

Trabajo Práctico de Análisis de Circuitos

- **Alumna:** Verónica Romina Bustamante
- **Cuatrimestre:** 1^{er} cuatrimestre 2019
- **Turno:** Mañana

1 Introducción

Se desea implementar un filtro cuya transferencia sea:

$$H(s) = \frac{s^2}{s^2 + 2666 \cdot s + 3.553 \times 10^6} \quad (1)$$

La cuál podemos leer de la siguiente forma:

$$H(s) = \frac{h_0 \cdot s^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} \cdot s + \omega_0^2} \quad (2)$$

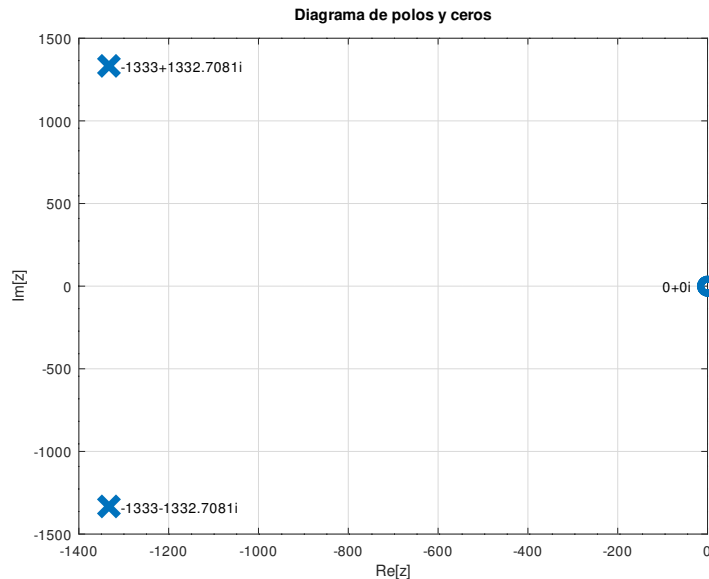
La transferencia es del tipo pasa-altos, teniendo un cero doble en el origen y un par de polos complejo-conjugados en el semiplano izquierdo.

Otra forma de ver que es un pasa-altos es fijándose el valor de Q (que deberá ser mayor a 0,5) y que la transferencia cumple de forma simultánea que:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} |H(j\omega)| = 0 \quad \lim_{\omega \rightarrow \infty} |H(j\omega)| = 1$$

2 Polos y Ceros de la transferencia

Los polos son $p_{1,2} = -1333 \pm 1332.7j$ y los ceros son $z_{1,2} = 0 + 0j$



2.1 Parámetros que caracterizan al filtro

Observando la ecuación de la transferencia del filtro podemos obtener fácilmente que:

$$h_0 = 1$$

Y operando en el denominador:

$$s^2 + 2666 \cdot s + 3.553 \times 10^6 = s^2 + \frac{\omega_0}{Q} \cdot s + \omega_0^2$$

Con lo cual, comparando, lo más sencillo de ver es que:

$$\omega_0 = \sqrt{3.553 \times 10^6} = \sqrt{3.553} \times 10^3 = 2\pi \cdot 300$$

Y sabiendo la relación entre frecuencia de corte y pulsación:

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 300$$

Además, puede observarse que:

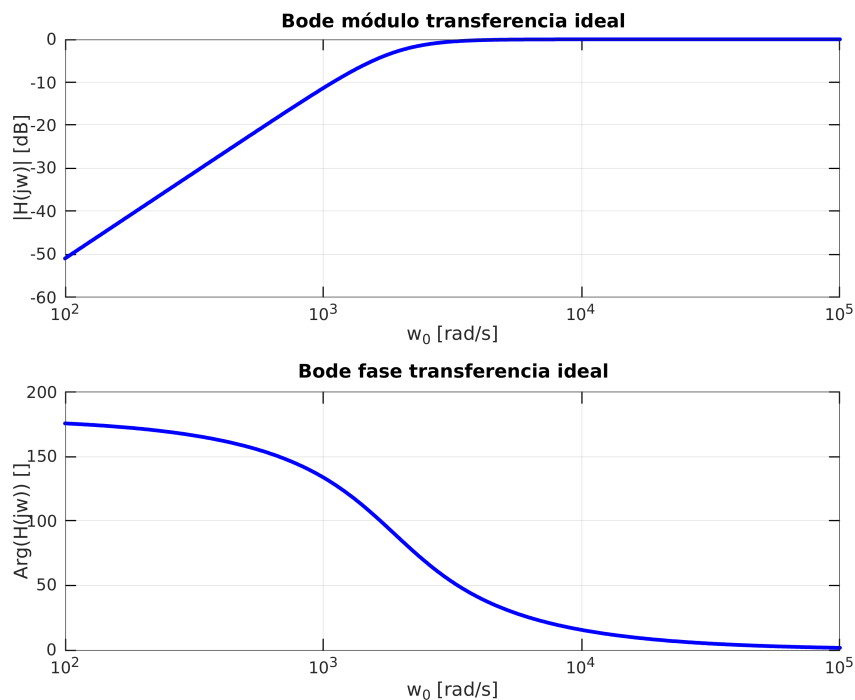
$$2666 = \frac{\omega_0}{Q}$$

De tal forma que si se reemplaza el valor de ω_0 en la ecuación, obtenemos que:

$$Q = \frac{\omega_0}{2666} = 0.7070293764$$

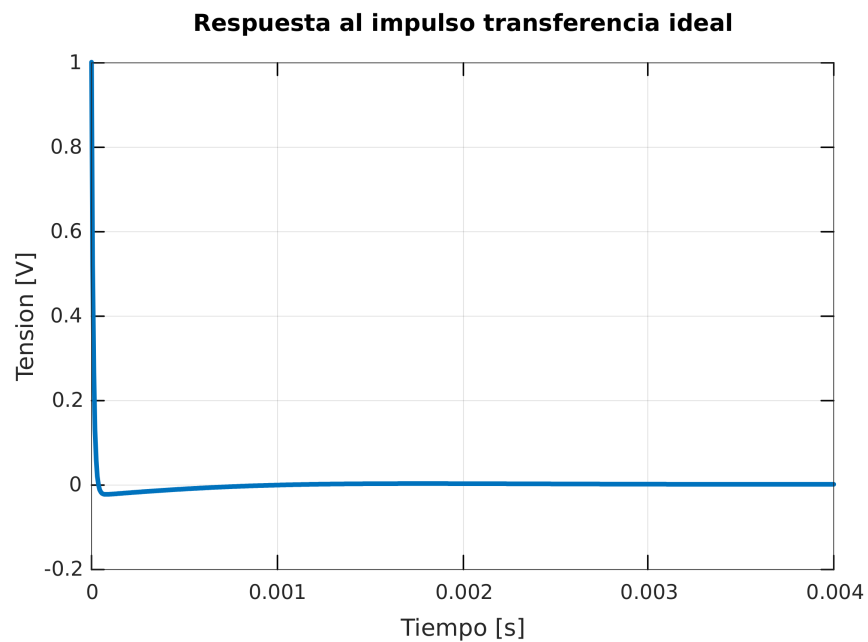
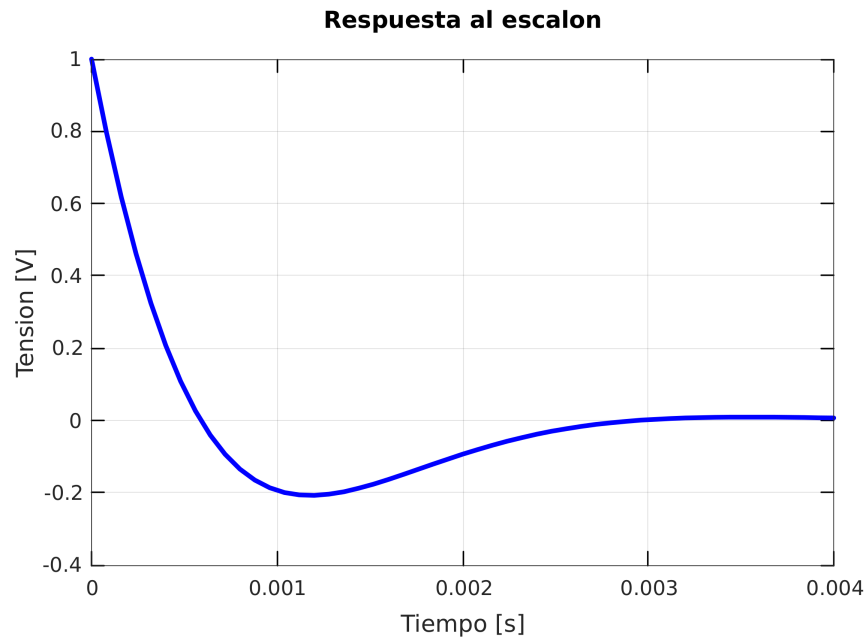
2.2 Diagrama de Bode (módulo y fase)

Realizamos el diagrama de Bode para ambos casos.



2.3 Respuesta al escalón y respuesta al impulso

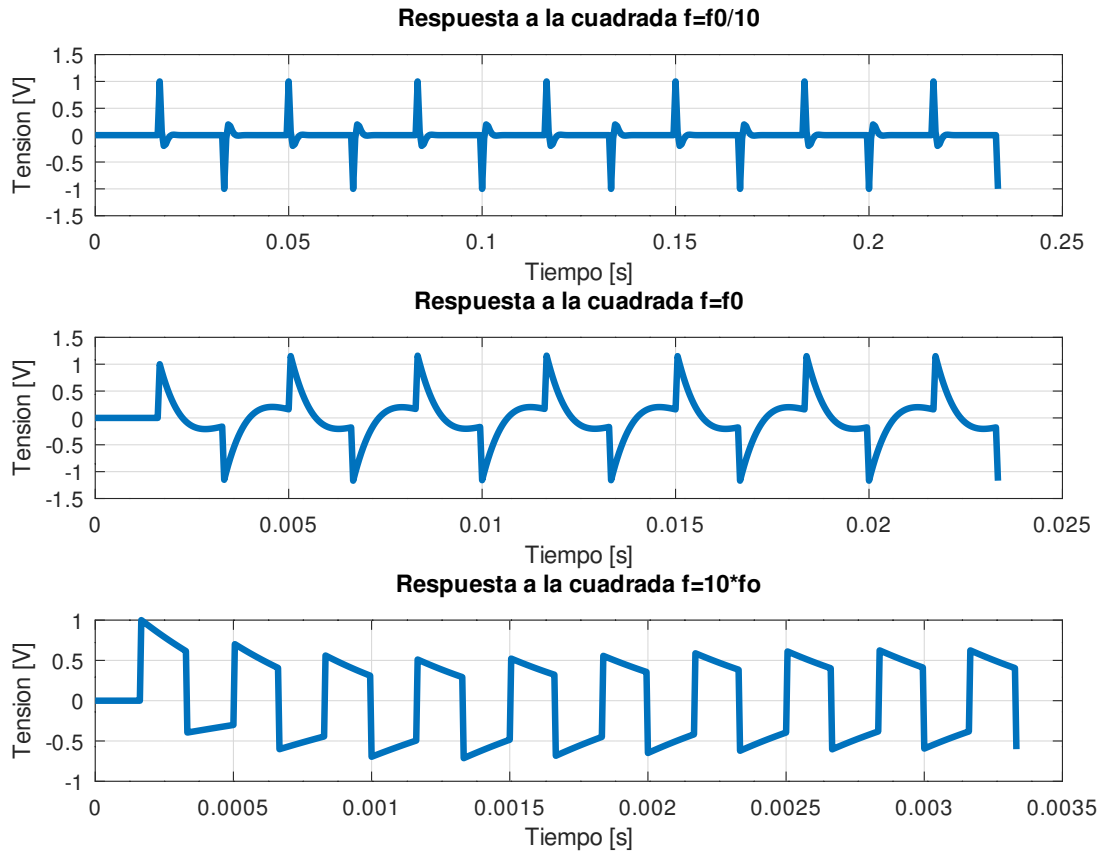
Mostraremos las respuestas al escalón y al impulso generadas por un script en Octave. Para el caso de la respuesta al escalón nos inventaremos una función dado que se necesitará más adelante también una función de dichas características.



