



GNU Octave

Curso rápido - Parte 2 (1 de abril de 2019)

Fernando Danko, Vero Bustamante

1er cuat. 2019

LABI – FIUBA

1. Segunda Clase
2. Índices y Rangos
3. Graficos de superficies
4. Funciones

Segunda Classe

Índices y Rangos

Rangos

La funcionalidad de los dos puntos es generar un rango.

Un rango es de la forma: **inicio:paso:fin** O bien: **inicio:fin** entendiéndose el paso igual a 1 en este caso.

Por ejemplo:

```
> 1:5 %no tiene paso, se toma como 1
```

```
1 2 3 4 5
```

```
> 1:2:10 %se saltea de a 2
```

```
1 3 5 7 9
```

```
> 15:-1:10 %paso negativo, disminuye en 1 hasta 10
```

```
15 14 13 12 11 10
```

Rangos

Los rangos se pueden utilizar para crear vectores. Notemos que podemos usar numeros no enteros:

Por ejemplo:

```
> v = 1:0.1:1.5
```

```
1 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5
```

```
> 2.*v
```

```
2 2.2 2.4 2.6 2.8 3
```

```
> 10.^v % Útil para escalas exponenciales
```

```
10.0000 12.5893 15.8489 19.9526 25.1189 31.6228
```

Revirtiendo un vector

¿Cómo puedo hacer para “dar vuelta” un vector? Visto lo anterior es muy sencillo:

```
> v = [0.1 0.2 0.3 0.4 0.5];  
> v_rev = v(end:-1:1) %end indica el final del vector  
0.5 0.4 0.3 0.2 0.1
```

Y puedo obtener solo las coordenadas pares e impares:

```
> x = [1 0 3 0 9 0 -10];  
> x_par = x(2:2:end)  
1 3 9 -10  
> x_impar = x(1:2:end)  
0 0 0
```

Para matrices es *exactamente* igual. (Tarea: Jugar con ese caso).

Índices en matrices

Sea A una matriz de $n \times m$. Por ejemplo:

```
> A = [ 1 2 3 4  
        -1 0 1 0  
        3 9 8 -1];
```

Podemos obtener el elemento de la fila i y columna j de la forma $A(i,j)$

Ejemplo:

```
> A(3,2)  
9
```

Los índices empiezan en 1

A diferencia de lenguajes como C o Java, los índices empiezan por 1 y deben ser positivos.

Índices en matrices - submatrices

Ejemplo, sea:

$$\begin{aligned} > A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 9 & 8 & -1 \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

Podemos jugar con lo que aprendimos de rangos:

$$> A(1:2, 2:3)$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} > A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 9 & 8 & -1 \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

Esto indica que obtiene las filas de 1 a 2 y las columnas de 2 a 3.

Índices en matrices - submatrices

Una forma cómoda para especificar que queremos todos los valores de filas o columnas es poner simplemente un `:` en la dimensión que no queremos poner restricciones:

```
> A = [ 1 2 3 4  
        -1 0 1 0  
        3 9 8 -1];
```

```
> A(:,2)
```

```
2
```

```
0
```

```
9
```

```
> A(1:2, :)
```

```
1 2 3 4
```

```
-1 0 1 0
```

Índices en matrices - end

Muchas veces no tenemos en mente cual es el largo o ancho de una matriz, para ello, podemos valernos de la palabra reservada **end**, que al verla Octave la convierte automáticamente por el tamaño de la dimensión en la cual se use.

```
> A = [ 1 2 3 4
        -1 0 1 0
        3 9 8 -1];
> A(1, end) % primer fila y última columna
4
> A(end-2, end-1) % antepenúltima f. y anteúltima c.
3
> A(:, end-1) % todas las filas y anteultima columna
3
1
8
```

Seguimos indexando

Podemos usar vectores para extraer sólo determinados índices:

```
> A = [ 1 2 3 4  
        -1 0 1 0  
        3 9 8 -1];
```

```
> A([1 3], 1:2)
```

```
1 2
```

```
3 9
```

