

Лабораторная работа №5

Тема: Целочисленная арифметика

Цель: Научиться решать задачи с разветвляющимися и циклическими структурами.

Задание А

1. Дано натуральное число p . Найти сумму первой и последней цифры этого числа.
2. Дано натуральное число p . Переставить местами первую и последнюю цифры этого числа.
3. Даны два натуральных числа t и p ($t \leq 9999$, $p \leq 9999$). Проверить, есть ли в записи числа t цифры, совпадающие с цифрами в записи числа p .
4. Дано натуральное число p . Проверить, есть ли в записи числа три одинаковых цифры ($p \leq 9999$).
5. Дано натуральное число $p \leq 99$. Дописать к нему цифру k в конец и в начало.
6. Даны натуральные числа p , k . Проверить, есть ли в записи числа pk цифра t .
7. Среди всех n -значных чисел указать те, сумма цифр которых равна данному числу k .
8. Заданы три натуральных числа A , B , C , которые обозначают число, месяц и год. Найти порядковый номер даты, начиная отсчет с начала года.
9. Найти наибольшую и наименьшую цифры в записи данного натурального числа.
10. Произведение p первых нечетных чисел равно r . Сколько сомножителей взято? Если введенное число p не является указанным произведением, сообщить об этом.
11. Найти на отрезке $[p, t]$ натуральное число, имеющее наибольшее количество делителей.
12. Задумано некоторое число x ($x < 100$). Известны числа k , t , p — остатки от деления этого числа на 3, 5, 7. Найти x .
13. Игрок А объявляет двузначное число от 01 до 99. Игрок В меняет местами его цифры и прибавляет полученное число к сумме его цифр. Полученный результат он объявляет игроку А. Игрок А проделывает с этим числом ту же процедуру, и так они продолжают поступать поочередно, объявляя числа. От суммы чисел берется остаток от деления на 100, поэтому объявляются лишь двузначные числа. Какие числа может объявить игрок А на начальном шаге, чтобы игрок В в некоторый момент объявил число 00.
14. Дано натуральное число N . Найти и вывести все числа в интервале от 1 до $N - 1$, у которых сумма всех цифр совпадает с суммой цифр данного числа. Если таких чисел нет, то вывести слово «нет». Пример. $N = 44$. Числа: 17, 26, 35.

15. Дано натуральное число N . Найти и вывести все числа в интервале от 1 до $N - 1$, у которых произведение всех цифр совпадает с суммой цифр данного числа. Если таких чисел нет, то вывести слово «нет». Пример. $N = 44$. Числа: 18, 24.
16. Дано натуральное число N . Определить количество 8-значных чисел, у которых сумма цифр в цифровой записи числа меньше, чем N . Если таких чисел нет, то вывести слово «нет».
17. Дано натуральное число N . Определить количество 8-значных чисел, у которых сумма цифр в цифровой записи числа больше, чем N . Если таких чисел нет, то вывести слово «нет».
18. Дано натуральное число N . Найти наибольшее число M ($M > 1$), на которое сумма цифр в цифровой записи числа N делится без остатка. Если такого числа нет, то вывести слово «нет». Пример. $N = 12\ 345$, $M = 5$. Сумма цифр числа N , равная 15, делится на 5.
19. Дано натуральное число N . Найти наименьшее число M ($N < M < 2N$) которое делится на сумму цифр числа N (без остатка). Если такого числа нет, то вывести слово «нет». Пример. $N = 12\ 345$, $M = 12360$. Число 12 360 делится на число 15 — сумму цифр числа N .
20. Дано натуральное число N ($N > 9$). Определить количество нулей, идущих подряд в младших разрядах данного числа. Пример. $N = 1\ 020\ 000$. Количество нулей равно четырем.
21. Дано натуральное число N ($N > 9$). Определить количество нулей в цифровой записи числа, кроме нулей в младших разрядах. Пример. $N = 10\ 025\ 000$. Количество нулей равно двум.
22. Дано натуральное число N ($N > 9$). Определить сумму цифр в первой половине числа (старшие разряды). Пример. $N = 12\ 345\ 678$. Сумма составляет $1 + 2 + 3 + 4 = 10$.
23. Дано натуральное число N ($N > 9$). Определить сумму цифр во второй половине числа (младшие разряды). Пример. $N = 12\ 345\ 678$. Сумма составляет $5 + 6 + 7 + 8 = 26$.
24. Дано натуральное число N . Если число содержит 3 цифры, то получить новое число M , которое образуется путем перестановки первой и последней цифр данного числа. Если количество цифр не 3, то $M = N$. Пример. $N = 123$, $M = 321$.
25. Дано натуральное число N . Если число содержит 5 цифр, то получить новое число M , которое образуется путем исключения средней цифры исходного числа. Если количество цифр не 5, то $M = N$. Пример. $N = 12345$, $M = 1245$.
26. Женщина шла на базар продавать яйца. Ее случайно сбил с ног всадник, в результате чего все яйца разбились. Всадник предложил оплатить убытки и спросил, сколько у нее было яиц. Женщина сказала, что точного числа не помнит, но когда она брала яйца парами, то оставалось одно яйцо. Одно яйцо оставалось также, когда она брала по 3, 4, 5 и 6 яиц, но когда она брала по 7 штук, то в остатке ничего не было. Какое минимальное число яиц могло быть в корзине?

