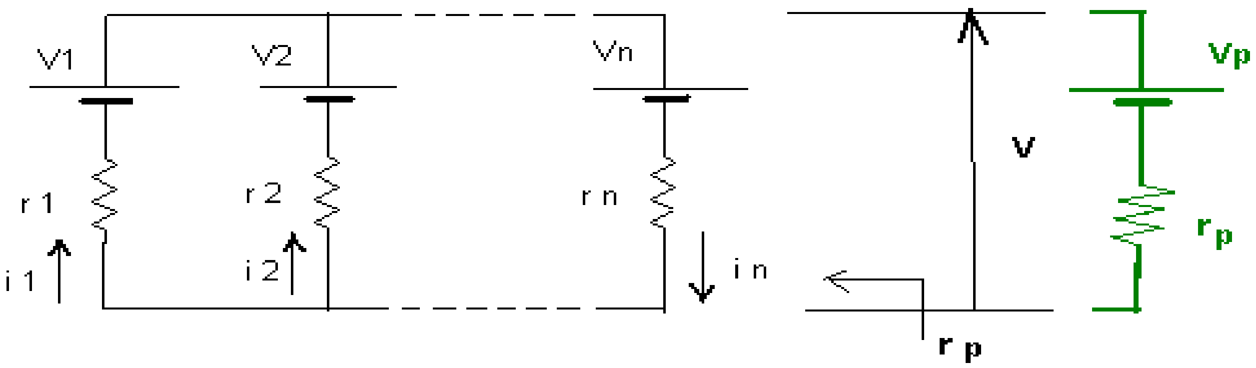
$$Vs = (fem\ 1 - r1 \cdot i) + (fem\ 2 - r2 \cdot i) + \ldots\ldots + (fem_n - r_n \cdot i)$$

reagrupando se obtiene:

$$\boxed{\begin{array}{l} Vs = \sum (fem_n - r_n \cdot i) \\ rs = \sum r_n \end{array}}$$

La tensión Vs resultante de la conexión en serie de n fuentes, es la suma algebraica de las n fem menos la caída de tensión interna de cada fuente.

CONEXIÓN EN PARALELO DE FUENTES DE TENSIÓN C.C.



Se deberá plantear las ecuaciones correspondientes, respetando el sentido de las corrientes y la pola-
ridad de los generadores.
Para las corrientes, en el nodo común, la suma algebraica (o sea, con su signo) debe ser nula:

<u>Nodo común:</u> $\sum i = 0$

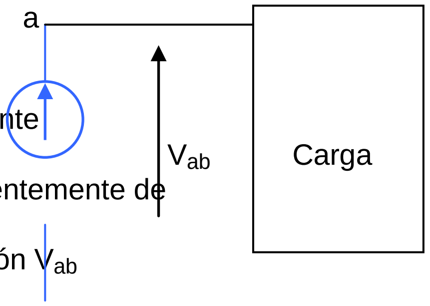
El resto de las ecuaciones surge de sumar algebraicamente las tensiones en cada lazo del circuito:

<u>Lazo n:</u> $\left[\pm V_n \pm r_n \cdot i_n \pm V \right] = 0$

el signo de cada término, dependerá de la polaridad de cada generador, y del sentido de la corriente en cada rama.
En definitiva, el sistema de ecuaciones estará formado por una ecuación de nodos, y un nº de ecua- ciones de mallas igual al nº de ramas del circuito menos una.

FUENTE IDEAL Y FUENTE REAL DE CORRIENTE

Decimos que entre dos terminales a y b hay una fuente ideal de corriente, si la corriente i_{ab} está
especificada, y es independiente del tipo, y del valor de los elementos conectados a dichos terminales.

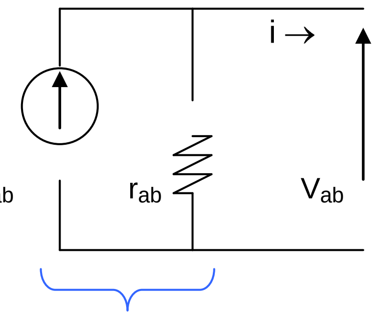


La definición anterior implica que en una fuente ideal de corriente i_{ab}, independientemente de las condiciones de la carga y de la tensión V_{ab}

la corriente coincide con la especificada.

b

En la práctica, las fuentes reales de corriente sí son dependientes de la tensión existente entre sus ter-
minales. Se puede representar una fuente de corriente asociándole un resistor en paralelo, siendo el valor del mismo, lo que determinará la condición de ideal ó real de la fuente.



i_{ab} (real)

$r_{ab} = \infty$ (fuente ideal) $\Rightarrow$ $i_{ab} = i$

$r_{ab} = \not\infty$ (fuente real) $\Rightarrow$ $i_{ab} \neq i$

para la condición de c.c. ($V_{ab} = 0$) $\Rightarrow$ $i_{ab} = i$