

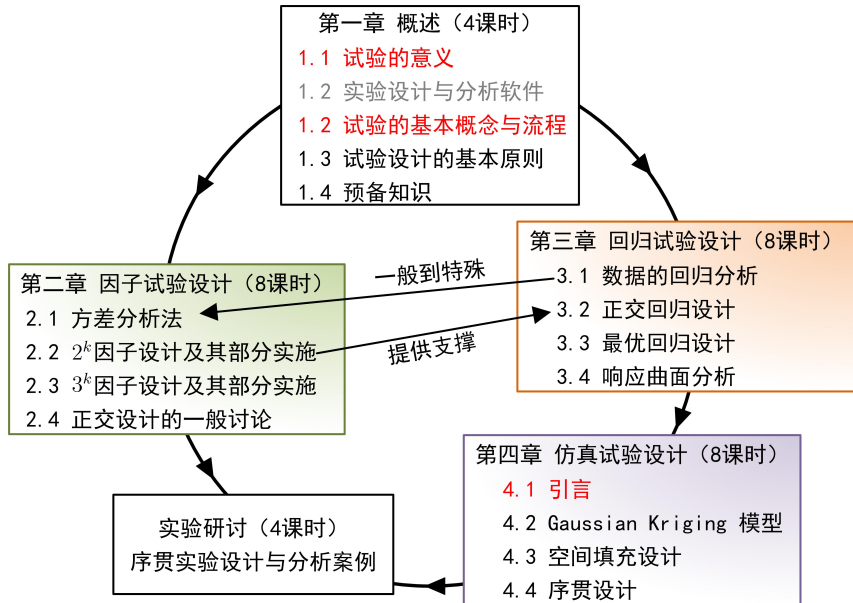
# 实验设计与分析——知识串讲

王正明 易泰河

系统工程学院 军事建模与仿真系

2020 年 1 月 4 日

# 课程教学内容



- 数据类型

- 定量数据: 计量数据和计数数据
- 定性数据: 属性数据和有序数据

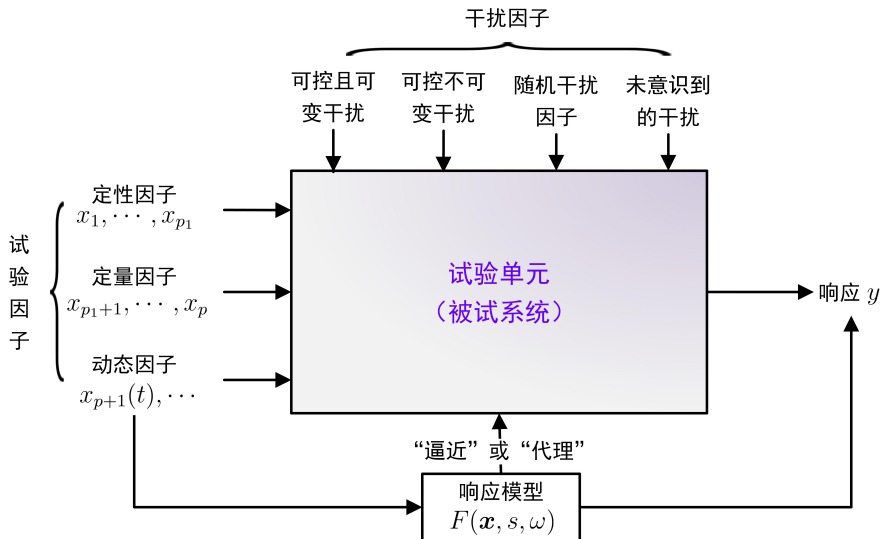
- 研究方法

- 观察研究: 被动的数据收集方式, 只观察而不干预;
- 实验研究: 改变某些变量, 观察由此带来的结果, 可以归纳因果关系.

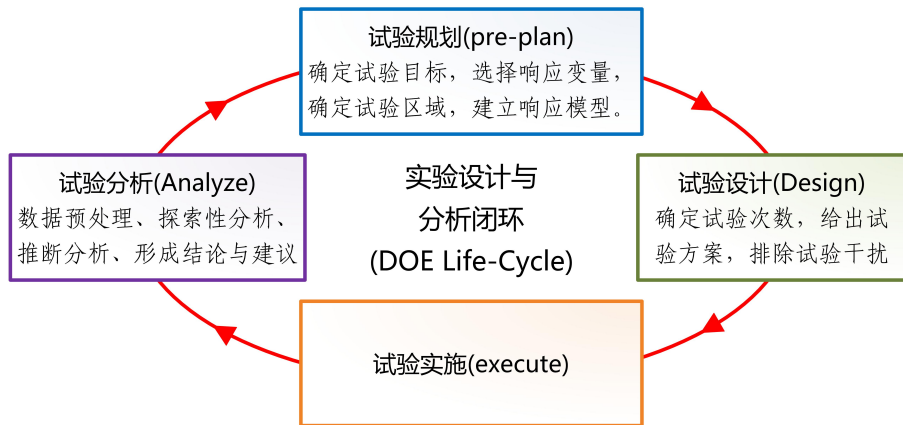
- 科学研究的范式

- 经验归纳、理论推演、计算模拟、数据密集型科学发现

试验单元、因子和响应共同构成试验的三要素:



