

Разбор некоторых задач конкурса «Задачи»
по теме «1. Сортировки и бинарный поиск
по ответу»

Егор Подлесов

20.01.2022

Задача А. Автобусы

Представим автобусные остановки в виде связного неориентированного графа, исходя из условий задачи, данный граф является деревом. При помощи алгоритма поиска в ширину найдём максимальное время которое потребуется, чтобы добраться до работы, обозначим его max_dist , и множество всех вершин, время пути до которых равно max_dist обозначим это множество – U .

Утверждение 1:

Если ответ существует, станция должна быть поставлена в одной из вершин дерева с корнем в вершине – v , где v такая, что

1. В v по условию задачи есть станция метро.
2. Расстояние от этой вершины v до всех вершин множества U равно max_dist .

Найти вышеописанную вершину v можно с помощью алгоритма BFS. Временная сложность $O(N)$

Утверждение 2:

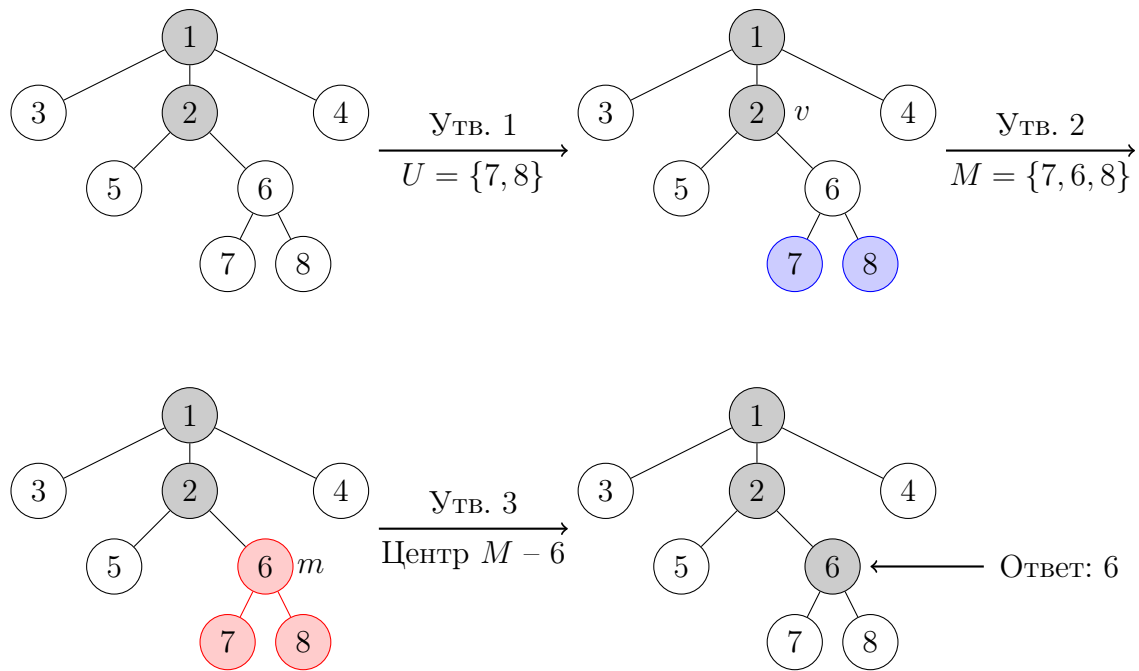
От дерева v можно перети к его собственному (то есть не содержащему вершину v) поддереву – M с корнем в вершине m , которое содержит все вершины из множества U . Если такого поддерева не существует, то **нельзя, поставив ровно одну** станцию метро, уменьшить max_dist . Соответственно можно вывести в ответе любую вершину в которой еще нет станции метро (так как по условию $M < N$, такая вершина найдется). Переход к поддереву M также можно осуществить при помощи BFS за $O(N)$.

Утверждение 3:

Ответом будет одна из вершин центра дерева M . Про нахождения центра дерева можно почитать [здесь](#), заранее можно сказать что алгоритм нахождения центра дерева имеет временную сложность $O(N)$.

Временная сложность решения $O(N)$.

Ниже проиллюстрирована работа алгоритма на входных данных из первого примера:



Однако если бы исходный граф выглядел таким образом, то согласно утверждению 2 нельзя поставить ровно одну станцию метро так, чтобы значение \max_dist уменьшилось.

