Modèles de mélange de densités

Introduction

Véronique Tremblay

Synonymes

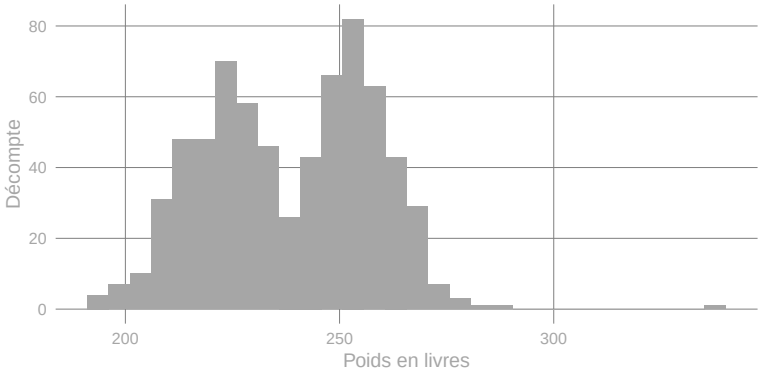
- Mélange de densités
- Model-based Clustering
- Mixture Modeling / modèles de mélange
- Gaussian mixture
- Latent Class Analysis (LCA) pour des variables nominales ou ordinales
- Latent Profile Analysis (LPA) pour des variables continues

Avantages de cette approche

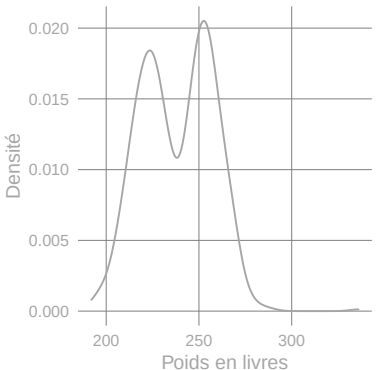
- Plusieurs types de variables
- Pas besoin de standardiser, ni de choisir une mesure de distance
- Elle se base sur la **vraisemblance**
- Permet d'obtenir une probabilité d'appartenance à un groupe

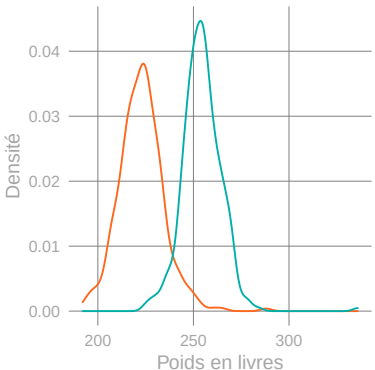
Le concept

Exemple classique



Exemple classique





Posons Y, un jeu de données de n observations et P variables.

$$f(Y, \theta) = \sum_{i=1}^{K} \pi_i f_i(Y, \theta_i)$$

Y : Les données

f_i : la loi du groupe i

π_i : le poids du groupe i ($\sum^K \pi_i = 1$)

θ_i: les paramètres de la loi du groupe i

$f(x)$ dépend du type de variable

Type d'attribut	Densité (paramètre-s)
Binaire	Binomiale $(\theta = p)$
Nominale + ordinale	Multinominale$(\theta = p_1, ..., p_{k-1})$
Dénombrement	Poisson$(\theta = \mu)$
Continue	Normale$(\theta = \mu, \sigma^2)$
Continue positive	Gamma$(\theta = \alpha, \beta)$
Continue entre zéro et un	Beta$(\theta = \alpha, \beta)$

Estimation des paramètres

La vraisemblance aura la forme suivante:

$$\mathcal{L}(\theta|Y) = \prod_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{K} \pi_i f(Y_j, \theta_i)$$

La log-vraisemblance sera :

$$\ell(\theta|Y) = \sum_{j=1}^{n} \log \left[\sum_{i=1}^{K} \pi_i f(Y_j, \theta_i) \right]$$

Résumé

- Mélange de densités
- Basé sur le maximum de vraisemblance