



Grafer

IN2010 gruppe 3



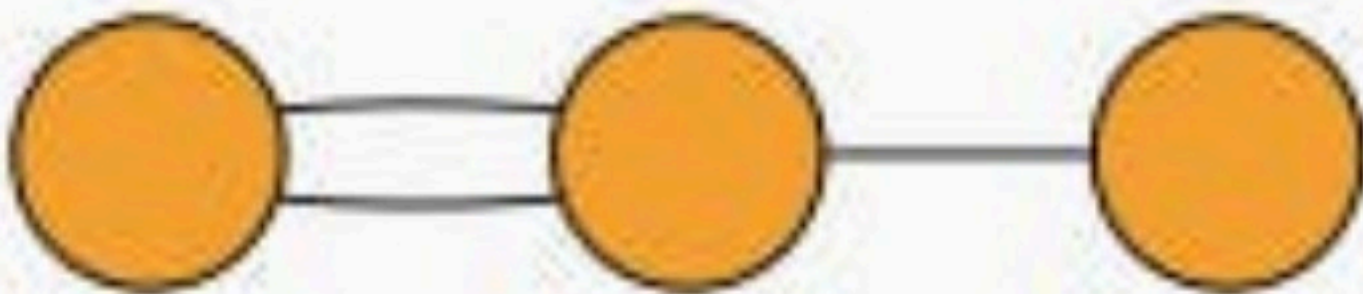
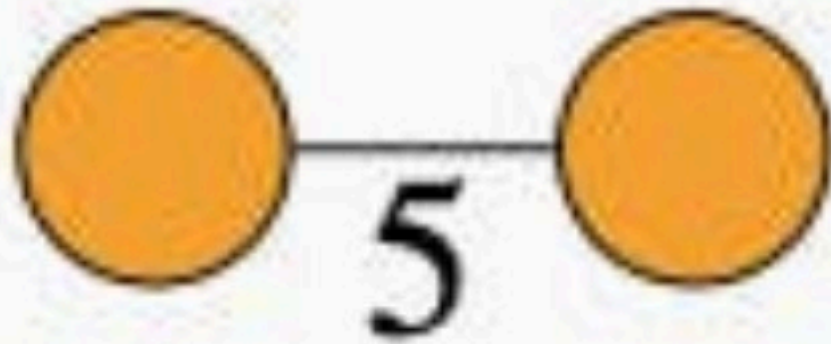
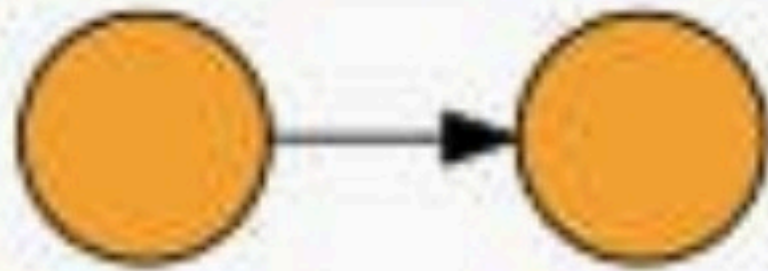
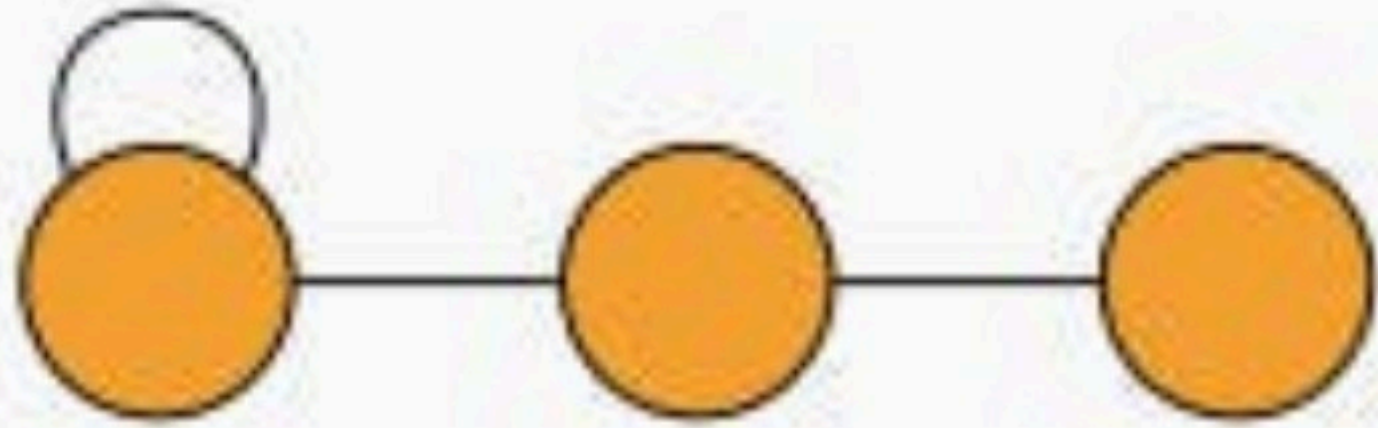
Plan for dagen

- Definisjon av grafer (masse begreper)
- Representasjon
- Traversering av grafer (BFS og DFS)
- Topologisk sortering

Grafer er...