2.4 Respuesta a cuadradas

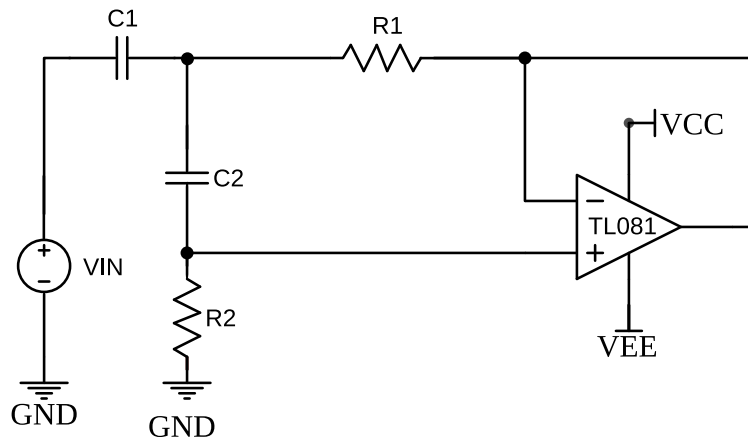
Mostraremos la respuesta a 3 cuadradas en un script hecho en Octave para 3 frecuencias:

$$f = \frac{f_0}{10}, f = f_0 \text{ y } f = 10 \cdot f_0$$



2.5 Circuito con Opamps para la transferencia propuesta

Para la implementación, se adoptó un filtro del tipo *Sallen-Key* pasa-altos, ya que son muy simples circuitalmente y poseen un buen comportamiento en cuanto a la tolerancia de los componentes.



El circuito produce un filtro pasabajo o pasaalto de dos polos usando dos resistencias, dos capacitores y un opamp. Si deseásemos un filtro de orden mayor u otro tipo de filtro, bastaría con poner en cascada varias etapas. Además, de necesitarse, es muy simple armar un pasaaltos a partir de un pasabajos para este tipo de filtros (*M.E.Van Valkenburg, "Analog Filter Design", cap.6, pp.180*)

De esta forma, tomando el cuenta el Capítulo 6 del libro citado, podemos determinar que para un pasaaltos de segundo orden del tipo *Sallen-Key* tendremos la siguiente transferencia:

$$H(s) = \frac{s^2}{s^2 + s \cdot \left(\frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} \right) + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

Donde podemos identificar que:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}$$

$$\frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2}$$

$$Q = \frac{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}{R_1 (C_1 + C_2)}$$

2.6 Valores de los componentes normalizados para el filtro

Se procedió a armar un *script*¹ en Octave que obtuvo los valores normalizados de resistencias y capacitores y cómo nos queda la transferencia del circuito utilizándolos. El resultado de la ejecución fue el siguiente:

```
** Calculamos por fsolve los valores de las resistencias y su error **

r =

    37517.59077
    75018.75469

error =

    3.1497e-06    2.2204e-16

** Normalizamos los valores de las resistencias para E96 **

R1 normalizado: 3.74e+04 Ohm
R1 calculado numéricamente: 3.752e+04 Ohm
R2 normalizado: 7.5e+04 Ohm
R2 calculado numéricamente: 7.502e+04 Ohm

** Mostramos las transferencias **
```

¹En el apéndice se puede ver

Transferencia original:

Transfer function 'h' from input 'u1' to output ...

$$y1: \frac{s^2}{s^2 + 2666 s + 3.553e+06}$$

Continuous-time model.

Transferencia obtenida con los valores normalizados:

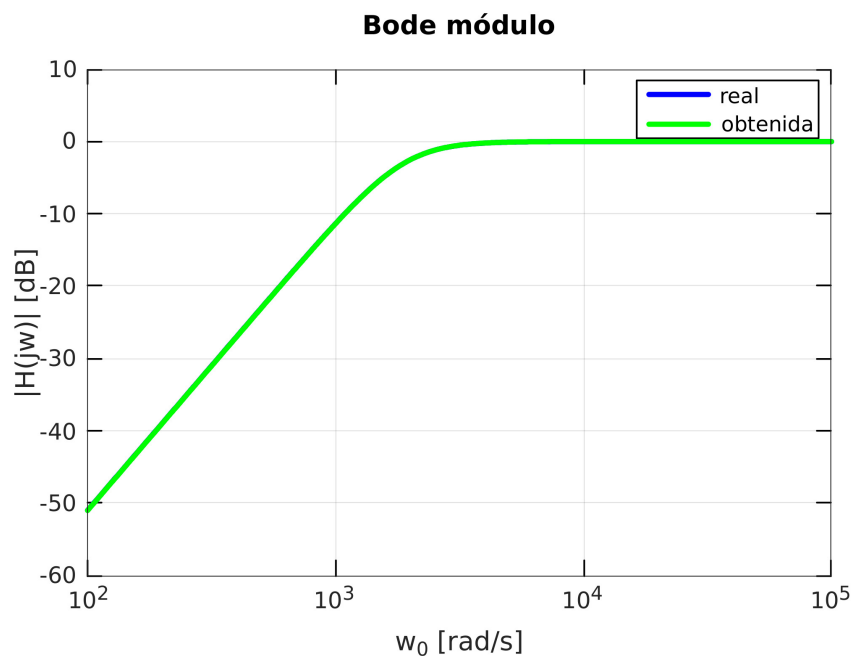
Transfer function 'h2' from input 'u1' to output ...