Задание В

1. Дано натуральное число p . Проверить, будут ли все цифры числа различными.
2. Найти все целые корни уравнения $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, где a, b, c и d — заданные целые числа, причем $a \neq 0$ и $d \neq 0$. Замечание: целыми корнями могут быть только положительные и отрицательные делители коэффициента d .
3. Дано натуральное число p . Поменять порядок следования цифр в этом числе на обратный или сообщить, что это невозможно в силу переполнения.
4. Найти все делители натурального числа p .
5. Натуральное число M называется совершенным, если оно равно сумме всех своих делителей, включая 1, но исключая себя. Напечатать все совершенные числа меньше заданного числа N .
6. Натуральные числа a, b, c называются числами Пифагора, если выполняется условие $a^2 + b^2 = c^2$. Напечатать все числа Пифагора меньше N .
7. Дано натуральное число p . Среди чисел $1, \dots, p$ найти такие, запись которых совпадает с последними цифрами записи их квадратов (например, $62 = 36$, $252 = 625$).
8. Составить программу, которая по номеру дня в году выводит число и месяц в общепринятой форме (например, 33-й день года — 2 февраля).
9. Долгожитель (возраст не менее 100 лет) обнаружил однажды, что если к сумме квадратов цифр его возраста прибавить число дня его рождения, то как раз получится его возраст. Сколько лет долгожителю?
10. Дано целое $p > 2$. Напечатать все простые числа из диапазона $[2, p]$.
11. Найти наименьшее натуральное число p , представимое двумя различными способами в виде суммы кубов двух натуральных чисел.
12. Даны натуральные числа p, t . Найти все натуральные числа меньше p , квадрат суммы цифр которых равен t .
13. На отрезке $[2, p]$ определить число s максимальной суммой делителей.
14. Даны натуральные числа p и q . Получить все делители числа q , взаимно простые с p .
15. Для заданных натуральных n и k определить, равно ли число p сумме k -х степеней своих цифр.
16. Найти все n -значные числа, сумма квадратов цифр которых кратна M .
17. Найти все натуральные числа, не превосходящие заданного p , которые делятся на каждую из своих цифр.

18. Задано натуральное число p . Найти количество натуральных чисел, не превышающих p и не делящихся ни на одно из чисел 2, 3, 5.

19. Пусть f_n — n -й член последовательности, определяемой следующим образом:

$$f_n = -f_{n-1} - 2f_{n-2}, \quad f_1 = 1, \quad f_2 = -1.$$

Покажите, что $2n+1 - 7f_{2n-1}$ есть полный квадрат.

20. Последовательность Хэмминга образуют натуральные числа, не имеющие других простых делителей, кроме 2, 3 и 5. Найти:

а) первые N элементов этой последовательности;

б) сумму первых N элементов;

в) N -й элемент;

г) первый элемент больший данного числа M , а также номер этого элемента в последовательности;

д) сумму всех элементов с номера N по номер M .

21. На отрезке $[2, p]$ найти все натуральные числа, сумма цифр которых при умножении числа на a не изменится.

22. Составить программу удаления из десятичной записи числа N единиц, сохранив порядок следования оставшихся цифр. Сформировать и напечатать полученное число.

23. Школа и дом Петра находятся на одной стороне улицы. Однажды по дороге в школу он стал складывать номера домов, мимо которых проходил на своей стороне улицы, начиная с номера своего дома. Когда сумма номеров оказалась равной 99, Петр перешел через поперечную улицу. После этого он начал заново складывать номера домов, мимо которых проходил, и при сумме 117 перешел через еще одну поперечную улицу. Петр и в следующем квартале складывал номера домов. Сумма номеров домов третьего квартала оказалась равной 235, включая номер дома школы. Каков номер дома Петра? Каков номер дома школы?

