Denavit Hartenberg

Verónica E. Arriola-Rios

Robótica móvil

23 de octubre de 2024

Temas

1. Marcos de referencia
2. Matrices de transformación
3. Cinemática inversa

Eslabón

Definición (Eslabón)

Un eslabón es un cuerpo sólido con al menos un punto particular, llamado *nodo*, que soporta el montaje de otro eslabón.

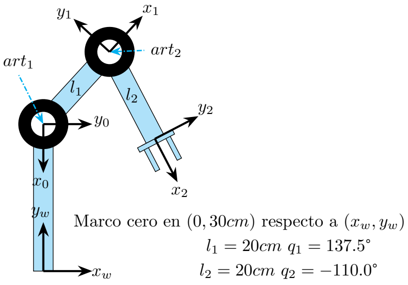


Figura: Cadena con dos eslabones: l_1 y l_2

Asignación de marcos de referencia

Para un eslabón i con dos nodos:

- Alinear z_i con el eje en movimiento de la articulación distal.
- La articulación proximal J del enlace i también tiene el índice i, ya que ella es la responsable de su comportamiento.
- El origen o del marco de referencia se coloca en la intersección entre el eje z_i y el vector normal común a los ejes z_{i-1} y z_i.
- El eje x se coloca sobre el vector normal anterior, $\hat{x}_i = \hat{z}_i \times \hat{z}_{i-1}$. Sin son paralelos x_i va de z_{i-1} a z_i.
- El eje y se elige con la regla de la mano derecha.

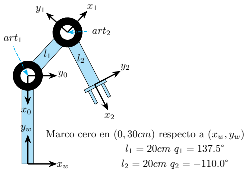
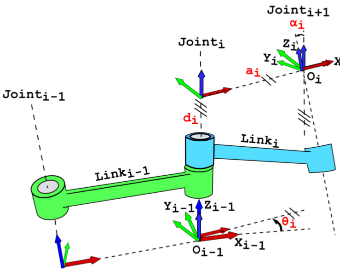
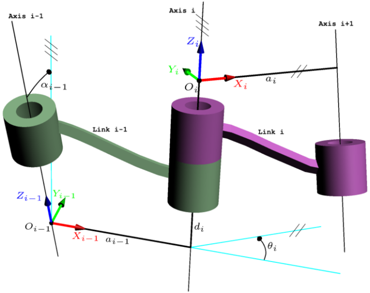


Figura: El eslabón l_1 tiene dos nodos.

Asignación clásica y alternativa



(a) Convención clásica, parámetros distales.



(b) Convención modificada, parámetros proximales.

Fuente: https://en.wikipedia.org/wiki/File:Classic_DH_Parameters_Convention.png
Fuente: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:DHParameter.png

Cadena cinemática abierta simple

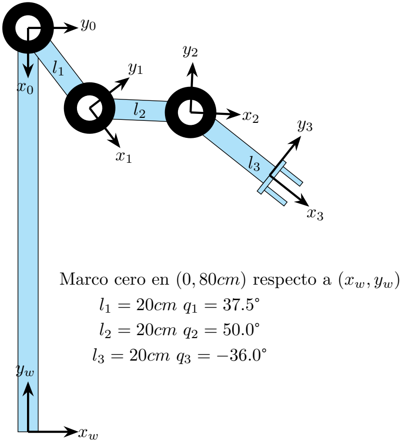


Figura: Cadena cinemática abierta simple con cuatro eslabones planos (incluyendo el eslabón base). El marco w es el sistema de coordenadas del mundo.

Temas

Denavit Hartenberg

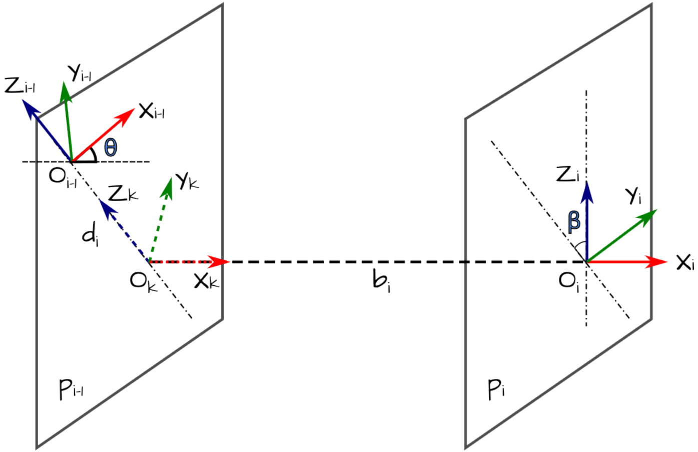


Figura: Cuatro transformaciones permiten trasladar el marco i a la posición del marco $i - 1$.

Para expresar las coordenadas del marco i con respecto al marco $i-1$ sean:

1. β_i: ángulo de rotación alrededor del eje X_i para alinear los ejes Z;
2. b_i: desplazamiento lineal a lo largo del eje X_i para colocar los orígenes sobre el mismo plano;
3. θ_i: ángulo de rotación alrededor del eje Z_{i-1}, que es la *variable de la articulación* si i es una articulación revoluta.
4. d_i: desplazamiento lineal a lo largo del eje Z_{i-1}, que es la *variable de la articulación* si la articulación i es prismática.

Matriz de transformación homogénea

$$T = \begin{bmatrix} R_{3\times 3} & P_{3\times 1} \\ F_{1\times 3} & W_{1\times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Rotación} & \text{Traslación} \\ \text{Perspectiva} & \text{Escalado} \end{bmatrix}$$

1. Traslación y rotación alrededor del eje X.

$$^{k}M_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & b_i \\ 0 & \cos(\beta_i) & -\mathrm{sen}(\beta_i) & 0 \\ 0 & \mathrm{sen}(\beta_i) & \cos(\beta_i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{1}$$

2. Traslación y rotación alrededor del eje Z.

$$^{i-1}M_k = \begin{pmatrix} \cos(\theta_i) & -\mathrm{sen}(\theta_i) & 0 & 0 \\ \mathrm{sen}(\theta_i) & \cos(\theta_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

3. Para obtener las coordenadas del marco i con respecto a $i-1$:

$$^{i-1}M_i = Tra_{z_{i-1}}(d_i)Rot_{z_{i-1}}(\theta_{z-1})Tra_{x_i}(b_i)Rot_{x_i}(\beta_i)$$

Temas

Dada la posición del efector

1. Determinar la posición final del efector final en coordenadas cartesianas en términos de las coordenadas generalizadas.

$$\vec{q}^0 =^0 M_n \vec{q}^n \tag{3}$$

2. Obtener el Jacobiano.
3. Indicar una posición inicial, para la cual conocemos las coordenadas generalizadas. Por ejemplo el vector $\vec{0}$.
4. Evaluar el Jacobiano $\mathbf{J}$ en la posición actual $\vec{q}$ y calcular ahí su pseudoinversa $\mathbf{J}^+$.
5. Multiplicar la pseudoinversa por el error: la diferencia entre la posicion actual y la posicion deseada.

$$\vec{q}^{i+1} = \vec{q}^i + \mathbf{J}^+(\vec{r}^{meta} - \vec{r}^i) \tag{4}$$