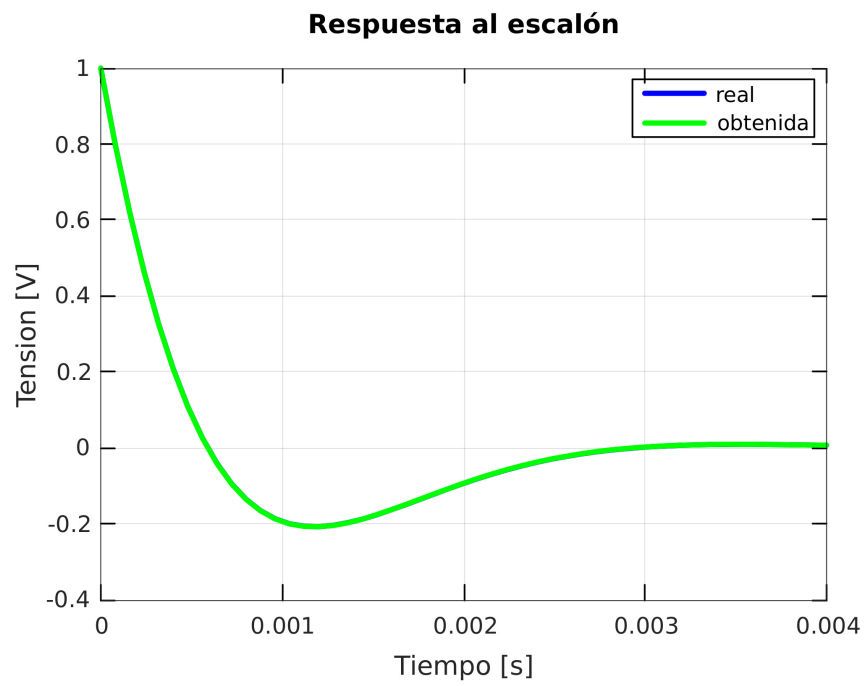
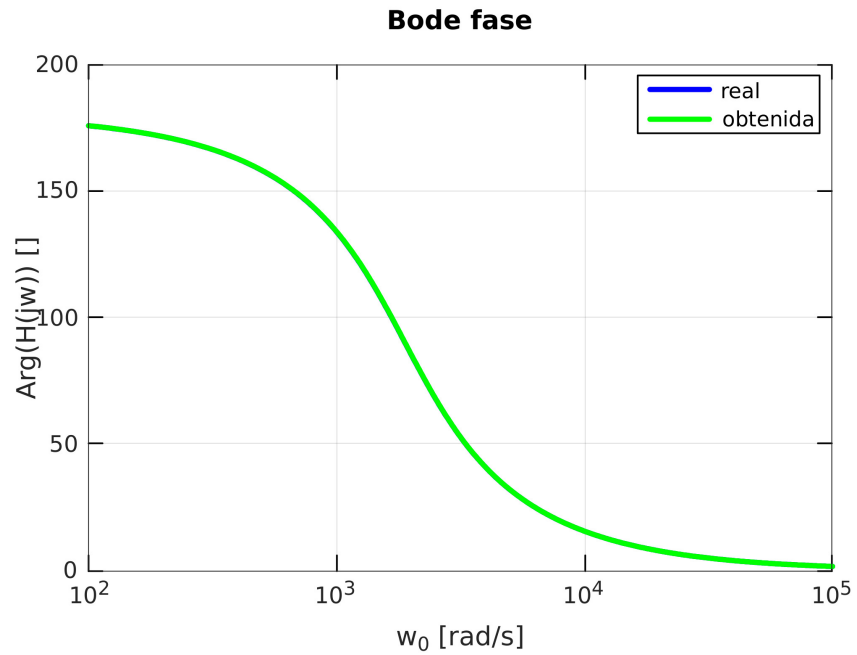
$$y1: \frac{s^2}{s^2 + 2667 s + 3.565e+06}$$

Continuous-time model.

2.7 Diagramas de bode y respuesta al escalón para los valores normalizados

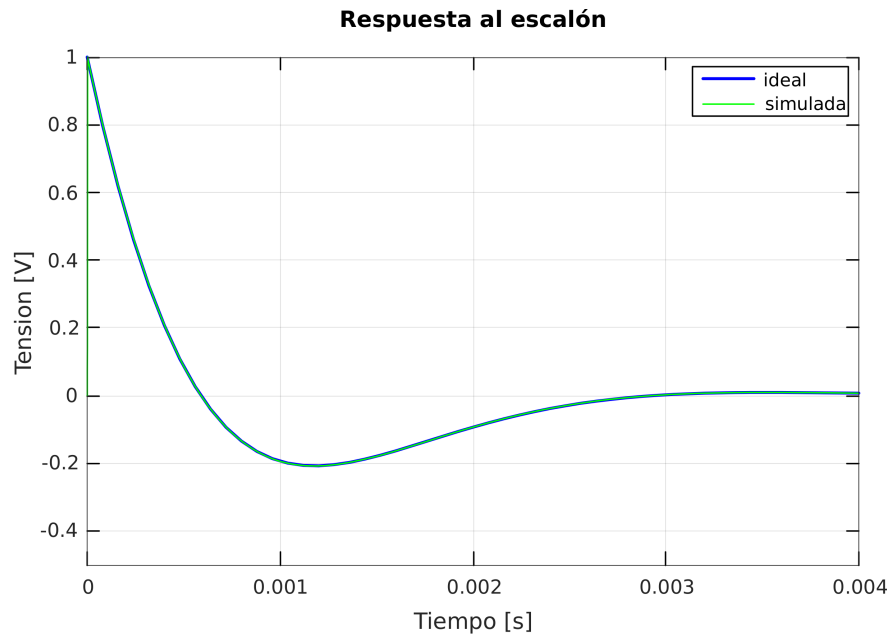
Se obtuvo el diagrama de bode para la nueva transferencia y la respuesta al escalón en comparación a los diagramas de bode de la transferencia real. La diferencia entre ambas en todos los casos es muy pequeña, casi nula, lo cual nos ayuda mucho a la hora de conseguir los resultados que esperamos de nuestro filtro. Ambas curvas se solapan muy bien.