- <https://testscience.org>,
- STAT Center of Excellence:



- 重复: 降低随机干扰因子带来的机会变异;
- 随机化: 避免潜在因子带来系统性偏差;
- 区组: 抵消区组因子的影响
  - 完全随机区组设计
  - 双向区组设计
  - 平衡不完全区组设计

- 幂等矩阵和二次型;
- 多元正态分布,  $\chi^2$  分布,  $t$ -分布,  $F$ -分布;
- 样本均值与样本方差, 两样本假设检验.

- 固定效应模型
- 主效应与交互效应
- 偏差平方和的分解
- 自由度
- 多重比较与对照



- 固定效应模型: 效应与自由度
- $L_{2^k}(2^{2^k-1})$  型正交表的构造: 二分列、四分列、...
- 效应的估计以及效应的偏差平方和

$$AB \cdots K = \frac{1}{2^{k-1}m} (a \pm 1)(b \pm 1) \cdots (k \pm 1),$$

$$SS_{AB \cdots K} = \frac{1}{2^k m} [(a \pm 1)(b \pm 1) \cdots (k \pm 1)]^2.$$

- 部分实施: 混杂、定义关系、定义对照子群、分辨度

- 固定效应模型: 效应与自由度
- $L_{3^k}(3^{\frac{3^k-1}{3-1}})$  型正交表的构造: 三分列、九分列、...
- 效应的偏差平方和

$$SS_A = \frac{T_{A_0}^2 + T_{A_1}^2 + T_{A_2}^2}{3^{k-1}m} - \frac{T^2}{3^k m}.$$

- 部分实施: 混杂、定义关系、定义对照子群、分辨度

- 正交表的一般性质:
  - 定义, 等水平正交表, 完备正交表, 混合水平正交表,
  - 表头设计的原则
  - 混杂技术
- 有交互作用的情形, 无交互作用的情形
  - 选择合适的正交表
  - 直观分析
  - 固定效应模型与参数估计
  - 方差分析
  - 回归分析

- 线性模型  $y \sim N(\mathbf{X}\beta, \sigma^2 \mathbf{C})$  的参数估计

$$\begin{cases} \hat{\beta} = (\mathbf{X}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{C}^{-1} \mathbf{y}, \\ \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-m} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\beta})^T \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\beta}). \end{cases}$$

- 参数估计的性质: 方差、均方误差、预测方差、最小二乘的投影性质;
- 回归模型的显著性检验:  $F$  检验;
- 回归系数的显著性检验:  $t$  检验与  $F$  检验.

- 回归模型正交设计的定义: 使得矩阵  $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$  为对角矩阵;
- 统计分析: 由于正交性, 使得参数估计和显著性检验都十分方便;
- 利用 2 水平正交表构造一次回归模型的正交设计;
- 添加中心点的重复试验.

- 线性模型信息矩阵的定义

$$\mathbf{M}(\xi) := \int_{\mathcal{X}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \mathbf{f}^{\mathrm{T}}(\mathbf{x}) d\xi,$$

- 最优回归设计: 使得某准则  $\Phi(\xi) = \Phi(\mathbf{M}(\xi))$  最小的设计
- $D$  最优准则与  $G$  最优准则

$$\Phi_D(\xi) := \det(\mathbf{M}^{-1}(\xi)),$$

$$\Phi_G(\xi) := \sup \{d(\mathbf{x}, \xi) : \mathbf{x} \in \mathcal{X}\}$$

- 一阶响应曲面分析: 最速上升法
- 一阶模型设计: 回归的正交设计
- 二阶响应曲面分析: 典范形
- 二阶模型设计: 中心复合设计

- 系统的不同试验方式
  - 纯数字仿真试验、半实物仿真试验、实物仿真试验和物理试验;
- 实验设计与分析在仿真中的地位:
  - 仿真开发的重要环节、模型验证的重要手段、统筹多种试验方式的科学方法;
- 物理试验与计算机试验的异同
- 空间填充设计
  - 基于抽样的设计、基于准则的最优设计, 随机与确定性混合的方法.