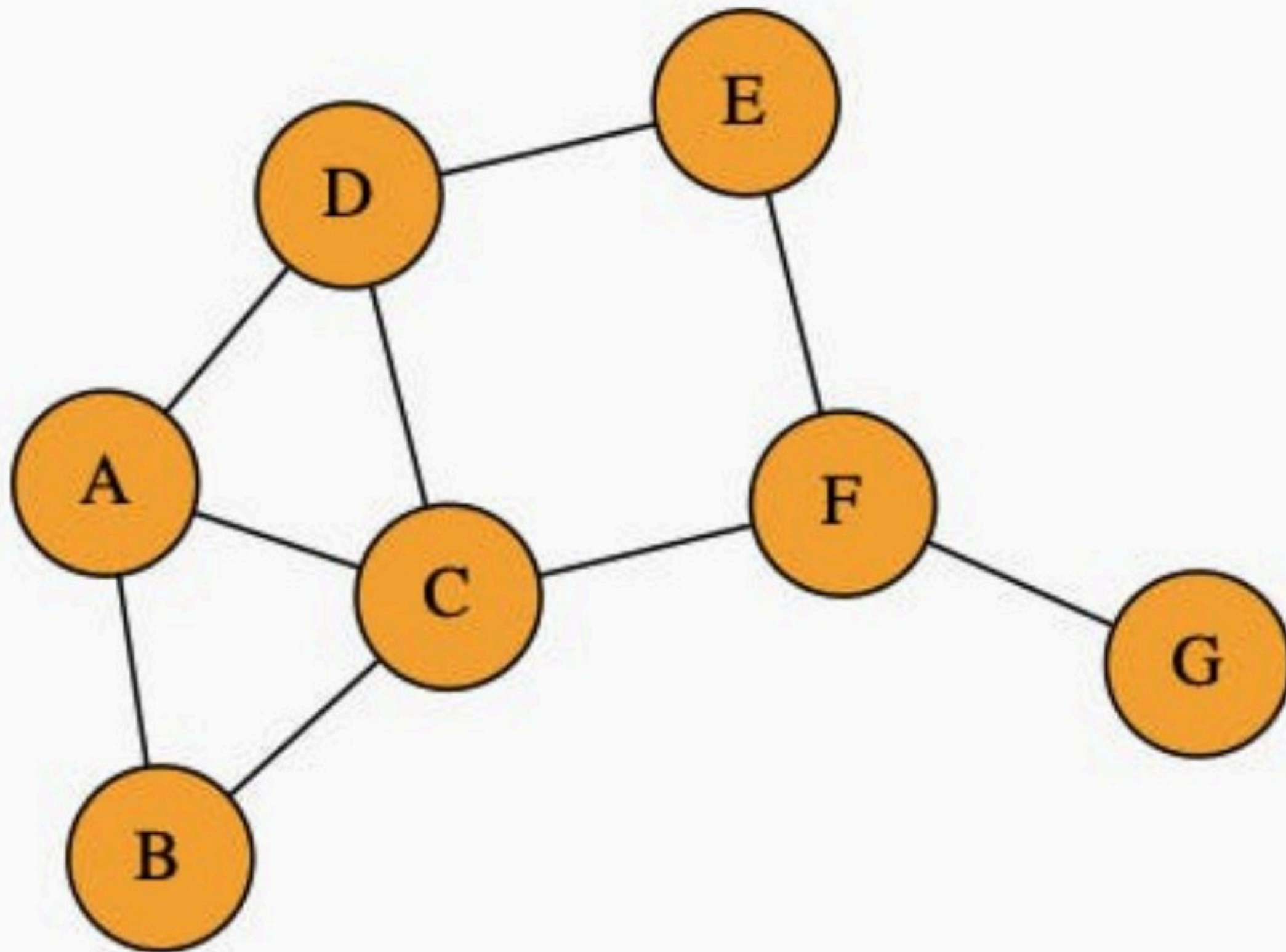
En mengde noder (V for vertices), og en mengde kanter (E for edges) mellom noder

Alle trær er grafer, men ikke alle grafer er trær!



Begreper, *grafer kan ha/være...*

- (Enkle) løkker
- Parellele kanter
- Vektet/uvektet
- Rettet/urettet
- *Enkel* graf
- Syklisk/asyklisk



Flere begreper

- Stier (ikke gjenta noder)
- Veier (ikke gjenta kanter)
- Grad (inn- og ut-grad)
- Komplette graf
- Komponenter ("*sub-graf*")

Hva kan vi beskrive ved hjelp av grafer?