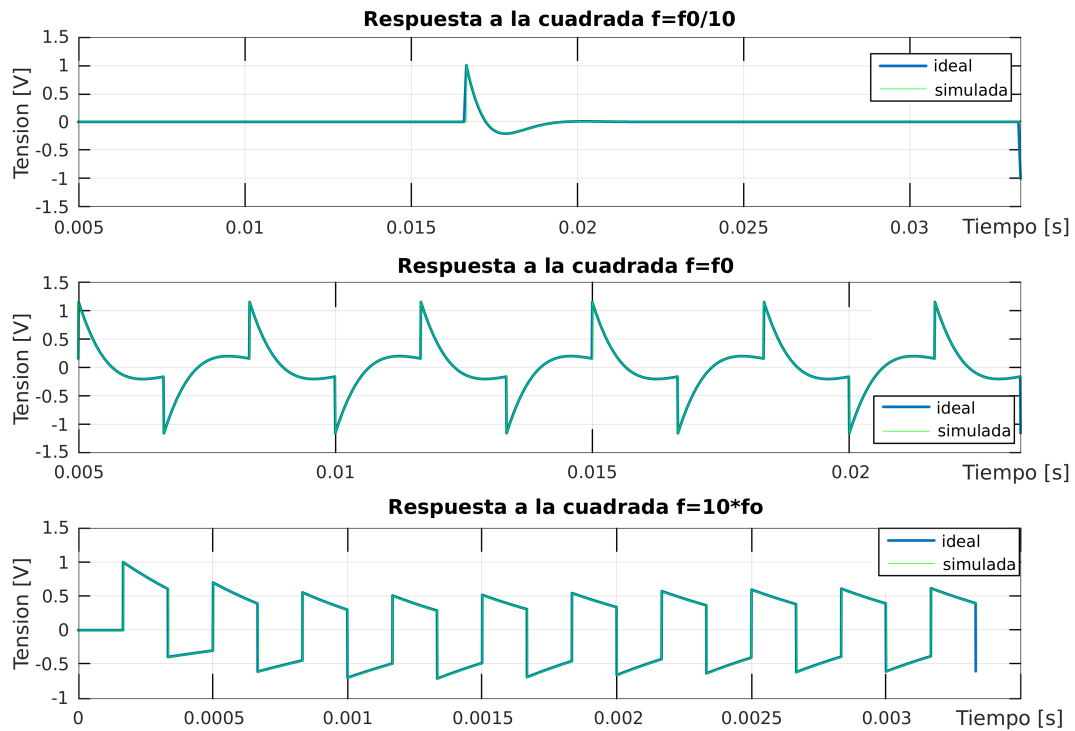


2.8 Simulación con LTSPICE

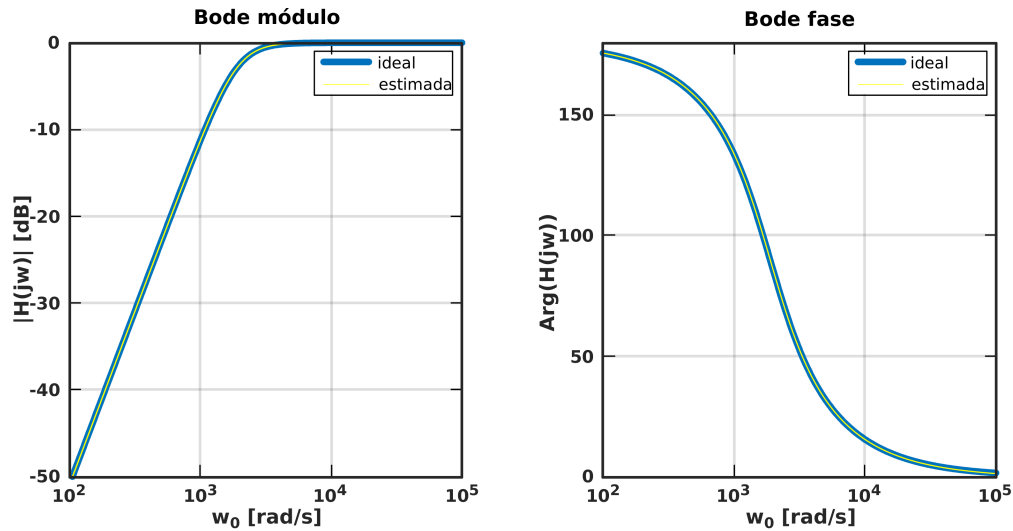
Se graficaron las respuestas al escalón, a las cuadradas y el diagrama de bode obtenidos en Octave y en *LT-SPICE*.



Puede observarse que la curva simulada “se pega bien” a la curva de la transferencia original.



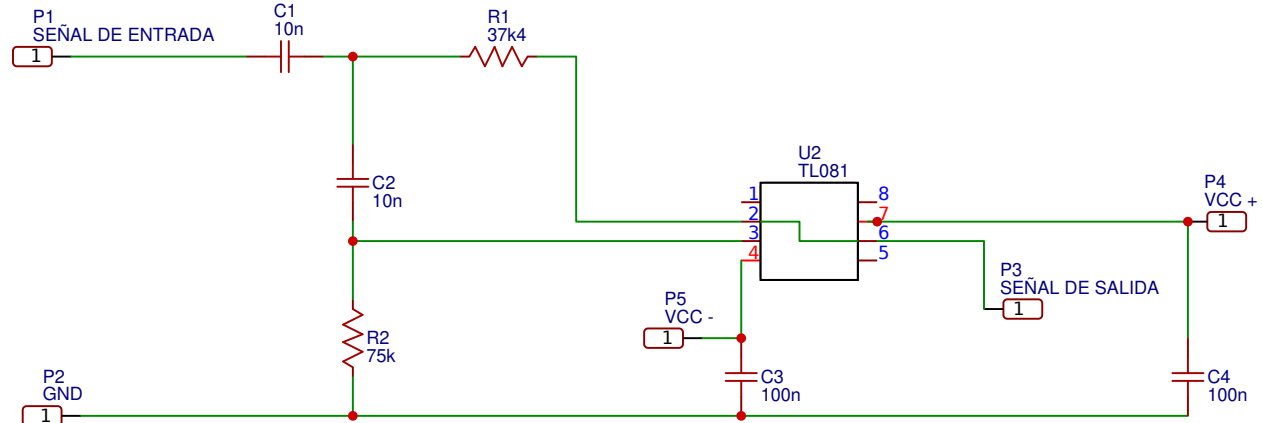
En cuanto a la respuesta a las cuadradas y con el diagrama de bode, ocurre exactamente lo mismo. Se solapan de manera muy precisa.



Nota: *LT-SPICE* devuelve los resultados en Hz por lo que ha sido necesario pasarlos a radianes para comparar gráficamente.

2.9 Esquemático del circuito real

Para poder medir el circuito se ha realizado el siguiente esquemático:



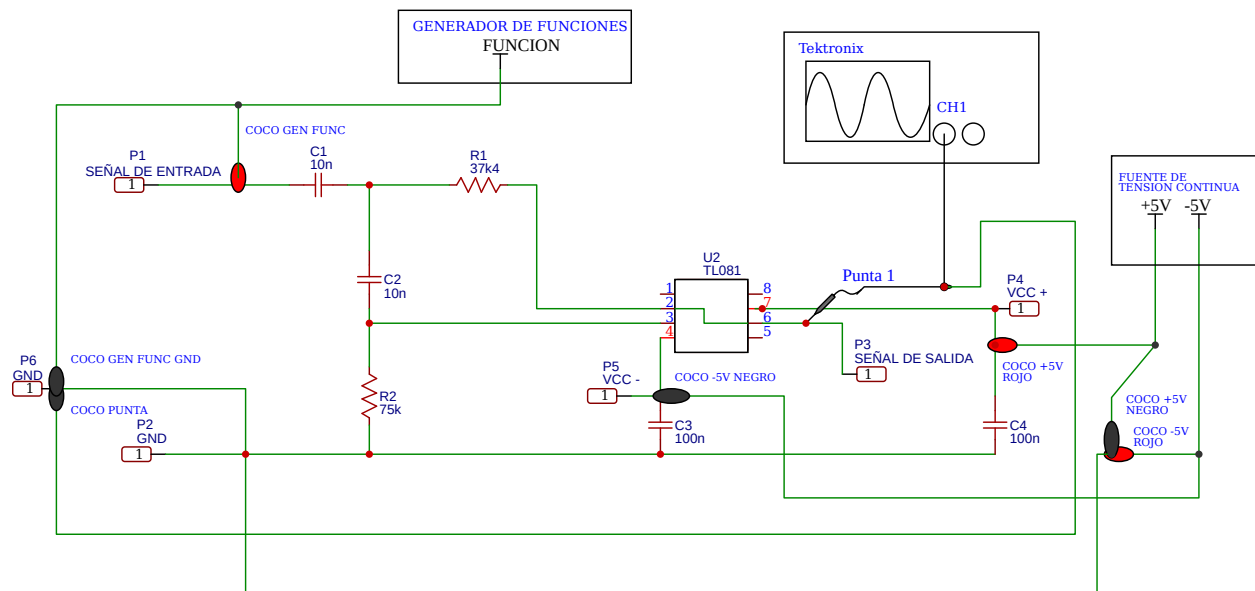
Se armó el circuito en una placa experimental para mayor comodidad a la hora de realizar las mediciones. Esto último, evita que se nos muevan demasiado los componentes por estar soldados a la placa lo cual es una gran ventaja al medir.

