

📌 1. Pumping Lemma nedir? (Regular Diller için)

Pumping Lemma, bir dilin **regular** (düzenli) olup olmadığını kanıtlamak ya da çürütmek için kullanılan bir yöntemdir. Amaç şudur:

Eğer bir dil **regular** ise, o zaman o dildeki **yeterince uzun bir kelime** mutlaka belirli bir şekilde "**pompalanabilir**" olmalıdır.

🧠 Pumping Lemma'nın tanımı (Formal hali)

Eğer bir dil L **regular** ise, o zaman bir **pumping length** (pompalama uzunluğu) p vardır. Ve eğer $w \in L$ ve $|w| \geq p$ ise, o zaman w üç parçaya ayrılabilir:

$$w = xyz$$

şöyle ki:

1. $|xy| \leq p$
2. $|y| > 0$ (y boş olamaz!)
3. $\forall i \geq 0, xy^iz \in L$

Yani y kısmı istendiği kadar tekrar edilebilir ve kelime yine o dilde olur.

✅ Regular dil örneği

Diyelim ki dilimiz şu:

$$L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$$

Bu dil **non-regular**'dır! Ama diyelim ki regular olduğunu **varsayalım** ve çelişki çıkaralım (Pumping Lemma'nın temel stratejisi budur).

🔍 Adımlar:

1. L regular varsayalım.
2. Pumping Lemma geçerli olmalı \rightarrow bir p vardır.
3. $w = a^p b^p$ seçelim. (Uzunluğu en az p olan bir kelime)
4. $w = xyz$, ve $|xy| \leq p \rightarrow$ o zaman x ve y sadece a 'lardan oluşur.
5. y boş değil \rightarrow içinde en az bir a var.

6. Şimdi $i = 0$ için bakalım: $xy^0z = xz$

→ Bu durumda a'ların sayısı **azaldı**, b'ler aynı kaldı → yani artık $a^k b^p$, $k < p$

Bu yeni kelime artık L 'de **değil** çünkü a ve b sayıları eşit değil.

! Sonuç:

Varsayımımız çelişki doğurdu → O zaman **L regular değildir**.



Özet Strateji (Non-Regular olduğunu göstermek için)

1. Dilin regular olduğunu varsay.
2. Pumping Lemma şartlarının geçerli olduğunu kabul et.
3. Uygun bir w seç.
4. Her olası xyz ayrımı için y 'nin tekrarlandığı ($i = 0, 2, \dots$) yeni kelimeleri düşün.
5. Yeni kelimelerden biri dilde değilse → çelişki → dil **non-regular**