24. Дано натуральное число N . Определить количество цифр в цифровой записи данного числа, которые имеют наименьшее значение. Пример. $N = 4548$. Количество цифр с наименьшим значением равно двум (две цифры 4).

25. Дано натуральное число N . Определить количество цифр в цифровой записи данного числа, которые имеют наибольшее значение. Пример. $N = 1808$. Количество цифр с наибольшим значением равно двум (две цифры 8).

26. Дано натуральное число N . Получить новое число M , которое образуется из числа N путем замены последней цифры на значение наименьшей цифры в записи числа N . Пример. $N = 128\,452$, $M = 129\,451$.

27. Дано натуральное число N . Получить новое число M , которое образуется из числа N путем замены последней цифры на значение наибольшей цифры в записи числа N .
Пример. $N = 128\ 452$, $M = 128458$.

28. Определить количество M -значных натуральных чисел, у которых сумма цифр, стоящих в нечетных разрядах, равна N ($1 \leq N \leq 30$, $0 < M < 5$).

29. Вычислить сумму тех чисел из заданного отрезка $[a, b]$ (a, b — натуральные), в запись которых входит цифра k .

Задание С

1. Дано натуральное k . Напечатать k -ю цифру последовательности 12345678910111213..., в которой выписаны подряд все натуральные числа.
2. Дано натуральное k . Напечатать k -ю цифру последовательности 149162536..., в которой выписаны подряд квадраты всех натуральных чисел.
3. Составить программу перевода натурального числа из десятичной системы счисления в двоичную.
4. Составить программу перевода данного натурального числа и в шестнадцатеричную систему счисления.
5. Дано натуральное число p . Переставить его цифры так, чтобы образовалось максимальное число, записанное теми же цифрами.
6. Дано натуральное число p . Переставить его цифры так, чтобы образовалось наименьшее число, записанное теми же цифрами.
7. Для записи римскими цифрами используются символы I, V, X, L, C, D, M, обозначающие соответственно числа 1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000. Составить программу, которая запись любого данного числа n ($n \leq 3999$) арабскими цифрами переводила бы в запись римскими цифрами.
8. Используя все цифры от 1 до 9 по одному разу в различных комбинациях и операции сложения и вычитания, получить в сумме 100.
9. Используя все цифры от 1 до 9 по одному разу и операции сложения и вычитания, получить в сумме 100, при условии, что цифры появляются в возрастающем или убывающем порядке.

Например,

$$123 + 4 - 5 + 67 - 89 = 100,$$

$$9 - 8 + 76 - 5 + 4 + 3 + 21 = 100.$$

10. Палиндромы.

Палиндром — это сочетание символов, которые читаются одинаково в прямом и обратном направлениях. Элементом палиндрома может быть буква (например, КОК, ПОП, А РОЗА УПАЛА НА ЛАПУ АЗОРА), цифра (4884, 121) или слово (STRAP ON — NO PARTS).

- 10.1. Составить программу, которая определяет, является ли заданное натуральное число палиндромом.
- 10.2. Найти целые числа, которые при возведении в квадрат дают палиндромы, например $262 = 676$.
- 10.3. Найти целые числа-палиндромы, которые при возведении в квадрат также дают палиндромы ($222 = 484$).

10.4. Найти целые числа, которые при возведении в 3, или 4, или 5 степень дают палиндромы, например $113 = 1331$.

10.5. Дано натуральное число n . Если это не палиндром, реверсируйте его цифры и сложите исходное число с числом, полученным в результате реверсирования. Если сумма не палиндром, то повторите те же действия и выполняйте их до тех пор, пока не получите палиндром. Ниже приведен пример для исходного числа 78:

$$78 + 87 = 165; 165 + 561 = 726; 726 + 627 = 1353; 1353 + 3531 = 4884.$$

11. Целое число можно представить как сумму его частей. Такое представление называется разбиением. Например, число 4 можно представить как

$$4; 3 + 1; 2 + 1 + 1; 2 + 2; 1 + 1 + 1 + 1.$$

Обозначим через $P(n)$ количество разбиений числа n ; $P(4) = 5$. Напишите программу, которая для данного числа n печатает его разбиения и $P(n)$.

12. Дано натуральное k . Напечатать k -ю цифру последовательности 24681012141618202224262830..., в которой выписаны подряд все натуральные четные числа.