Seguimos indexando

Sea

```
> A = [ 1 2 3 4  
        -1 0 1 0  
        3 9 8 -1];
```

¿Qué hace esto?

```
> A([1 1 2 1], :)
```

Seguimos indexando

Sea

```
> A = [ 1 2 3 4  
        -1 0 1 0  
        3 9 8 -1];
```

¿Qué hace esto?

```
> A([1 1 2 1], :) % Selecciono las columnas  
    1    2    3    4  
    1    2    3    4  
   -1    0    1    0  
    1    2    3    4
```

Técnicas avanzadas de indexado¹

En lugar de un rango, se puede poner una condición. Por ejemplo:

```
> v = [8.1 9.0 1.2 9.1 6.3 0.9 2.7];
```

```
> v(v >= 4)
```

```
8.1 9.0 9.1 6.3
```

```
> v(v.^2 < 2*v)
```

```
1.2 0.9
```

% puedo aplicarle una función por fuera

% para saber cuántos cumplen

```
> length (v (v >= 4))
```

```
ans = 4
```

¹Ver: <https://www.gnu.org/software/octave/doc/interpreter/Advanced-Indexing.html>

Si disponemos de dos vectores del mismo largo, podemos usar uno como condición del otro. Ejemplo:

```
> t = 0:0.1:10; % Un par de datos, cualquier cosa.  
> x = 10 - 3.*t; % x(t)
```

```
> x(t > 9.5) % x(t) dado que t > 9.5  
-18.8    -19.1    -19.4    -19.7    -20.0
```

Nota: ¿ese "dado qué" no les suena de algún lado? ¿Para qué suponen que se usa algo así?

Técnicas avanzadas de indexado: operadores lógicos

- & Operador “y” lógico (*and*)
- | Operador “o” lógico (*or*)
- ~ Operador “no” lógico (*not*)²

```
> 1 | 0
ans = 1
> 1 & 0
ans = 0
> ~1
ans = 0 % variable tipo lógica
> t=1:2:9
    1    3    5    7    9
> t(t>3 & t<9)
    5    7
```

²Los operadores && y || operan sobre escalares y devuelven escalares

¿Y si quiero saber qué índices de un vector v son los que cumplen que $a < v < b$?

Para eso existe el comando `find()`.

```
> notas = 2:1:10;  
 2  3  4  5  6  7  8  9 10
```

```
> indices = find ( notas >= 4 & notas <= 7)  
 3    4    5    6
```

Si bien estas dos expresiones hacen lo mismo, la segunda es mucho más recomendable (menos costosa computacionalmente):

```
> x( find ( t > 2.2 & t < 3 ) )    % No
```

```
> x( t > 2.2 & t < 3 )              % Sí
```

< Mencionar usos de los índices en la práctica >

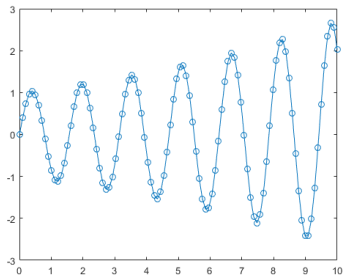
Graficos de superficies

A la hora de graficar una función de dos variables, necesitamos posicionarnos en un espacio tridimensional.

El dominio lo tomamos sobre el plano xy , y la grafica de la función sobre el eje z .

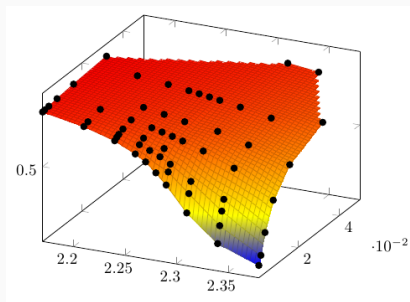
Superficies

Para un gráfico de una función, necesitamos discretizar el dominio, generalmente con `linspace`. Octave se encarga de llenar con líneas los valores intermedios para representar el plot.



Superficies

En el caso de un plot en dos dimensiones, necesitamos una cuadrícula (malla o mesh), sobre la cual evaluar la función:



Para crear el dominio de nuestro campo escalar, debemos hacer el producto cartesiano entre los valores de x e y . Para ello, usamos `meshgrid`:

```
x = linspace(-1,1,100);
```

```
y = linspace(-2,2,500);
```

```
[xx,yy] = meshgrid(x,y);
```

```
surf(xx,yy, (xx.^2)+(yy.^2)/2)
```


Cabe destacar que los `xx` e `yy` que devuelve `meshgrid` son matrices (por comodidad al representarlos).