2.10 Instrumental utilizado para medir

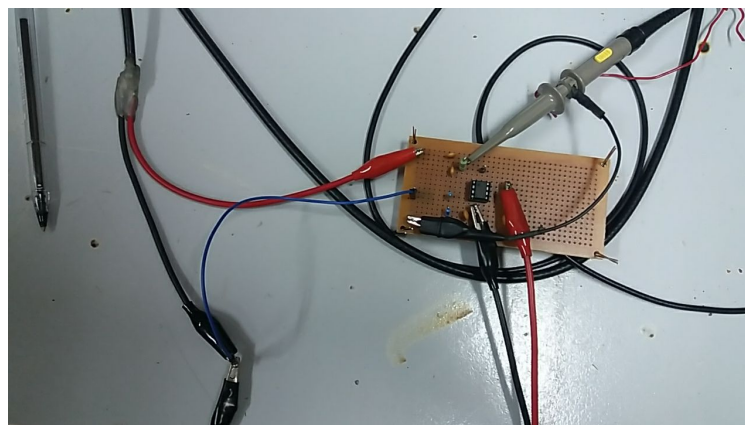
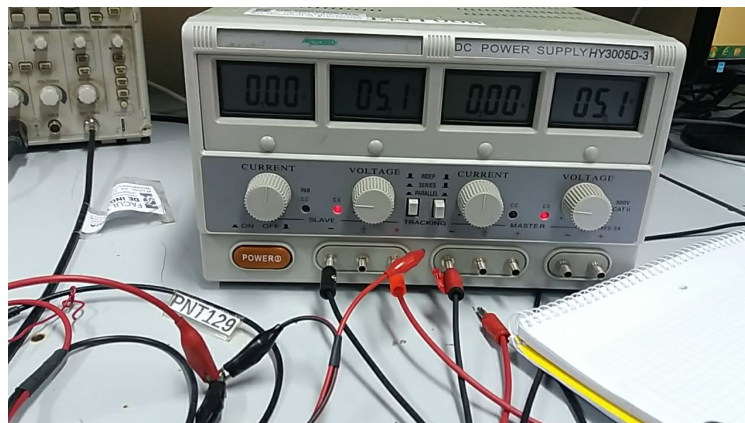
- Generador de funciones Topward 8140
- Osciloscopio Tektronix TDS 1002 (2 canales, 60 MHz, 1 GS/s)
- Multímetro True RMS TK-4002
- Fuente HY3005D-3 Protomax
- Banana-cocodrilos
- Puntas de osciloscopio

2.11 Diagrama de interconexión del instrumental

Para medir el circuito se debió conectar el instrumental de la siguiente forma:



Cuando fue conectado se vio de la siguiente forma:



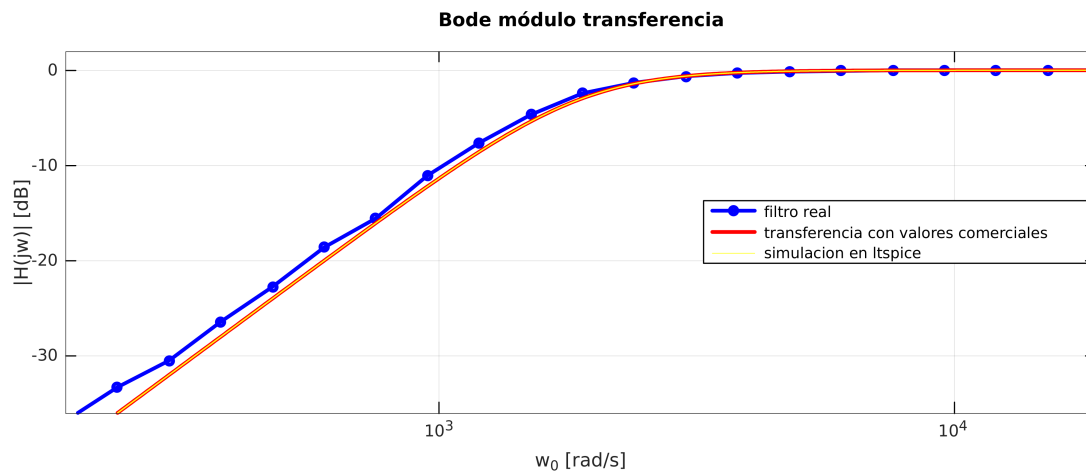
2.12 Respuesta a senoidales

Se midió la respuesta del filtro utilizando senoidales desde $f_0/10$ hasta $10 \cdot f_0$ en tercios de octava. Se pudo obtener la siguiente tabla de las mediciones tomadas con señal de entrada de 972 mV (altura pico):

frecuencia [Hz]	Tension[mV]
30	14
37.79	21
47.61	29
59.98	46.4
75.57	70.8
95.21	114
119.95	162
151.12	272
190.39	404
239.87	568
302.21	736
380.76	836
479.72	904
604.41	940
761.50	956
959.42	964
1208.79	972
1522.98	972
1918.83	972
2417.57	972
3045.95	972

2.13 Comparando resultados entre simulación y mediciones

Se realizó un gráfico donde se ven las tres curvas del módulo de la transferencia para poder comparar la respuesta del filtro en los distintos casos:

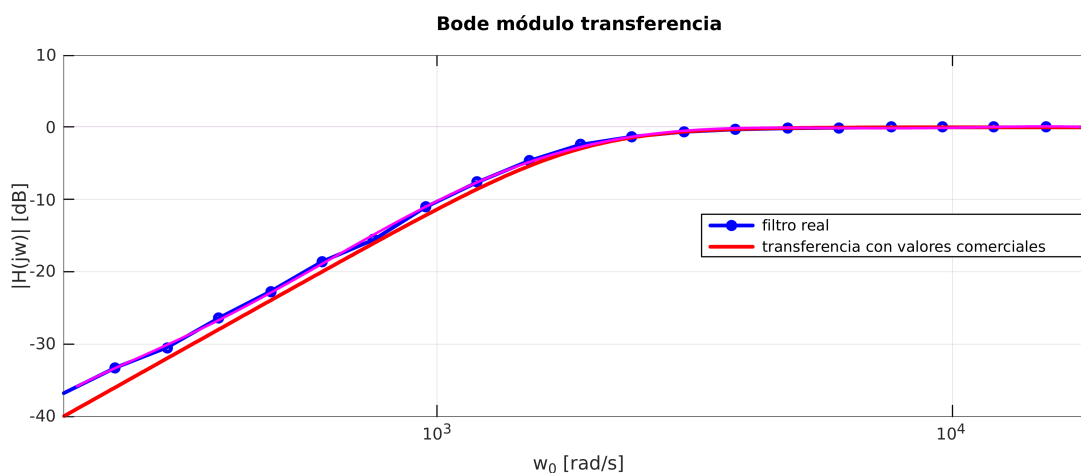


Se puede observar que para medir los valores menores a $\omega_0 = 10^3 \text{ rad/s}$ hubo mucho error, esto es debido a que el filtro es un pasaaltos y no reacciona bien a las frecuencias bajas

2.14 Procedimiento para medir las características principales del filtro

2.14.1 Frecuencia de corte a -3dB

Se armó una recta de ajuste de los datos en sentido de mínimos cuadrados con un polinomio de grado 7. El objetivo fue obtener una cantidad de puntos mucho mayor a los obtenidos en el filtro real pero que ajusten a las mediciones. Tener un set de puntos más grande, nos da la posibilidad de tener mayor precisión para calcular la frecuencia de corte. Se calculó el valor del módulo de la transferencia en dB para que $\omega c = -3\text{dB}$. La curva (en color magenta) puede ser observada en la imagen a continuación:



Buscando en el set de puntos cuál es el ωc más cercano a -3dB (que no estaba en el set de puntos con casi 20000 puntos) se pudo ver que:

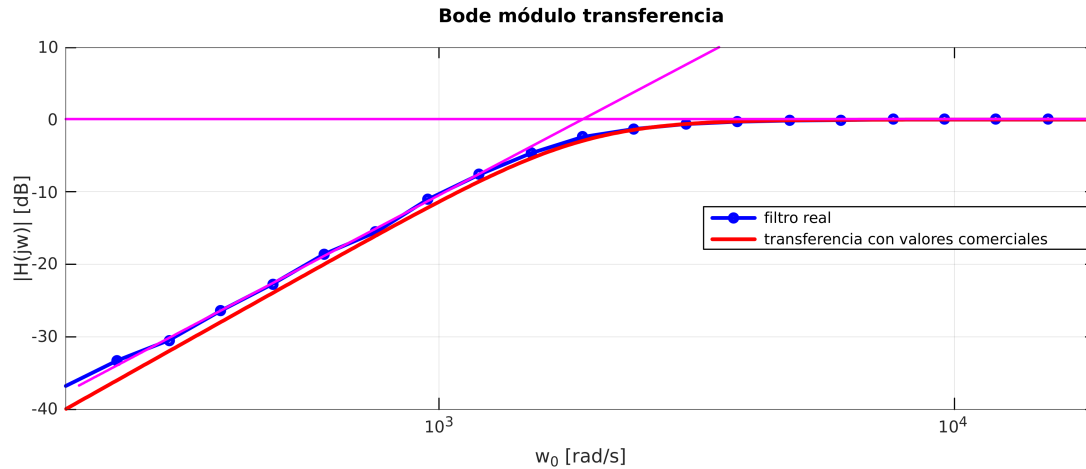
El valor más cercano a -3dB en el set fue -2.9970 dB para $\omega c = 1836 \text{ rad/s}$, con lo cual $f_c = 301.76 \text{ Hz}$. El filtro ideal tenía $f_c = 300 \text{ Hz}$.

2.14.2 Frecuencia de intersección de las asíntotas, pendientes de las asíntotas de la respuesta en frecuencia

Con el mismo procedimiento al caso anterior pero con un polinomio de grado 1 y utilizando solo 4 mediciones lejos de las frecuencias bajas y lejos de la curva que pega el pasaaltos, se obtuvo una curva con pendiente = 16.349 y ordenada al origen = -123.395.

Para obtener la frecuencia de intersección de las asíntotas debe intersecarse esta curva con otra curva que pase por 0dB.

La intersección se halló de la misma forma que se halló para que valor de la curva anterior valia -3dB pero ahora particularizando a 0dB. En el set de puntos de la curva pedida (que también tenía casi 20000 puntos), el valor más cercano a 0dB fue 0.0031031 dB y el $\omega_{as} = 1896$, con lo cual $f_{as} = 301.76$.