Sannsynlighet

relasjoner

kart

Ivennekretser

LinkedIn-forbindelser

relasjoner

data

filtrær

Data med mange relasjoner

Hva kan vi beskrive ved hjelp av grafer?

klassehierarki

morgenrutine

nettverk


```
1 class Node:
2     def __init__(self, data):
3         self.data = data
4         self._naboer = []
5
6     def leggTilNabo(self, nabo):
7         self._naboer.append(nabo)
8
9
10 class Graf:
11     def __init__(self):
12         self._graf = {}
13
14     def leggTilKant(self, u, v):
15         uNode = self._hentNode(u)
16         vNode = self._hentNode(v)
17
18         if (self._rettet):
19             uNode.leggTilNabo(vNode)
20         else:
21             uNode.leggTilNabo(vNode)
22             vNode.leggTilNabo(uNode)
23
24     def _hentNode(self, data):
25         if (data not in self._graf):
26             self._graf[data] = Node(data)
27         return self._graf[data]
28
```

Representerer grafer

Nabolister, nabomatrise, (objekt-orientert).

Kombinasjon av OO og naboliste

Node1.kanter = [Node2, Node3, Node4]

Prekode: https://github.uio.no/veroninh/IN2010-Gruppe-3/blob/master/uke4/graf_prekode.py

DFS, Dybde-først søk

- Reis så dypt som mulig i en retning, så en annen, osv.
- Kan gjøres med en stack (enklere med rekursjonsstacken)
- $O(|V|+|E|)$
- *I et tre ville man gått helt ned til løvnoden*




```
1
2 def DFS(G,s):
3     visited(s) = true           # Markerer start-noden som besøkt
4
5     for each edge (s,v) do:     # For hver kant ut fra start-noden,
6         if visited(v) = false then: # om kanten leder til en ikke-besøkt node,
7             DFS(G,v)           # kall på DFS med den
8     end
9
10 # Sørger for alle noder blir besøkt dersom vi har flere komponenter
11 def DFS-full(G):
12     for each vertex v in G do:   # For hver node i grafen,
13         if visited(v) = false then: # om noden ikke er besøkt,
14             DFS(G,v)           # kall på DFS med den
15     end
16
```

Dybde-først søk pseudokode



BFS, Bredder-først søk

- Besøk alle noder lagvis, fra startnoden/sentrum og utover
- Kan bruke en kø, legg til alle noder i neste lag på køen
- $O(|V|+|E|)$
- *I et tre ville man sett på alle noder med samme dybde, så dybde-1, osv*




```
1 def BFS(G, s):
2     queue = new empty []
3
4     visited(s) = true           # Markerer start-noden som besøkt
5     queue.add(s)               # og legger den til i køen
6
7
8     while queue.size() != 0:    # Mens det er noder igjen i køen,
9         v = queue.pop(0)       # fjern neste node
10
11         for each edge (v, w) do: # For hver kant ut fra noden,
12             if visited(w) = false then: # om kanten leder til en ikke-besøkt node,
13                 visited(w) = true      # så besøker vi den
14                 queue.add(w)           # og legger den til i køen
15             end
16         end
17     end
```

Bredde-først søk, pseudokode



Topologisk sortering

- Bruker DAG-graf (rettede, asykliske grafer)
- Topologisk sortering gir oss lovlig rekkefølge av "utføring" (eller sier ifra om sykel)
 - Legg alle noder med inngrad 0 på køen (dvs. ingen avhengigheter)
 - Plukk vekk en node fra køen
 - Fjern kantene som peker ut av denne noden
 - Repeter til grafen er tom
- $O(|V|+|E|)$




```
1
2 def TopologiskSortering(G):
3     S = new empty Stack
4     for each vertex v in G do:           # Legger til alle noder med null inngående kanter
5         if inDeg(v) == 0 then:           # (dvs. inDeg=0) på stacken
6             S.push(v)
7     end
8
9     i = 0                                # Teller for antall elementer vi "utfører"
10    output = []
11    while S not empty do:                 # Mens vi enda har flere ting igjen å "uføre"
12        v = S.pop()                       # Plukker ut en node og
13        output[i] = v                     # "utfører" den
14        i += 1
15
16        for each edge (v,w) in G do:      # Minsker inDeg for alle naboene til v,
17            inDeg(w) -= 1
18            if inDeg(w) == 0 then:         # legger dem til på stacken om de får inDeg = 0
19                S.push(w)
20        end
21    end
22
23    if i == G.size() then:
24        return output
25    else:                                 # Om vi ikke har utført like mange noder
26        return "G has a cycle"           # som det er i grafen, så har vi en syklus
27
```

Topologisk sortering, pseudokode