Sin embargo, muchas funciones no se portan bien al recibir como parametro una matriz, por lo cual, podemos vectorizar el resultado:

```
x = linspace(-1,1,100);
```

```
y = linspace(-5,5,500);
```

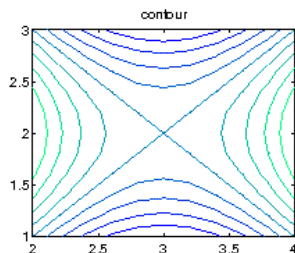
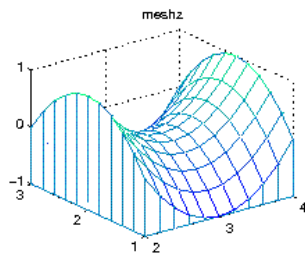
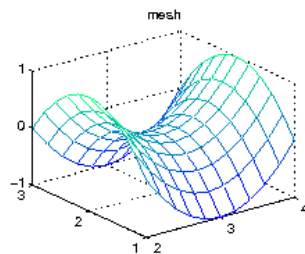
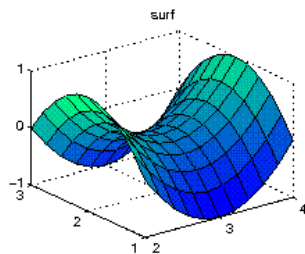
```
[xx,yy] = meshgrid(x,y);
```

```
xxv = xx(:);
```

```
yyv = yy(:);
```

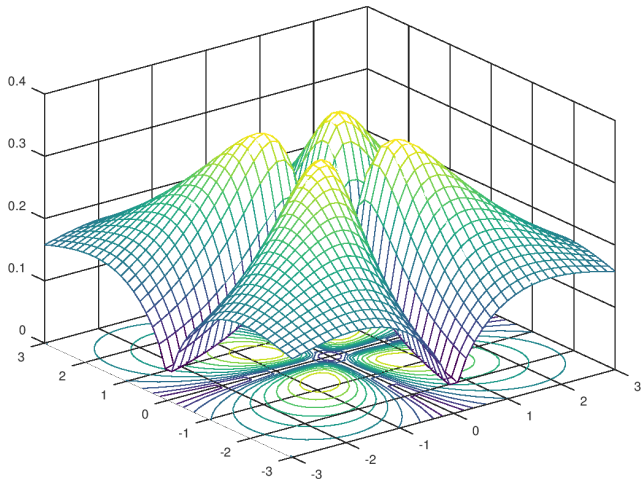
```
surf(xxv,yyv, alguna_f(xxv,yyv))
```

Hay varias funciones para plotear

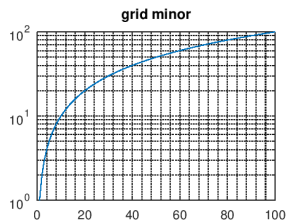
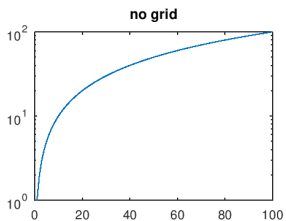
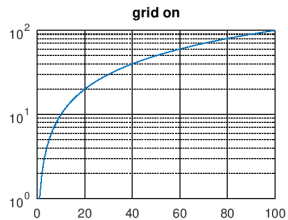
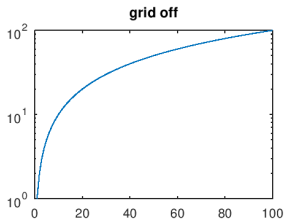


