PRE-FINAL ÁLGEBRA

FORMAS CUADRÁTICAS - MATRICES UNITARIAS Y HERMÍTICAS - DVS

Apellido y nombres: .... Número de padrón: ....
Curso: ....

Justifique todas las respuestas.
Los razonamientos que utilice para resolver cada ejercicio deben constar en el escrito.

El examen se aprueba resolviendo correctamente 1 ejercicio y 2 demostraciones ó 2 ejercicios y 1 demostración.

1.

Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas o no, dando una demostración o contraejemplo según corresponda:

a) Si $A \in \mathbb{R}^{nxn}$ es antisimétrica entonces A es diagonalizable unitariamente

b) Si A es definida positiva entonces sus valores singulares y autovalores coinciden.

c) Si A es simétrica y $P \in \mathbb{R}^{nxn}$ es una matriz ortogonal entonces los autovalores de A coinciden con los autovalores de PA

2.

Sea $A \,\epsilon\, \mathbb{R}^{4x3}$ tal que:

(i) $Nul\,(A) = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right\}$
(ii) $\text{Col}(A) = \left\{x \in R^4 : x_1 - x_3 = 0, x_2 + x_4 = 0\right\}$
(iii) El valor máximo de $\|Ax\|$ sujeto a la restricción $\|x\| = 2$ es 6
(iv) La traza de A^tA es 10

Hallar la solución por cuadrados minimos de norma mínima del sistema: $Ax = \begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}$

3.

Sea $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 4i \\ 0 & -2 & 0 \\ -4i & 0 & 2 \end{bmatrix}$. Halle una matriz simétrica $C \in \mathbb{R}^{3\times 3}$, semejante a A, y tal que, para que la forma cuadrátrica $Q(x) = x^TCx, x \in \mathbb{R}^3$, sea $Q\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix} < 0$

¡Éxitos! ¡¡Que te vaya muy bien!! :)