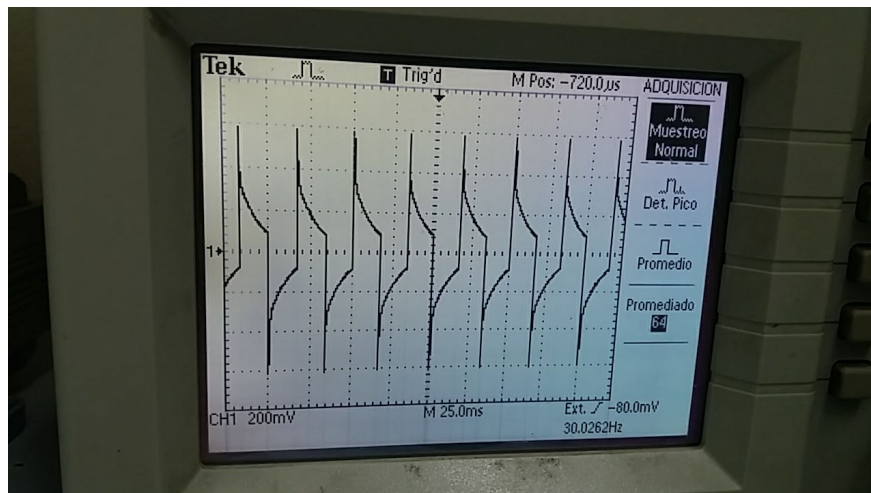


2.14.3 Hallar Q

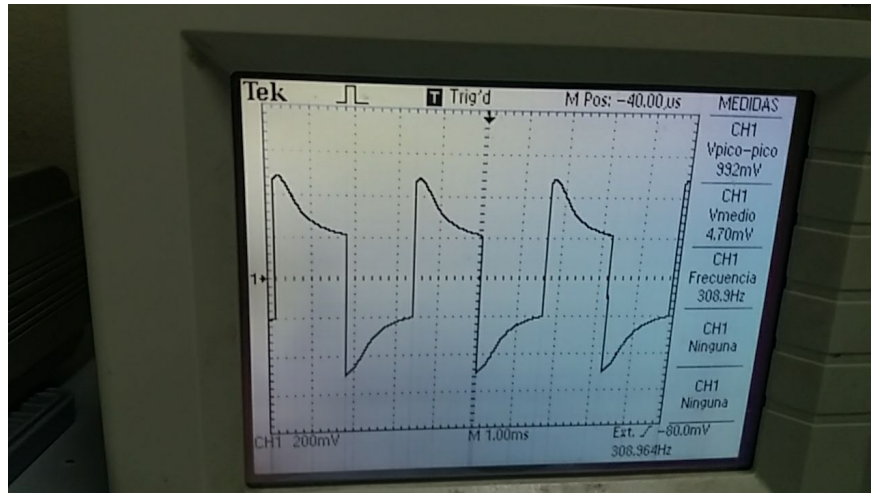
Con los datos que obtuvimos de ω_c y el polinomio de grado 7, podemos encontrar Q buscando la altura del pico en ω_c . Ese pico tuvo altura -2.7453 dB con lo cual sabiendo que el pico es $20 \cdot \log(Q)$, $Q = 0.87174$ en contraposición a $Q = 0.707$ del filtro ideal.

2.15 Respuesta a diferentes ondas cuadradas

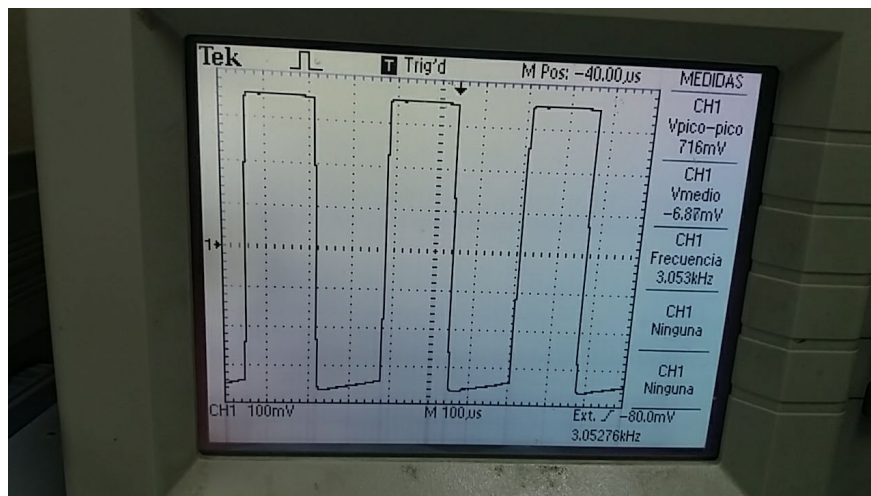
Se midió la respuesta al circuito para diferentes ondas cuadradas (distinta frecuencia).



Frecuencia 30 Hz



Frecuencia 300 Hz



Frecuencia 3000 Hz

3 Conclusiones

- Entre los gráficos obtenidos para la transferencia pedida y la obtenida con los valores comerciales para armar el filtro el error entre ambas era muy pequeño(10^{-6}), con lo cual era evidente que iba a ocurrir que los gráficos dieran iguales. El error dio tan chico debido a que se probaron diferentes valores de capacitores hasta llegar a un error tan pequeño con las resistencias disponibles.
- En la respuesta a las cuadradas puede verse que al ser un filtro pasaaltos para una cuadrada a la entrada, sabiendo que el salto de 0 a 1 V representa una componente de alta frecuencia, se genera un pico. Luego del pico, al hacerse una constante la señal, se genera una componente de baja frecuencia con lo cual el filtro va a querer filtrarla, por eso es que se observa como bajará a 0 (o cerca de 0) luego del pico que se ocasiona. El tiempo que tarde la bajada dependerá del período de la señal cuadrada enviada. Si el período es más largo, la señal a la salida tenderá a tener un pico pronunciado y caerá velozmente a cero. Si en cambio el

período es más corto, el filtro en consecuencia tendrá menos componente de baja frecuencia ("menos constante") con lo cual la caída del pico será más amortiguada y tal vez no llegue a 0 para cuando se de el otro salto "de alta frecuencia". Esto se puede ver en el caso que $f = 10f_0$.

- En la respuesta a las cuadradas la señal de salida pierde su componente de continua .
- El filtro Sallen Key demostró tener buena tolerancia a los componentes debido a la poca cantidad de componentes que requiere para su armado.
- Para poder medir las frecuencias bajas en especial se tuvo que usar la opción promediador en el osciloscopio porque se generaba mucho ruido. A pesar de eso, siguió existiendo el efecto que genera un pasaltos frente a las frecuencias bajas que hemos explicado anteriormente.
- La respuesta a las cuadradas en el filtro diseñado responden de forma análoga a las del filtro real.
- Las diferencias del valor de frecuencia de corte se dieron debido a que el set de puntos para realizar cuadrados mínimos resultó bastante pequeño. Con un set de puntos más grande hubiera sido más preciso ya que si o si es necesario descartar las puntas y con 2 o 3 mediciones no se puede generar una excelente aproximación a la recta asintótica.
- El trabajo práctico en cuestión sintetiza muy bien la segunda parte de la asignatura y obliga a repasar conceptos para poder elaborar el informe. Tal vez lo más complicado de explicar es el cómo encontrar las diferentes características del filtro ya que hay varias formas, las presentadas aquí no serán las más óptimas seguramente pero es una de las opciones que pueden ser consideradas para realizarlo.