Hay varias funciones para plotear

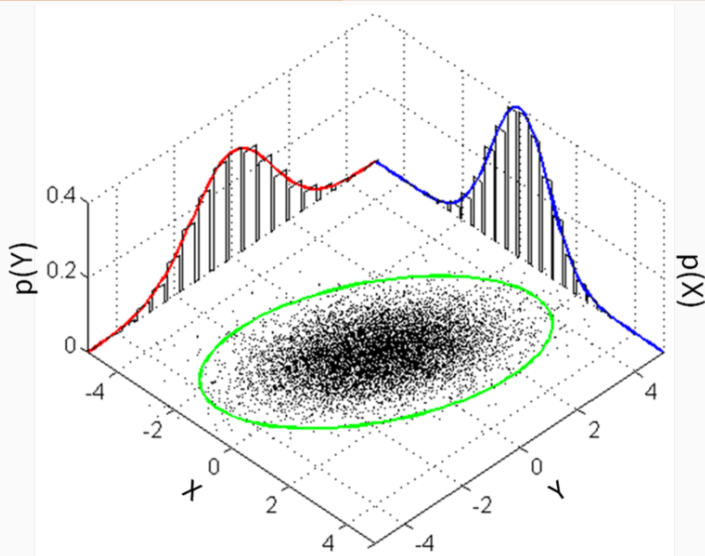
`meshc()` combines mesh/contour plots



Notas sobre grid



Tarea: Mezcla de normales bivariadas



Funciones

- Funciones internas de Octave
- Funciones anónimas
- Funciones en archivos separados
- Funciones secundarias

Las funciones pueden tomar ninguno, uno o varios datos, los procesan, y devuelven el resultado.

Función Max

```
> v=[1:1:5 7:-2:1]
v =    1    2    3    4    5    7    5    3    1
> max(v)
ans =    7
> v=[1 2 500j]
v =    1 +    0i    2 +    0i    0 + 500i

> max(v)
ans =    0 + 500i % la de mayor modulo
```

La función "min" funciona igual.

Función Mean y funciones round, ceil y floor

```
> A =      [1      2
              3      4
              1      2
              1      5
              1      7];
> mean(A)
      1.4000      4.0000
> mean(A,1)
      1.4000      4.0000

> u= mean(A,2)
      1.5000
      3.5000
      1.5000
      3.0000
      4.0000
```

Función Mean y funciones round, ceil y floor

```
> u= mean(A,2)
```

```
1.5000
```

```
3.5000
```

```
1.5000
```

```
3.0000
```

```
4.0000
```

```
> ceil(u)'
```

```
2    4    2    3    4
```

```
> floor(u)'
```

```
1    3    1    3    4
```

```
> round(u)'
```

```
2    4    2    3    4
```

Funciones para matrices

```
>> A=[1 1;1 0];
```

```
>> det(A)
```

```
ans = -1
```

```
>> trace(A)
```

```
ans = 1
```

```
>> B=[1 1; 1 1];
```

```
>> null(B) % nulo de B
```

```
    -0.70711
```

```
    0.70711
```

```
>> orth(A) % BON espacio columna de A
```

```
    0.85065    0.52573
```

```
    0.52573   -0.85065
```

Funciones para matrices

```
>> [U,S,V]=svd(A)
```

```
U =
```

```
    -0.85065    -0.52573  
    -0.52573     0.85065
```

```
S =
```

```
Diagonal Matrix
```

```
    1.61803         0  
         0     0.61803
```

```
V =
```

```
    -0.85065     0.52573  
    -0.52573    -0.85065
```

```
>> [q,r]=qr(A)
```

```
q =
```

```
    -0.70711    -0.70711
```

```
    -0.70711     0.70711
```

```
r =
```

```
    -1.41421    -0.70711
```

```
     0.00000    -0.70711
```

Funciones para matrices

```
>> [S,D]=eig(A)
```

```
S =
```

```
    0.52573   -0.85065  
   -0.85065   -0.52573
```

```
D =
```

Diagonal Matrix

```
   -0.61803         0  
         0    1.61803
```

```
>a=12;
```

```
>> printf("cantidad de alumnos en el curso: %d \n",a)  
cantidad de alumnos en el curso: 12
```

```
>> printf("cantidad de alumnos en el curso: %f \n",e)  
cantidad de alumnos en el curso: 2.718282
```



```
>> printf("cantidad de alumnos en el curso: %.2f \n",e)
cantidad de alumnos en el curso: 2.72
```

```
>> printf("cantidad de alumnos en el curso: %.1f \n",e)
cantidad de alumnos en el curso: 2.7
```

```
>> printf("cantidad de alumnos en el curso: %.f \n",e)
cantidad de alumnos en el curso: 3
```

```
>> printf("cantidad de profesores: %d y %s :% d \n",
a,"alumnos",12)
cantidad de profesores: 10 y alumnos :12
```

```
matriz= csvread("archivo.csv");
```

Otros comentarios:

La función `length(v)` permite medir el largo de un vector. Aplicada a una matriz, devuelve la dimensión más grande.

`size(M)` devuelve un vector con las dimensiones de la matriz.

`size(M,1)`: cantidad de filas

`size(M,2)`: cantidad de columnas

`numel(M)`: devuelve la cantidad de elementos de M.

Crear un *script* que cuantos estudiantes promocionan de un curso del cbc. El archivo que nos pasan es "notas.csv". La condición de promoción es que el promedio del alumno sea mayor o igual a 7 y haya sacado 4 o más en cada parcial.

Forma tradicional de definir funciones

Prototipo para definir una función:

```
function resultado = nombre_funcion (argumentos)
    ... cuentas ...
endfunction %no conviene poner simplemente end
```

Ecuación horaria

```
function posicion = obtener_posicion(t,xo,vo,a)
    posicion = xo + vo*t + 0.5*a*t.^2;
endfunction
```

Aquí simplemente se reciben varios parámetros y se calcula la posición de un MRUV.

Multiples argumentos, multiples salidas

Las funciones de Octave pueden devolver más de un valor:

Ecuación horaria

```
function [x,y] = calcular_tiro(t,xo,yo,vo,angulo,g)
    x = xo + vo*cosd(angulo)*t;
    y = yo + vo*sind(angulo)*t - 0.5*g*t.^2;
endfunction
```

Si hace:

```
>> calcular_tiro(10,0,0,10,35,9.8)
ans = 81.915
```

Solamente se obtiene el primer valor que devuelve la función, esto es, la variable x.

Multiples argumentos, multiples salidas

Ecuación horaria

```
function [x,y] = calcular_tiro(t,xo,yo,vo,angulo,g)
    x = xo + vo*cosd(angulo)*t;
    y = yo + vo*sind(angulo)*t - 0.5*g*t.^2;
endfunction
```

Si hace:

```
>> [posx, posy] = calcular_tiro(10,0,0,10,35,9.8)
posx = 81.915
posy = -432.64
```

Ahora sí, se obtienen los dos valores que devuelve la función.

Condicionales

A veces es necesario verificar si se cumplen o no ciertas condiciones. Para ello contamos con el comando `if`. En el código anterior, vamos a devolver $y=0$ si el valor resultante de y es negativo (cosa que no transpase la tierra)

Ecuación horaria más realista

```
function [x,y] = calcular_tiro(t,xo,yo,vo,angulo,g)
    x = xo + vo*cosd(angulo)*t;
    y = yo + vo*sind(angulo)*t - 0.5*g*t.^2;

    if (y < 0)
        y=0;
    endif
endfunction
```

Ecuación horaria más realista

```
function [x,y] = calcular_tiro(t,xo,yo,vo,angulo,g)
    x = xo + vo*cosd(angulo)*t;
    y = yo + vo*sind(angulo)*t - 0.5*g*t.^2;

    if (y < 0)
        y=0;
    endif
endfunction
```

Ahora:

```
>> [posx, posy] = calcular_tiro(10,0,0,10,35,9.8)
posx = 81.915
posy = 0
```

La estructura básica de un for

```
for i=primer_valor:paso:ultimo_valor  
    % acá hacen cuentas  
endfor
```

Calculemos un promedio de notas

El promedio de un conjunto de muestras $\{x_i\}_{i=1\dots N}$ se define como:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (1)$$

```
clc %limpio pantalla
notas = floor(10*rand(1,5)); % notas aleatorias
cantidad=size(notas,2);
total = 0;
for i=1:cantidad
    total+= notas(i);
endfor
promedio = total/cantidad
```

Comentarios del ejemplo anterior:

- Se podría colocar un paso
- La variable `i` se crea para recorrer todos los elementos del vector de datos.
- `size(notas,2)` equivale a `length(notas)`

Ejercicio de simulación:

- Armar una función que estime π por Montecarlo. Debe generar N vectores con distribución uniforme $[0,1] \times [0,1]$

$$f_U(x) = \begin{cases} 1 & |x| \leq 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases} \quad (2)$$

Usar $x = \text{rand}(N, 2)$ para generarlos todos juntos. Esto me genera pares de vectores en el espacio pedido.

```
> rand(3, 2)
    0.231909    0.146372
    0.231932    0.059681
    0.014655    0.389704
```

En este ejemplo tengo 3 pares de vectores.

Ejercicio de simulación:

- Analizar cuáles de estos vectores caen dentro del círculo unitario, usar `norm(x, "rows") < 1`.
- Ahora sólo resta contar cuántos vectores cumplen con esto. Usar `nnz(norm(x, "rows") < 1)`.
- Finalmente la probabilidad muestral de caer dentro del círculo la calculamos como:

$$P = \text{nnz}(\text{norm}(x, "rows") < 1) / N$$

$$P = \frac{\text{Cant muestras de norma} < 1}{\text{Cantidad total de vectores}}$$

- Analíticamente, sería: $P = \text{Caer en el círculo} / P \text{ area total}$,

$$P = (\pi * 1^2 / 4) / (1) = \pi / 4.$$

Por lo cual, estimamos $\pi = 4 * P$

Ejercicio de simulación:

```
function mypi = estimar_pi (N)
    x=rand(N,2);
    mypi = 4*nnz(norm(x,"rows")<1)/N;
endfunction
```


Aprobados en Álgebra 2

Construya una función que reciba un archivo por parámetro y devuelva la cantidad de aprobados. El prototipo es el siguiente:

```
function aprobados = aprobar(archivo_notas)
    // cosas
endfunction
```

Luego ejecutar el script `aprobados_algebra_ultima_fecha`. La salida debe verse como:

```
> CANTIDAD DE GENTE QUE SE PRESENTÓ AL EXAMEN: ??
> CANTIDAD DE GENTE QUE APROBÓ EL EXAMEN: ??
> PORCENTAJE DE APROBADOS:  ??.?? %
```

Funciones anónimas

Son funciones que sirven para declarar funciones localmente, como si fuesen una variable. Pueden ser sobrescritas con facilidad.

La sintáxis es la siguiente:

```
nombre_funcion = @(lista de argumentos) expresión
```

Ejemplo

```
>> potencia = @(vec) sqrt(sum(vec.^2))
```

Eso define una funcion llamada **potencia()** que recibe un vector y devuelve la potencia (o energia) de la señal (matemáticamente, la norma euclídea).

```
>> pot = potencia([1 2 3 2.2 1 2 0 1])  
pot = 4.9840
```

Funciones anónimas

A diferencia de las funciones normales, las funciones anónimas pueden ver todas las variables declaradas fuera de ellas a la hora de crearse, pero dichos valores quedan fijos una vez creadas. Es decir:

Ejemplo

```
>> k=1.38064852E-23; q=1.60217662E-19;
>> T=25+273;
>> calcIC = @(vbe, Io) Io * exp( vbe / (k*T/q) );
>> I1 = calcIC(0.6, 13e-12)
I1 = 0.18245 %A T=25°C
>> T=60+273; %Modifico temperatura
>> I2 = calcIC(0.6, 13e-12)
I2 = 0.18245 %No cambia el resultado
```

Function handlers (a.k.a) Punteros a función

Con el símbolo @ antes del nombre de una función, se obtiene una referencia a ella, y puede ser almacenada en una variable.

```
>> seno = @sin;
```

Más aún, esa nueva variable se comporta como una función nueva.

```
>> seno(pi / 4)
```

Function handlers (a.k.a) Punteros a función

Es algo común que las funciones reciban referencias a otras funciones como parámetros. Es el caso de **plotyy**.

plotyy permite graficar utilizando distintas funciones de ploteo para cada curva. Ejemplo:

Curva con ejes lineal y logarítmico

```
x = 0:0.1:2*pi;  
y1 = sin (x);  
y2 = exp (x - 1);  
plotyy (x, y1, x - 1, y2, @plot, @semilogy);
```